



MODELAGEM MECANICISTA DE BRITADORES DE IMPACTO DE EIXO VERTICAL

Emerson Reikdal da Cunha

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Metalúrgica e de Materiais, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor em Engenharia Metalúrgica e de Materiais.

Orientador: Luís Marcelo Marques Tavares

Rio de Janeiro

Junho de 2014

MODELAGEM MECANICISTA DE BRITADORES DE IMPACTO DE EIXO VERTICAL

Emerson Reikdal da Cunha

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA (COPPE) DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA METALÚRGICA E DE MATERIAIS.

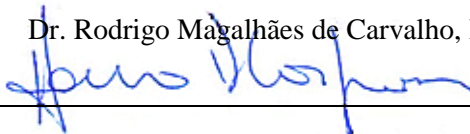
Examinada por:



Prof. Luís Marcelo Marques Tavares, Ph.D.



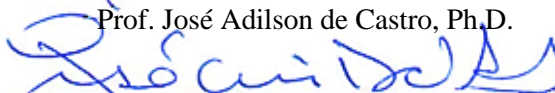
Dr. Rodrigo Magalhães de Carvalho, D.Sc.



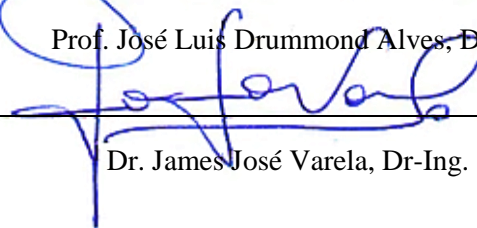
Prof. Homero Delboni Jr., Ph.D



Prof. José Adilson de Castro, Ph.D.



Prof. José Luis Drummond Alves, D.Sc.



Dr. James José Varela, Dr-Ing.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL

JUNHO DE 2014

Cunha, Emerson Reikdal da

Modelagem mecanicista de britadores de impacto de eixo vertical /Emerson Reikdal da Cunha. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2014.

XV, 170p.: il.; 29,7 cm.

Orientador: Luís Marcelo Marques Tavares

Tese (doutorado) – UFRJ/COPPE/ Programa de Engenharia Metalúrgica e de Materiais, 2014.

Referências Bibliográficas: p. 155- 163.

Para minha esposa Marisa e meu filho Pedro.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências (D.Sc.).

MODELAGEM MECANICISTA DE BRITADORES DE IMPACTO DE EIXO VERTICAL

Emerson Reikdal da Cunha

Junho/2014

Orientador: Luís Marcelo Marques Tavares

Programa: Engenharia Metalúrgica e de Materiais

O britador de impacto de eixo vertical é amplamente aplicado na produção de areia industrial, bem como da britagem terciária na indústria mineral. As tentativas para modelar o seu desempenho foram baseadas no pressuposto de que as partículas estão sujeitas a colisões com energias de impacto constantes aplicadas pelo rotor em uma determinada rotação. A utilização do método dos elementos discretos mostrou que, ao invés de um valor constante, há um espectro de energias de colisão, de modo que o problema de prever o desempenho do britador é melhor tratado pela utilização do DEM em conjunto com um algoritmo mecanicista. A estrutura do modelo proposta incorpora, além do DEM, a distribuição de energia de fratura das partículas, bem como o efeito de enfraquecimento devido à colisão sem fragmentação, que causa danos às partículas. Os modelos de quebra das partículas foram descritos individualmente. O modelo foi validado com dados de estudos de uma usina piloto e industrial.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Science (D.Sc.).

MECHANISTIC MODELLING OF VERTICAL SHAFT IMPACT CRUSHER

Emerson Reikdal da Cunha

June/2014

Advisor: Luís Marcelo Marques Tavares

Department: Metallurgical and Materials Engineering

The vertical shaft impact crusher finds wide application in the production of manufactured sand, as well as in tertiary crushing in the minerals industry. Attempts to model its performance have been based on the assumption that particles are subjected to collisions at constant impact energies applied by the rotor at a given speed. The use of the discrete element method showed that, rather than a constant value, there is a spectrum of collision energies, so that the problem of predicting its performance is best handled by coupling DEM in a mechanistic algorithm. The proposed model accounts also for the distribution of fracture energies of the particles, as well as the effect of weakening of particles due to unsuccessful collision, causing particle damage. The breakage models into the mechanistic modeling were described individually. The structure of the proposed model is an algorithm that relates the characteristics of the rock with the breakage models. In the model the distribution of energy of fracture of the particles is used and the effect of weakening due to multiple collisions, resulting in particle damage. The model was validated with data from pilot and industrial trials.

SUMÁRIO

I.	INTRODUÇÃO	1
II.	OBJETIVO	10
III.	MECANISMOS DA COMINUIÇÃO	11
III.1	FRAGMENTAÇÃO DE PARTÍCULAS.....	13
III.2	ENSAIOS DE QUEBRA INDIVIDUAL.....	17
III.2.1	<i>Ensaio de Queda de peso (DWT)</i>	18
III.2.2	<i>JKRBT</i>	22
III.2.3	<i>Célula de Carga de Impacto (CCI)</i>	25
III.3	O CONCEITO DA MECÂNICA DO DANO.....	30
IV.	BRITAGEM POR IMPACTO	34
IV.1	BRITADORES DE IMPACTO DE EIXO HORIZONTAL (HSI).....	35
IV.2	BRITADORES DE IMPACTO DE EIXO VERTICAL (VSI).....	37
V.	MODELAGEM MATEMÁTICA DE BRITADORES DE IMPACTO	47
V.1	MODELO DE WHITEN.....	47
V.2	MODELOS PARA BRITADORES DE IMPACTO BASEADOS NA SOLUÇÃO DE WHITEN.....	51
V.2.1	<i>Modelo de Kanli e Smith</i>	51
V.2.2	<i>Modelo do JKSImMet</i>	52
V.2.3	<i>Modelo de Nikolov</i>	52
V.3	MODELOS PARA BRITADORES DE IMPACTO NÃO BASEADOS NA SOLUÇÃO ORIGINAL DE WHITEN.....	57
V.3.1	<i>Modelo de Whiten e White</i>	57
V.3.2	<i>Modelo de Kojovic</i>	58
V.3.3	<i>Modelo de Bengtsson</i>	59
V.3.4	<i>Modelo de Austin</i>	64
V.4	MÉTODO DE ELEMENTOS DISCRETOS.....	69
V.5	CONCLUSÃO SOBRE O ESTADO DA TÉCNICA DA MODELAGEM MATEMÁTICA DE BRITADORES VSI.....	72
VI.	MATERIAIS, METODOLOGIA EXPERIMENTAL E DE SIMULAÇÃO	77
VI.1	MATERIAIS.....	77
VI.2	ENSAIOS REALIZADOS PARA CARACTERIZAÇÃO DAS ROCHAS.....	77
VI.3	ENSAIOS DE BRITAGEM.....	79
VI.3.1	<i>Descrição do circuito de britagem em escala piloto e amostragem</i>	79

VI.3.2	<i>Amostragem industrial</i>	82
VI.4	DESCRIÇÃO DA CALIBRAÇÃO DE PARÂMETROS E SIMULAÇÃO EM MÉTODOS DE ELEMENTOS DISCRETOS	83
VI.4.1	<i>Descrição detalhada do ambiente dos britadores utilizados</i>	83
VI.4.2	<i>Características e operação do programa de simulação em DEM</i>	88
VI.5	PLANEJAMENTO E PREPARAÇÃO DAS SIMULAÇÕES	92
VI.5.1	<i>Simulação do Cascadeador</i>	93
VI.5.2	<i>Simulação da parte superior do rotor e alimentação</i>	100
VI.5.3	<i>Simulação do rotor e da câmara de britagem</i>	101
VI.5.4	<i>Extração de dados</i>	108
VII.	APLICAÇÃO DO MODELO MECANICISTA AO VSI	109
VII.1	MODELO UFRJ APLICADO AO VSI	109
VII.2	MODELAGEM DA QUEBRA VOLUMÉTRICA	117
VII.3	MODELAGEM DA QUEBRA SUPERFICIAL	119
VIII.	ANÁLISE DAS VARIÁVEIS OPERACIONAIS DO VSI	124
VIII.1	ABERTURA DO CASCADEADOR	124
VIII.2	TAXA DE ALIMENTAÇÃO	126
VIII.3	FREQUÊNCIA DE OPERAÇÃO DO ROTOR	128
VIII.4	NATUREZA DA ROCHA	130
VIII.5	DADOS OPERACIONAIS DO CIRCUITO PILOTO	131
IX.	SIMULAÇÕES: AVALIAÇÃO DO AMBIENTE VSI NO DEM	134
IX.1	ESCOAMENTO DAS PARTÍCULAS NO CASCADEADOR	134
IX.2	DISTRIBUIÇÃO DO TEMPO DE RESIDÊNCIA (DTR)	135
IX.3	ESPECTRO DE ENERGIA DE COLISÃO	138
X.	AVALIAÇÃO DO MODELO UFRJ E ADERÊNCIA AOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS	146
XI.	CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES	152
XII.	RECOMENDAÇÃO PARA TRABALHOS FUTUROS	154
ANEXO	164

LISTA DE SÍMBOLOS

Latinos

\vec{a}	-	aceleração
A	-	parâmetro do modelo de determinação do t_{10} em função da energia de impacto
APF	-	abertura da posição fechada de um britador cônico
A_n	-	parâmetros de ajuste de k_1 e k_2
b	-	parâmetro do modelo de determinação do t_{10} em função da energia de impacto
b'	-	parâmetro do modelo de determinação do t_{10} em função razão da energia de impacto e a energia de fratura
B	-	matriz triangular inferior de quebra ou função quebra
$B(x; x')$	-	função quebra na forma contínua e acumulada
B_n	-	parâmetros de ajuste de k_1 e k_2
C	-	matriz diagonal de classificação ou função de classificação
C^*	-	carga circulante aparente
C_1	-	parâmetro para cálculo do V_{rel}
C_i	-	função classificação para cada classe de tamanho i
C_f	-	constante que depende do projeto do alimentador do britador
c	-	coeficiente de restituição no modelo de contato de Hertz-Mindlin
c_i	-	elemento da curva de partição referente à classe de tamanho i
c_0	-	constante relativa a taxa de alimentação
c_1	-	caracteriza a intensidade das interações entre as partículas
c_2	-	constante relativa a taxa de alimentação
d_m	-	diâmetro médio de uma partícula
D	-	parâmetro de acúmulo do dano
d_{50}	-	tamanho no qual 50 % da população de partículas é menor
d_{80}	-	tamanho no qual 80 % da população de partículas é menor
d_{90}	-	tamanho no qual 90 % da população de partículas é menor
d_a	-	parâmetro da função de quebra por abrasão
D_i	-	abertura de peneira

d_i	-	tamanho representativo de partículas na classe i (tamanho de partícula)
dE	-	incremento de energia necessário para um incremento de mudança em dx
dx	-	incremento de mudança em um tamanho passante (d_{80}) com relação a dE
D_{open}	-	diâmetro mais estreito através do qual as partículas passam (m)
d_{p0}	-	parâmetro do efeito de tamanho de partícula na energia de fratura (mm)
E	-	energia de impacto ou de fratura
E_0	-	energia de impacto de referência
E_{50b}	-	mediana da distribuição de energias de fratura das partículas que quebram

naquele evento de impacto

E_{cs} - energia específica consumida no impacto

$E_{cs_{t10i}}$ - energia específica de cominuição de cada partícula de classe de tamanho i de uma rocha com um valor determinado de t_{10} , (kWh/t)

$E_{k,n}$ - energia cinética específica do impactor (por unidade de massa da partícula) no n ésimo impacto

E_m - razão entre a energia de colisão e a média da massa das partículas em uma classe de tamanho j .

E_{m50} - energia necessária para fragmentar 50% das partículas no tamanho de classe j em um impacto único

E_n - energia específica de fratura de uma partícula após o n ésimo impacto

E_t - deslocamento do excêntrico do britador (mm)

E_∞ - energia específica de fratura de partículas de tamanho infinito (J/kg)

f - vetor relativo à distribuição granulométrica da alimentação

f_k - descreve a forma das partículas

F_n - força normal

F_t - força tangencial

F_n^d - força de amortecimento normal

F_t^d - força de amortecimento tangencial

g - força gravitacional

G	-	parâmetro adimensional
G^*	-	equivalente ao módulo de cisalhamento
H	-	constante de calibração do JKRBT
i	-	índice da classe de tamanhos
I	-	matriz unitária
j	-	índice da classe de tamanhos
k_a	-	taxa de quebra por abrasão
k_1	-	o tamanho da menor partícula selecionada para quebra
k_2	-	o tamanho acima do qual a partícula será certamente fragmentada
K_w	-	constante das equações de Rittinger, Kick e Bond
K_1	-	constante da equação de Bengtsson
K_2	-	constante da equação de Bengtsson
L_{len}	-	comprimento da face do revestimento (mm)
L_{hr}	-	idade do revestimento (h)
m^*	-	massa equivalente
m_p	-	massa da partícula
m_{sec}	-	massa da partícula seca (g)
m_{sub}	-	massa da partícula submersa (g)
\dot{m}	-	vazão mássica (kg/s)
n_1	-	parâmetro da função quebra
n_2	-	parâmetro da função quebra
n_3	-	parâmetro que depende do material
p	-	vetor da distribuição dos produtos de cominuição
P	-	potência em trabalho do britador (kW)
P_n	-	potência utilizada pelo britador quando operando em vazio (kW)
P_p	-	potência utilizada pelo pêndulo para fragmentar as partículas (kW)
P_a	-	parâmetro referente a taxa de quebra por abrasão
Q	-	taxa de alimentação de sólidos
Q_0	-	taxa de alimentação de referência
q_i	-	fluxo de massa de uma determinada classe de tamanho i (t/h)
r	-	distância entre a partícula e o centro do rotor
r_1	-	distância do raio interno do rotor em metros
r_p	-	raio da partícula em metros

r_s	-	coordenada de contato da superfície
\dot{r}	-	velocidade radial da partícula
\ddot{r}	-	aceleração radial da partícula
rpm	-	rotações por minuto
R	-	raio
R_1	-	raio utilizado no modelo de Hertz
R_2	-	raio utilizado no modelo de Hertz
R^*	-	raio equivalente
R_i	-	distância do ponto de contato a partir do centro de massa de cada partícula
S	-	função seleção que mostra a probabilidade da partícula ser quebrada
S_n	-	constante relacionada com a rigidez normal das partículas
S_t	-	constante relacionada com a rigidez tangencial das partículas
SET	-	distância entre o martelo e as placas fixas de impacto
t	-	instante de tempo
t_{10}	-	porcentagem de material gerado na quebra que é menor que o tamanho equivalente a 10% do tamanho original da partícula
t_n	-	porcentagem de material gerado na quebra que é menor que o tamanho equivalente a n % do tamanho original da partícula
u_1 e u_2	-	componentes de velocidade de entrada e saída do rotor respectivamente (m/s)
V	-	velocidade periférica (m/s)
V_{abs}	-	velocidade absoluta da partícula na saída do rotor
V_{rel}	-	velocidade relativa ao longo das paredes internas do rotor
ws_i	-	fração em massa de partículas que quebram em um único impacto na classe i
wh_i	-	fração em massa de partículas que não quebram em um único impacto na classe i
W	-	massa de material retido no interior do moinho
x	-	vetor que representa a quantidade de cada fração de tamanho que entra no britador
x	-	tamanho de partícula contínuo
x'	-	tamanho de partícula contínuo
x_l	-	tamanho representativo da alimentação

x_2	-	tamanho representativo do produto
x_p	-	tamanho médio de partícula
x_{\min}	-	tamanho mínimo da partícula que fratura no britador
x_{\max}	-	tamanho máximo da partícula da alimentação
Y	-	módulo de Young
Y^*	-	módulo de Young equivalente
z	-	parâmetro que depende do postulado considerado (Bond, Rittinger, Kick)

Gregos

α	-	parâmetro da função de quebra de Bengtsson
β	-	tamanho de partícula específico dependente do projeto do britador e das propriedades da alimentação
β_1	-	parâmetro da função de quebra de Bengtsson
β_2	-	parâmetro da função de quebra de Bengtsson
β_3	-	parâmetro de α
β_4	-	parâmetro de α
γ	-	coeficiente de acúmulo de dano
η_1	-	parâmetro da função de quebra de Bengtsson
η_2	-	parâmetro da função de quebra de Bengtsson
λ_a	-	parâmetro da função de quebra por abrasão
μ_r	-	coeficiente de atrito de rolamento no modelo de contato de Hertz-Mindlin
μ_s	-	coeficiente de atrito estático no modelo de contato de Hertz-Mindlin
μ_c e μ_f	-	coeficientes de atrito no modelo de Bengtsson
ρ	-	massa específica
σ	-	parâmetro relativo ao coeficiente de restituição
ν	-	coeficiente de Poisson
ν_i e ν_j	-	constante relativa ao coeficiente de Poisson para cada esfera em cada contato (i e j)
v_t	-	velocidade tangencial igual à velocidade da ponteira do rotor
v_n^{rel}	-	componente normal da velocidade relativa
v_t^{rel}	-	componente tangencial da velocidade relativa
φ	-	ângulo de saída da partícula do rotor
ϕ	-	parâmetro da relação entre a energia de fratura e o tamanho de partícula
ω_R	-	velocidade angular do rotor
ω_i	-	vetor velocidade angular de uma partícula i
ω_k	-	frequência de colisões da classe k
δ	-	constante relacionada a forma da função de classificação
$\dot{\delta}_n$	-	taxa de deformação normal
$\dot{\delta}_t$	-	taxa de deformação tangencial

- ξ - parâmetro de forma da distribuição da função de classificação de Nikolov.
- ξ_0 e ξ_1 - coeficientes do material da função de classificação de Nikolov
- τ - torque nas superfícies de contato
- τ_i - torque que atua sobre a partícula i

I. INTRODUÇÃO

Segundo o dicionário Aurélio, COMINUIÇÃO é o ato ou efeito de cominuir que, por sua vez, significa partir em pedaços, fragmentar ou esmigalhar (Ferreira, 2004). Pode também ser definida como: fragmentação; trituração; pulverização; diminuição gradual pela remoção sucessiva de pequenas partículas, desgaste; fraturar um objeto em vários pequenos pedaços; ou seja, a cominuição consiste na redução de tamanho de um objeto.

A cominuição teve seu início nos tempos pré-históricos e existem evidências que os hominídeos trituravam grãos com pedras para liberar as partes comestíveis de suas cascas a cerca de 780.000 anos atrás (Goren-Inbar *et al.*, 2002). Já a cominuição de minérios se desenvolveu mais tarde, pela necessidade de liberar os metais para atender à demanda relacionada com o aumento populacional. A primeira forma de energia utilizada na cominuição foi a força braçal. Mais tarde ela foi substituída pela mecânica, quando surgiram os primeiros moinhos que funcionavam movidos a força hidráulica, cominuindo grandes volumes de rocha por volta de 1500 *d.C.* Este tipo de moinho funcionava com energia fornecida por rodas d'água, que acionavam martelos que cominuíam impactando as partículas. Apesar de complexo, esse tipo de equipamento foi utilizado por mais de 400 anos (Lynch e Rowland, 2005).

Na história da cominuição, a inovação tem sido direcionada principalmente por avanços tecnológicos associados com a disponibilidade de energia e com os novos materiais. Por muito tempo a solução para as demandas crescentes de farinhas e metais foi resolvida com o aumento do número de pequenas unidades. Somente com a disponibilidade maior de energia é que novos tipos de equipamentos, maiores e mais eficientes, foram produzidos.

As máquinas de redução de tamanho são geralmente descritas como mecanismos de quebra capazes de aplicar a energia disponível para fraturar um material. Os equipamentos para esse fim reduzem o tamanho de um material aplicando forças trativas, compressivas e cisalhantes. Sobre partículas de determinado tamanho para transformá-lo em um produto de tamanho menor. A redução de tamanho está relacionada diretamente com a energia utilizada no processo, de maneira que, quanto maior a energia aplicada geralmente mais reduzido é o tamanho do produto.

Os processos de cominuição são organizados em circuitos, sendo utilizados na maioria dos casos dois tipos de equipamentos para fraturar as partículas: britadores e moinhos. Nos circuitos também são utilizados equipamentos classificadores para determinar se uma partícula deve

permanecer no circuito ou se ela já se encontra nas dimensões adequadas e, assim, seguir para uma etapa seguinte do processo.

A utilização de um ou de mais tipos de máquinas cominuidoras depende do produto desejado. Então, para determinado produto podem ser utilizados britadores de mandíbulas, rolos, giratórios, cônicos ou de impacto em uma primeira etapa dos circuitos de cominuição para que as rochas vindas da lavra atinjam o tamanho adequado para a alimentação à moagem, ou, por exemplo, possibilitar a liberação de um mineral de interesse do minério. Por outro lado, a cominuição também pode se limitar somente à britagem, como é o caso da produção de agregados para a construção civil com o uso de britadores cônicos e de impacto como britadores secundários, terciários ou quaternários. Outro exemplo é a cominuição do clínquer que é utilizado para a produção de cimento, o qual é normalmente cominuído em moinhos até alcançar o tamanho adequado.

A moagem normalmente é o último estágio dos circuitos cominutivos e, em sua maioria, é realizada em tubos de aço que giram horizontalmente em torno do próprio eixo com corpos moedores em seu interior. Existem vários tipos de moinhos, os mais comuns são moinhos de bolas e barras, nos quais as partículas são fragmentadas pela ação dos corpos moedores que podem ser esferas e barras, respectivamente; os moinhos semi-autógenos, nos quais a quebra ocorre devido a ação das próprias partículas de minério contra partículas menores e também dos corpos moedores contra as partículas; e, por fim, os moinhos autógenos, nos quais os corpos moedores são as próprias partículas do minério.

A energia ocupa uma posição de grande destaque na cominuição. Uma evidência disso é o fato que atualmente cerca de 2 a 3% da energia elétrica gerada no mundo é utilizada direta ou indiretamente em processos cominutivos (Schönert, 1986; Fuerstenau e Abouzeid, 2002; Lynch e Rowland, 2005; Batterham, 2011). Nos Estados Unidos são utilizados cerca de 15 bilhões de kWh/ano em processos de cominuição, incluindo o desmonte da rocha, a britagem e a moagem de diversos materiais, e isso corresponde a, aproximadamente, 1% da produção de energia elétrica dos EUA (Herbst *et al.*, 2003).

Essa alta demanda energética dos processos de britagem e moagem é um dos principais fatores responsáveis pelos grandes esforços de pesquisadores e engenheiros na direção de compreender aspectos fundamentais do seu funcionamento. Esse esforço é para que o processo

cominutivo seja realizado de forma mais eficiente, tendo em vista que a diminuição do consumo energético implica diretamente em economia e ganhos no processo.

O desenvolvimento dos processos cominutivos passa pelo trabalho de pesquisa que cria soluções para os problemas que se apresentam a cada época. Esse trabalho pode ser dividido em áreas, tais como (Lynch e Rowland, 2005):

- Projeto de equipamentos;
- Técnicas de modelagem e simulação para otimização de circuitos;
- Técnicas de controle para assegurar que produtos atendam estreitas especificações;
- Técnicas laboratoriais para medição e processos de caracterização.

Os tipos de modelos matemáticos aplicados na previsão de resultados de processos de cominuição podem ser classificados em empíricos, fenomenológicos e mecanicistas. Os quais têm sido desenvolvidos e utilizados de forma independente ou integrados em sistemas de cominuição (Concha, 1995). Eles são utilizados como uma importante ferramenta para auxiliar nas tarefas de projetar, aperfeiçoar o desempenho, modificar configurações de um circuito, bem como na identificação das variáveis operacionais que influenciam de forma crítica a operação de equipamentos de cominuição. Um modelo é normalmente a simplificação de um fenômeno ou um sistema, e as características essenciais devem estar inseridas no modelo, de modo que o comportamento do modelo seja o mais próximo possível ao do sistema modelado.

Um modelo matemático consiste de equações individuais ou de um conjunto de equações que têm por finalidade representar, de uma forma quantitativa, as hipóteses que foram usadas em sua idealização. Tais equações devem ser resolvidas em função de valores conhecidos ou previstos, de maneira que a validade do modelo possa ser verificada por meio da comparação com dados reais obtidos no sistema modelado. As expressões matemáticas de um modelo não proporcionam a própria explicação científica do modelo. Elas simplesmente interpretam as hipóteses de um ponto de vista quantitativo, permitindo criar condições de deduzir consequências e indicar as hipóteses que deverão ser aceitas ou rejeitadas. O valor prático da modelagem depende da natureza do problema, do trabalho do pesquisador e do tipo de modelo matemático escolhido (Napier-Munn *et al.*, 1996).

Os modelos empíricos são os mais simples, baseados nos resultados obtidos por meio da observação e experiência. Os dados de determinado processo são registrados e analisados, sendo relacionados com a causa e efeito normalmente com o auxílio de métodos de regressão. Não exigem um estudo aprofundado do fenômeno, sendo de mais baixo custo, mas normalmente também têm aplicação mais restrita. Esse tipo de modelo restringe a análise para a faixa estudada não permitindo extrapolação dos dados.

Modelos fenomenológicos de cominuição surgiram há quase 60 anos, e têm sido explorados e aplicados desde então na descrição de processos de britagem e moagem em diferentes equipamentos de cominuição. Eles são baseados na aplicação da mecânica estatística a um conjunto de partículas. Sua abordagem inicial considera prioritariamente o fenômeno da quebra, ao invés de considerar os princípios físicos fundamentais envolvidos nesse problema. O Modelo do Balanço Populacional (MBP) é o exemplo do modelo mais amplamente utilizado na simulação de processos de cominuição e se tornou popular por volta de 1970 (Weerasekara *et al.*, 2013). Alguns dos modelos para britadores de impacto apresentados no Capítulo V são baseados nessa abordagem.

Com relação aos modelos mecanicistas, pode-se afirmar que são aqueles que levam em conta cada elemento envolvido no processo. Esses modelos consideram diretamente as interações entre as partículas do minério e os diversos elementos do dispositivo de cominuição. São baseados na mecânica newtoniana, com modelos físicos detalhados para descrever, por exemplo, como se movimentam em um moinho os corpos moedores, partículas e a polpa. Também podem auxiliar a entender como a quebra das partículas é influenciada pelo movimento do revestimento, barras elevadoras e grelhas (Wills, 2007). Os recursos computacionais demandados por essa abordagem são consideravelmente maiores que aqueles demandados para a utilização dos modelos fenomenológicos. A modelagem de modo geral, e a modelagem da cominuição em particular, tem sido historicamente dependente do poder computacional disponível. Antes da utilização dos computadores os modelos relacionavam a energia aplicada com algum grau de redução de tamanho. Que é expresso como uma percentagem do tamanho passante, tipicamente 50, 80 ou 90% (d_{50} , d_{80} , d_{90}) ou uma proporção do produto final gerado (Napier-Munn *et al.*, 1996). Muitos modelos de cominuição foram desenvolvidos inicialmente de forma empírica, e o seu objetivo era simplesmente selecionar o equipamento que possuía a razão de redução adequada.

Os primeiros modelos desenvolvidos para a cominuição foram baseados nas teorias de Rittinger, Kick e, mais tarde Bond, os quais, apesar de empíricos são úteis ainda hoje (Napier-Munn *et al.*, 1996). Em termos matemáticos, estes modelos empíricos consideram o incremento de energia (dE) requerido para produzir um incremento de mudança (dx) em um determinado tamanho passante (d_{80} , por exemplo). A Equação I-1 demonstra essa relação, na qual K_w é uma constante, x o parâmetro de interesse e z é um índice que depende do postulado considerado:

$$\frac{dE}{dx} = -\frac{K_w}{x^z} \quad \text{Equação I-1}$$

Nesta equação, Rittinger postulou que a energia consumida na cominuição seria diretamente proporcional à área superficial criada, de modo que integrou a Equação I-1 com o valor de $z = 2$, tendo como resultado:

$$E = K_w \left(\frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1} \right) \quad \text{Equação I-2}$$

Alternativamente, Kick relacionou a energia utilizada com uma redução geométrica equivalente no tamanho de partícula, e esse valor seria constante e z igual a 1, resultando na equação:

$$E = K_w \ln \left(\frac{x_1}{x_2} \right) \quad \text{Equação I-3}$$

Bond, a partir das ideias de Rittinger e Kick, desenvolveu um método que se baseia em ensaios padronizados relativamente práticos de britagem e moagem em laboratório. Os resultados desses ensaios, correlacionados com equipamentos industriais, permitiram a previsão do consumo energético de britadores e moinhos. E o método se tornou um método amplamente utilizado na estimativa do consumo energético em moinhos industriais de bolas e barras (Powell e Morrison, 2007). Bond considerou que o trabalho envolvido na cominuição era inversamente proporcional à raiz quadrada da abertura pela qual passa 80% do produto (Kelly e Spottiswood, 1982). Na Equação I-1, isso equivale a considerar z com o valor de 1,5, sendo x_2 o tamanho representativo do produto e x_1 o tamanho representativo da alimentação.

$$E = 2K_w \left(\frac{1}{\sqrt{x_2}} - \frac{1}{\sqrt{x_1}} \right)$$

Equação I-4

A proposta de Bond teria se baseado na hipótese de que a energia introduzida é proporcional ao novo comprimento da trinca pela qual o material fratura. Sendo igual ao trabalho representado pelos produtos e subtraído pelo trabalho representado pela alimentação.

Bond tentou provar teoricamente sua proposta, mas atualmente é consenso que a Equação I-4 é uma relação empírica que se ajusta razoavelmente aos resultados práticos de moagem com erros da ordem de $\pm 20\%$ (Herbst e Fuerstenau, 1973). O método de Bond apresenta vantagens, sendo que as principais são a sua simplicidade e funcionalidade, e precisão razoável, quando utilizado dentro do intervalo de condições usuais de cominuição, mas também apresenta limitações. O método se baseia em correlacionar a energia específica necessária para transformar uma alimentação grossa em produto fino. Nele a distribuição granulométrica segue a distribuição de Rosin-Rammler, e qualquer distribuição de alimentação que não atenda a estas características poderá fornecer resultados irreais (Austin *et al.*, 1984).

No caso da britagem, tanto o ensaio padronizado quando a experiência acumulada na aplicação do método de Bond tem sido mais limitada. Embora esses modelos tenham contribuído relativamente pouco para o melhor entendimento dos mecanismos envolvidos na quebra de partículas, eles foram capazes de demonstrar a complexidade da quebra de materiais particulados e a necessidade de melhor entender seus aspectos fundamentais (Tavares, 1997).

Décadas mais tarde, foram desenvolvidas metodologias utilizando como base o modelo do balanço populacional (MBP) (Austin *et al.*, 1984; Whiten, 1972; Herbst *et al.*, 1971; Herbst e Fuerstenau, 1973). Na prática, o MBP é um modelo macroscópico que, aplicado à cominuição, se torna um balanço de massas por classe de tamanho. Sua utilização depende da caracterização de funções de distribuição, de quebra e seleção, que descrevem o movimento dessa massa pelas classes. Essas funções representavam um avanço, pois consideram alguns aspectos associados ao fenômeno da quebra das partículas. Herbst (Herbst, 2004) relata que a utilização desse modelo apresentou erros da ordem de, apenas, 2 % na previsão de resultados na moagem. Mesmo assim, houve críticas a essa abordagem pelo fato de considerar que a reação (quebra das partículas) que ocorria dentro de um equipamento de cominuição (reator) era de primeira ordem, sendo uma

simplificação nem sempre fiel à realidade. Além disso, ela se baseia em representar as características de fratura do material contido em cada classe de tamanho de partículas como um número médio, não considerando a variabilidade natural das características dos materiais. O modelo também se mostrava incapaz de desacoplar completamente as influências do equipamento e do material, considerando somente o seu efeito em conjunto na quebra, dificultando uma melhor avaliação, por exemplo, do efeito da mudança das condições operacionais de um equipamento.

Muitos simuladores comerciais para processamento mineral encontram-se atualmente disponíveis utilizando esse método, sendo exemplos o JKSimMet® (Morrison e Richardson, 2002), o Usimpac® (Brochot *et al.*, 2002), o Modsim® (King, 2001) e o PlantDesigner® (Hedvall e Nordin, 2002), dentre outros. Os modelos de britagem utilizados pelos simuladores de usinas de tratamento de minérios citados se baseiam quase em sua totalidade no modelo desenvolvido por Whiten (Wills, 2007). Embora não seja capaz de descrever explicitamente a maior parte das variáveis de projeto e de operação dos britadores, ele é utilizado com relativo sucesso até hoje, sendo que alguns dos modelos apresentados no Capítulo V para descrever a operação de britadores de impacto são baseados nele.

Recentemente, a utilização do método dos elementos discretos (do inglês *discrete element method*, ou DEM) possibilitou um melhor entendimento do fluxo de materiais granulares em uma variedade de equipamentos da indústria mineral. Esse é o caso da aplicação do DEM no caso de britadores e moinhos. Entretanto, o método ainda apresenta desafios ao simular o processo de fragmentação de forma integral para que se possa prever completamente o produto de quebra.

Desenvolver modelos mecanicistas para descrever os processos de cominuição e desenvolver técnicas experimentais adequadas para a determinação de parâmetros a partir de ensaios com partículas individuais, ensaios de batelada e medições em tempo real é um dos maiores desafios de hoje (Concha, 1995). Isso se deve à necessidade de um melhor conhecimento tanto das características do material a ser cominuído quanto do comportamento das partículas dentro dos equipamentos de cominuição. A partir dessas informações, se tornará possível a determinação mais precisa da distribuição de energias a que cada partícula está sujeita e assim, poder calcular o produto da cominuição sob determinadas condições operacionais. Aliado a isso, nesses modelos ainda há a necessidade de descrever detalhadamente o ambiente mecânico. Por exemplo, o movimento das bolas em moinhos rotativos ou o fluxo de partículas em britadores de impacto poderão ser descritos usando o método dos elementos discretos.

Um modelo mecanicista da cominuição foi recentemente proposto no Laboratório de Tecnologia Mineral da COPPE/UFRJ (Carvalho, 2009; Carvalho e Tavares, 2009) que combina informações do ambiente mecânico do equipamento de cominuição e modelos que descrevem a quebra de partículas como resultado da aplicação de esforços de diferentes tipos. Na aplicação do modelo são utilizadas informações do espectro de energias de colisão fornecidas por simulações em DEM.

A variabilidade das características de quebra das partículas de um material é considerada, sendo caracterizada pela distribuição de energias de fratura ou a função probabilidade de quebra. O modelo considera ainda o enfraquecimento das partículas quando submetidas a repetidos impactos, baseando-se no modelo de mecânica do dano proposto por Tavares (Tavares e King, 2002). O uso desse tipo de informação detalhada dá ao modelo um caráter preditivo, com potencial para ser uma excelente ferramenta com aplicação principalmente na etapa do projeto de circuitos de cominuição. A aplicação desse modelo à cominuição tem sido demonstrada, incluindo a previsão da fragmentação inadvertida durante o manuseio, o transporte e a moagem em moinhos autógenos (Carvalho, 2009; Carvalho, 2013; Tavares e Carvalho, 2011).

Um aparelho de cominuição relevante e que ainda não foi objeto de aplicação desse tipo de metodologia é o britador de impacto de eixo vertical (VSI - sigla do inglês *vertical shaft impactor*). Esse equipamento encontra ampla aplicação especificamente na indústria mineral e de agregados, como também pode ser utilizado na pré-moagem do clínquer na indústria cimenteira (Jankovic et al, 2004). Para se ter ideia da ampla aplicação dos VSIs, em 1992 já existiam mais de mil máquinas em operação (Bryan, 1992). Dados da Metso mostram que somente essa empresa já instalou até 2011 mais de quatro mil unidades desse tipo de britador (Metso, 2011). Entretanto, o VSI é comparativamente pouco mencionado na literatura sobre mineração e, além disso, tem recebido pouca atenção em relação ao desenvolvimento de modelos e simuladores do seu comportamento de cominuição.

Após esta introdução, o texto desta tese está assim dividido: no Capítulo II é apresentado o objetivo. Nos Capítulos III, IV e V são apresentados, respectivamente, uma revisão da literatura sobre diferentes mecanismos de fragmentação de partículas, tipos principais de britadores de impacto, e modelos matemáticos da cominuição aplicados aos britadores de impacto, especialmente ao VSI.

No Capítulo VI é descrita a metodologia empregada nos ensaios experimentais para utilização no modelo, enquanto no Capítulo VII é apresentado o desenvolvimento do modelo. No Capítulo VIII são apresentados os resultados dos ensaios em campo, no capítulo IX é avaliado o ambiente do britador pelo DEM, no Capítulo IX são apresentados os resultados do modelo UFRJ e no Capítulo XI estão as conclusões. Por fim, no Capítulo XII são apresentadas as sugestões de trabalhos futuros.

II. OBJETIVO

Esta tese tem como objetivo principal a aplicação do modelo matemático mecanicista da cominuição na predição de resultados de britagem em britadores de impacto de eixo vertical.

Neste trabalho é utilizado o método de elementos discretos (DEM). Esse método possibilita literalmente ver o funcionamento do VSI em tempo real, mesmo que idealizado. Com ele busca-se obter uma melhor compreensão da forma de funcionamento do VSI, e principalmente entender como o equipamento aplica energia às partículas.

III. MECANISMOS DA COMINUIÇÃO

A fratura das partículas é o processo elementar que governa a cominuição. Entender como isso ocorre é indispensável para o desenvolvimento das técnicas de redução de tamanho. Além disso, a cominuição de partículas frágeis é um processo complexo que, até o momento, não teve boa resposta ao tratamento teórico quantitativo. Apesar do esforço de investigação que tem sido dedicado a este tema há mais de um século (Tavares e King, 1998).

O impacto sobre as partículas provoca o aparecimento de um campo de tensões transiente, cuja magnitude depende de uma série de fatores, que incluem velocidade de impacto, tamanho das partículas, propriedades dos materiais, geometria do contato (Tavares, 2007). Como também o formato das partículas (Unland e Al-Khasawne, 2009). A resposta do material particulado ao campo de tensões é predominantemente elástica, mas há significativo comportamento inelástico. Isto acontece principalmente nas pontas do crescimento das trincas, que é o local no qual grande quantidade de energia é dissipada quando ocorre a fratura.

Entender como ocorre a dissipação da energia elástica armazenada na extremidade da trinca é de vital importância para os equipamentos de cominuição industriais (Tavares e King, 1998). A cominuição das partículas pode ser descrita pela energia de fratura específica e pelo limite de resistência das partículas. O limite de resistência depende das características do material, da quantidade de micro trincas que se propagam quando a partícula está sob carregamento e do estado de tensão ao qual partículas são submetidas.

De forma simplificada pode-se considerar que partículas podem ser fragmentadas por três tipos de mecanismos: atrição, clivagem e fratura desintegrativa (King, 2001). King define a atrição somente pelo tamanho dos seus produtos. Assim na sua definição a abrasão, a atrição e o lascamento são englobadas em um mesmo mecanismo.

Na literatura pode-se observar que alguns autores distinguem entre a atrição, a abrasão e o lascamento pelo tamanho de seus produtos, pelo ângulo do contato ou pela quantidade de energia aplicada. A fragmentação por atrição seria aquela resultante dos contatos tangenciais de baixa energia. Enquanto que a fragmentação por abrasão pode ser definida como aquela resultante dos contatos normais de baixa energia. O lascamento seria aquela fragmentação que ocorre pela aplicação de esforços tangenciais de alta magnitude (energia). Conforme mencionado previamente, alguns autores, como King, distinguem esses mecanismos exclusivamente pela

forma da distribuição das partículas geradas na fragmentação. Neste caso a atrição, abrasão e o lascamento teriam as suas distribuições granulométricas semelhantes, e com o núcleo da partícula preservado.

Se a energia disponível é muito maior que a mínima necessária para a fratura, o processo de fragmentação consistirá de etapas sequenciais nas quais a fratura ocorre da forma desintegrativa. Nesse caso a partícula inicial é fraturada, e as partículas resultantes continuam a ser fraturadas até que toda energia disponível seja dissipada. Esse tipo de fragmentação gera partículas de tamanhos muito variados.

Quando a energia disponível não for suficiente para gerar fraturas múltiplas e a partícula inicial apresentar superfícies preferenciais para o deslocamento da trinca, a fratura pode ocorrer pelo mecanismo da clivagem. A fratura por clivagem gera partículas com tamanho próximo a partícula mãe e com uma quantidade limitada de finos. Esquemáticamente os diferentes modos de fragmentação são ilustrados na Figura III-1.

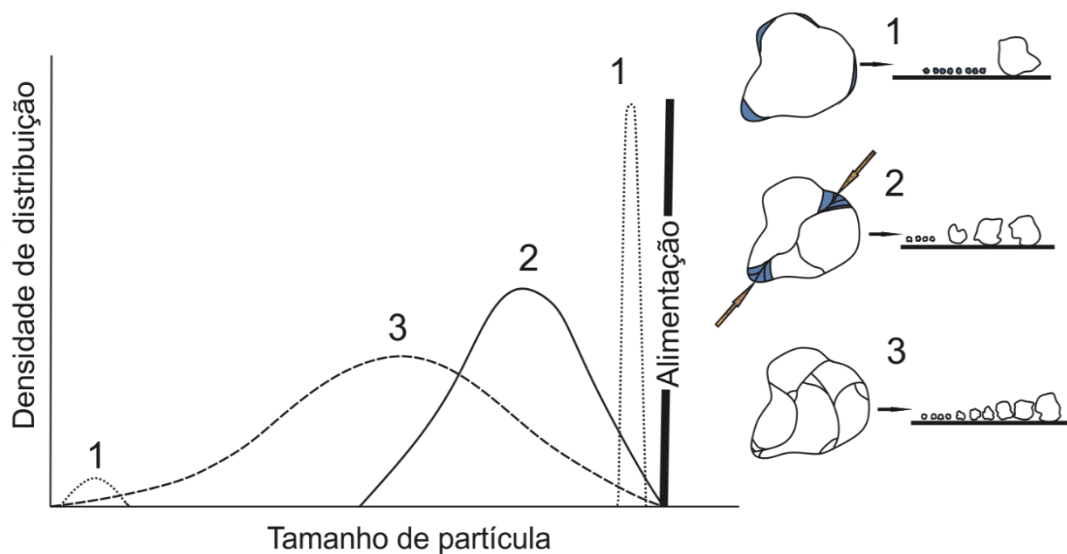


Figura III-1 Distribuições granulométricas resultantes dos diferentes mecanismos de fragmentação de partículas individuais: 1) Atrição, 2) Clivagem e 3) Desintegrativa

III.1 Fragmentação de partículas

A quebra de partículas pode ser definida como o processo pelo qual a energia aplicada em um evento provoca a perda de massa em uma partícula original (ou mãe) gerando também partículas filhas de menor massa. O processo de fragmentação das partículas pode ocorrer de duas maneiras distintas: pela quebra interparticular e pela quebra de partículas individuais (Evertsson e Bearman, 1997). Além disso, os ensaios laboratoriais para caracterização da quebra podem ser classificados em dois grandes grupos que são baseados em seu modo de quebra primário: tamboramento e impacto/compressão (Shi *et al.*, 2009). Dos tipos de fratura, a interparticular ocorre quando uma partícula apresenta por todo o seu entorno diversos pontos de contato com outras partículas vizinhas. Essa situação é evidenciada quando ocorre a compressão de um leito de partículas. Nem todas as partículas envolvidas nesse modo de quebra sofrem fratura, mas todas que alcançam o limite de tensão crítico são fragmentadas.

Os métodos de quebra de partículas individuais podem ainda ser classificados de acordo com o número de pontos de contato com a partícula e a forma como o carregamento é executado. Três tipos de carregamento podem ser utilizados nesses estudos (Figura III-2): carregamento compressivo lento e controlado (uniaxial), impacto duplo e impacto individual.

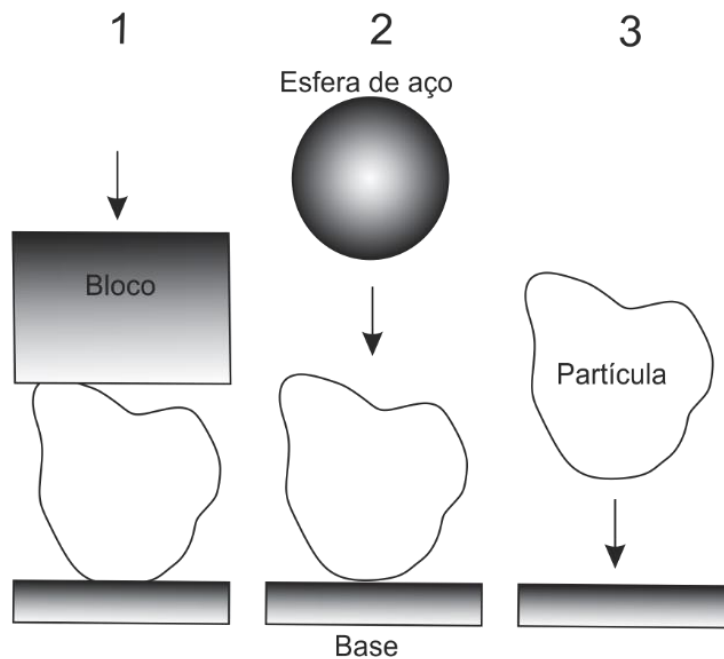


Figura III-2 Modos de carregamento para os ensaios de fragmentação com partículas individuais, 1) compressão, 2) impacto duplo e 3) impacto individual

O comportamento de fragmentação de uma partícula individual é fortemente influenciado pela forma, pelo tamanho e também pelas condições de carregamento das partículas (Tang, 2001). Para Unland (Unland e Al-Khasawneh, 2009), que realizou diversos experimentos avaliando a influência da forma da partícula, as diferenças no comportamento de fratura das partículas são válidas, pois a forma de aplicação de energia, e os tempos de contato mudam com o formato da partícula.

A energia de fratura não depende somente das características fragmentativas do material e do tamanho da partícula, mas também do número e concentração de trincas presentes. Partículas do mesmo material podem apresentar energias de fratura totalmente diferentes em virtude do número e da distribuição de micro trincas nas partículas (Tavares, 1997). A Figura III-3 mostra este fato, pois quanto menor o tamanho de partícula, maior é a energia necessária para fragmentá-la. Isso pode ser explicado, pois quanto menor o tamanho da partícula menor é a probabilidade da existência de trincas ou micro trincas. Esse comportamento evidencia que a transição do comportamento elástico para plástico conforme o tamanho das partículas diminui (Schönert, 1972; Tang, 2001). Conclui-se então que quanto menor for o tamanho da partícula mais tenaz ela será.

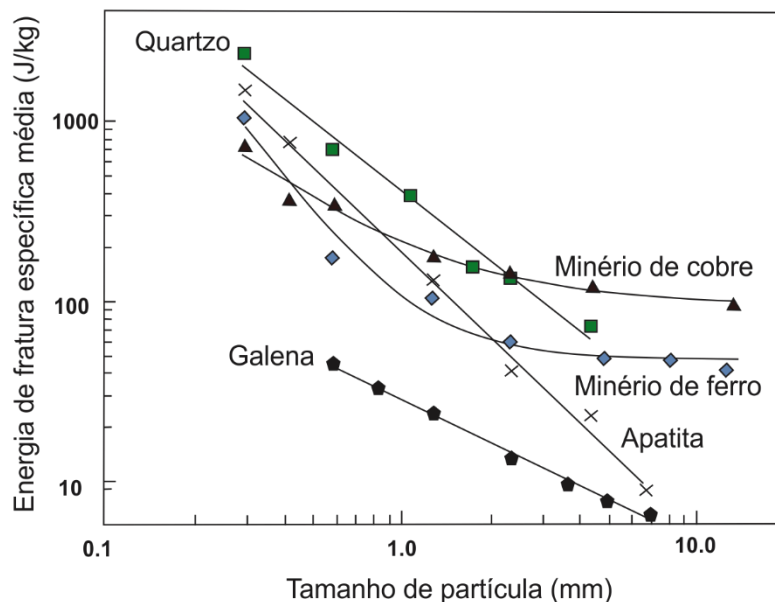


Figura III-3 Energia específica de fratura em função do tamanho da partícula (com base em Tavares, 1997)

Um exemplo do aumento de resistência em função do tamanho da partícula está demonstrado no trabalho de Schönert (Schönert, 1972). No qual esferas de vidro foram submetidas à compressão e o valor da tensão de ruptura mostrou um aumento significativo. A variação foi de 382 kPa para 2943 kPa, quando o diâmetro das esferas foi reduzido de 100 para 10 μm , ou seja, uma relação de mais de 10 vezes no valor da tensão para uma diminuição de 10 vezes no tamanho das partículas. Tavares (Tavares e Lima, 2006) também demonstrou esse efeito por meio de medidas de resistência à fratura usando a célula de carga de impacto com amostras de rocha (Figura III-4). Através das quais claramente é observado que, quanto menor o tamanho da partícula, maior a tensão necessária para fragmentá-la.

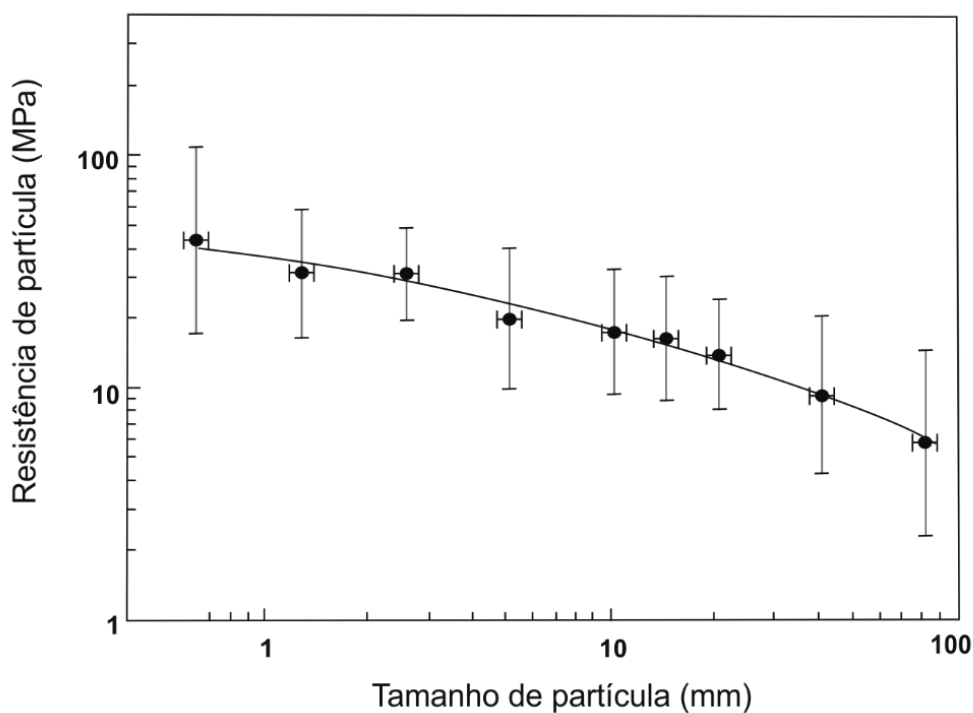


Figura III-4 Influência do tamanho na resistência de partícula para uma amostra da rocha da pedreira Vigné-RJ; símbolos: medianas; barras de erro: intervalo de confiança 90% (com base em Tavares e Lima, 2006)

Conforme destacado em estudos de fratura de partículas individuais por impacto simples, a probabilidade de quebra de uma partícula depende da energia específica de impacto e, portanto, da sua energia cinética em uma colisão, como pode ser verificado na Figura III-5 (Tavares, 1997). Nela é mostrada a distribuição granulométrica de uma mesma classe de tamanhos de partículas

com vários níveis de energia de impacto. A energia de fratura de uma partícula irá depender também da orientação dessas em relação às forças que atuam sobre a mesma.

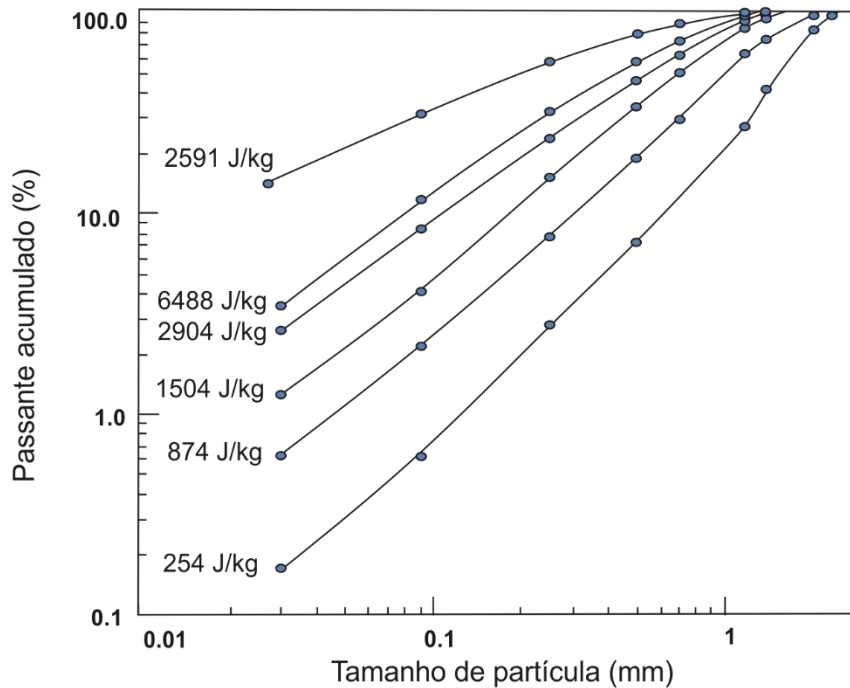


Figura III-5 Efeito da energia quando aplicada ao produto das partículas, com tamanho entre 2,0 e 2,8 mm, para diferentes energias de impacto (com base em Tavares, 1997)

Na visão mecanicista de modelamento do processo de cominuição, que é a visão de pesquisa do LTM, se faz necessário que os modos de fratura aplicados no processo e as propriedades das partículas sejam representados pelos ensaios com partículas individuais. Métodos como o de Bond, por exemplo, no qual é analisado um processo de forma global, deverá ter dificuldades de dar uma resposta adequada para projetos que necessitem ser escalonados. Ou seja, no método de Bond não se tem uma avaliação qualitativa de qual fenômeno ou modo de fratura contribui com importância no processo.

O desacoplamento dos fenômenos e processos, como sugere o modelo mecanicista, poderá ser capaz de representar desde ensaios simples até equipamentos em escala. Neste método de trabalho na qual cada contribuição é avaliada, entende-se a necessidade de se modelar os modos de quebra. Estes podem estar dentre: a quebra volumétrica e a quebra superficial (Figura III-6). A quebra volumétrica engloba a fratura de partículas individuais como também em leitos de

partículas. Já a quebra superficial: a atrição, abrasão e o lascamento. Também são considerados efeitos cumulativos como o dano por exemplo.

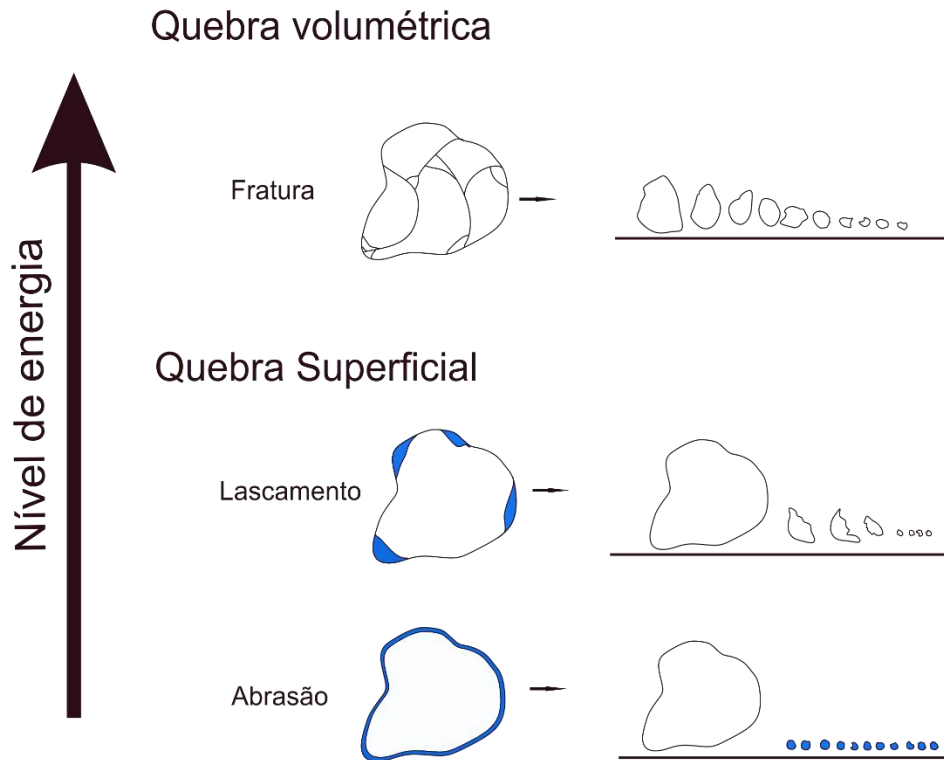


Figura III-6 Esquema representativo da quebra superficial e volumétrica e seus produtos

Para se medir essas características são desenvolvidos métodos que procuram representar o mais próximo possível o que acontece em um determinado equipamento. Por esse motivo ao longo da história foram desenvolvidos vários tipos de ensaios com essa intenção.

III.2 Ensaios de quebra individual

Estima-se que, em 2006, empresas de mineração investiram mais de três milhões de dólares somente em ensaios de caracterização de quebra de partículas individuais (Shi *et al.*, 2009). Uma série de dispositivos para ensaios de quebra por impacto tem sido desenvolvida para pesquisa em cominuição e uso comercial. Isso demonstra o interesse que existe em compreender melhor esse

processo e sua utilidade para auxiliar os processos produtivos. Na sequência são apresentados os métodos que são de interesse neste trabalho.

III.2.1 Ensaio de Queda de peso (DWT)

É um dos métodos mais simples e dos mais utilizados para investigar as características de fragmentação das partículas e também o consumo de energia. No ensaio de queda de peso (*Drop Weight Test - DWT*), uma partícula é colocada sobre uma superfície rígida e sofre o impacto de um peso em queda a partir de uma altura conhecida. Os fragmentos então são recolhidos e analisados por peneiramento. Pela análise dos fragmentos produzidos por aplicação de várias energias, é possível determinar a relação entre a energia fornecida e a distribuição granulométrica do produto. A variação da energia aplicada pode ser realizada pela variação da massa do peso ou sua altura. A tendência é que o grau de quebra será proporcional à energia aplicada (King, 2001).

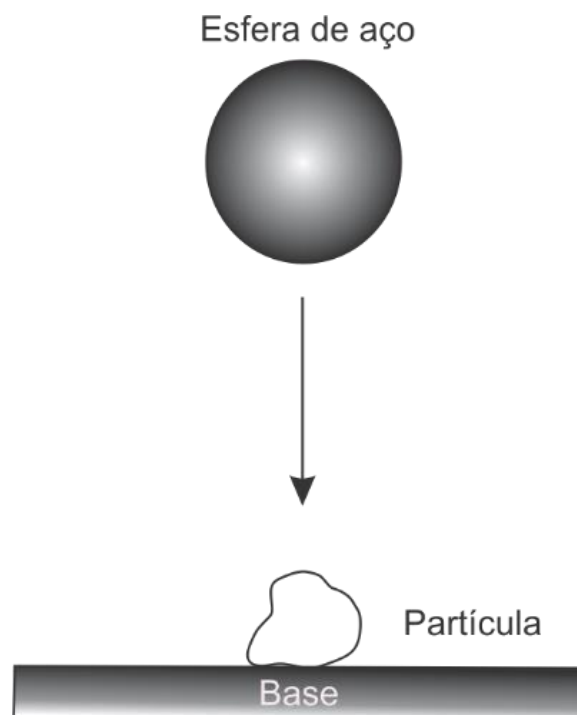


Figura III-7 Esquema representativo do ensaio de queda de peso (King, 2001)

As relações de massa e energia desse ensaio podem ser utilizadas para a construção de uma função conhecida como função quebra que procura determinar o produto da quebra de um minério quando submetido a determinada energia. Essa função é muito importante nos processos de

cominuição por descrever a partir de um evento, a quebra primária e como estão distribuídas no produto de quebra. Na Figura III-8 é mostrado um exemplo de uma função de quebra na forma acumulada.

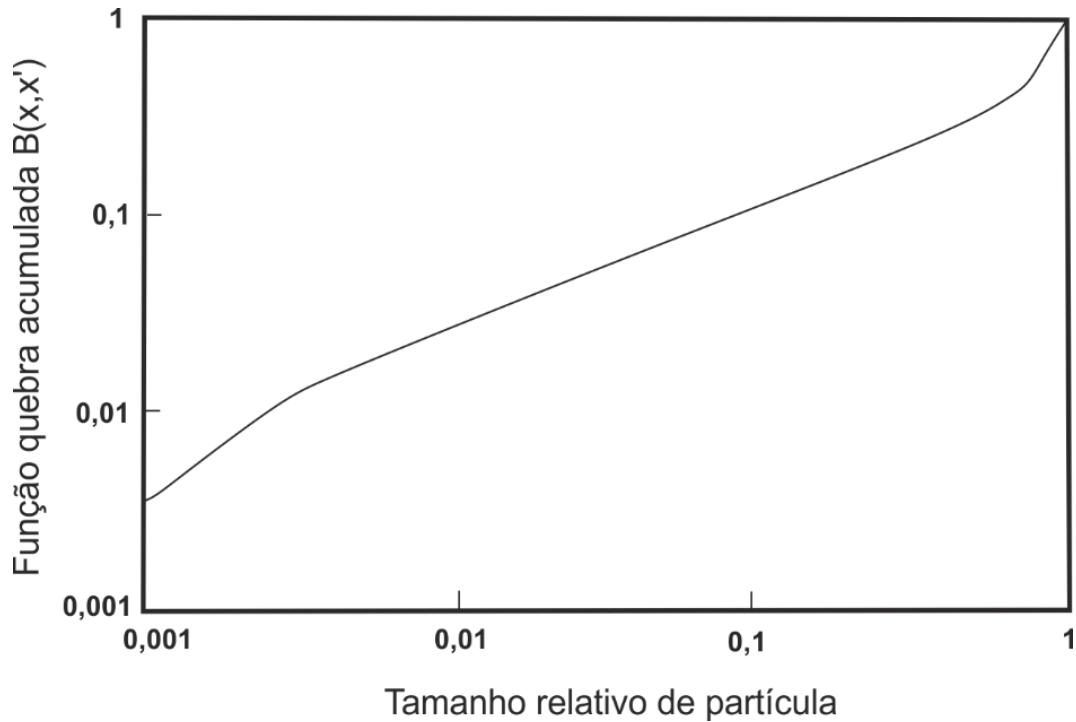


Figura III-8 Exemplo de uma função de quebra típica (com base em Carvalho 2009)

A forma da função de quebra para quebra individual pode ser realizada de forma empírica com bom grau de confiabilidade. Na Equação III-1 é mostrada a equação proposta por Austin (Austin et al, 1984) para descrever a população de partículas. Austin considera que dois tipos de fragmentos podem ser gerados durante a quebra, e essas duas populações podem ser representadas por esta equação.

$$B(x; x') \propto \left(\frac{x}{x'} \right)^{n_i}$$

Equação III-1

para cada população haverá um valor de n_i , logo:

$$B(x; x') = \phi \left(\frac{x}{x'} \right)^{n_1} + (1 - \phi) \left(\frac{x}{x'} \right)^{n_2} \quad \text{Equação III-2}$$

Os valores de n_i representam o que pode ocorrer em função da tensão que causa a fratura, sendo por impacto ou compressivo. O primeiro termo da Equação III-2 representa a geração de finos da quebra e ϕ é a fração dos produtos de quebra da fração fina.

Outra forma de representar a função quebra empiricamente é fazendo a correlação da quebra com a energia aplicada, como visto na Figura III-9. Narayanan (Narayanan e Whiten, 1988) mostrou que a distribuição dos produtos de quebra poderia ser representada por curvas chamadas de t_n . As curvas representam a percentagem passante na abertura da peneira equivalente ao tamanho de partícula original, dividido pelo índice n .

$$t_n = P\left(\frac{d_0}{n}\right) \quad \text{Equação III-3}$$

O valor de n expressa a quantidade de partículas menores do que $1/n$ do seu tamanho original. O valor de n mais importante é conhecido como t_{10} (n igual a 10). Ele é importante, pois pela análise do t_{10} dos valores de uma distribuição é possível determinar o nível de fragmentação da partícula original.

O parâmetro t_{10} pode ser ajustado ao correlacionar a energia de impacto aplicada as partículas e a quantidade de fragmentação gerada, com uma curva exponencial (Equação III-4). A Figura III-9 mostra os dados de um ensaio com o DWT, nele foram utilizados três níveis de energia (Ecs) para um minério de uma classe de tamanho.

$$t_{10} = A(1 - e^{-b Ecs}) \quad \text{Equação III-4}$$

Ainda na Equação III-4, os termos A e b , são parâmetros de ajuste do modelo e são relacionados a susceptibilidade à fragmentação de uma rocha. Quando o produto $A*b$ possui um valor baixo, indica que a rocha pode ser considerada dura ou tenaz.

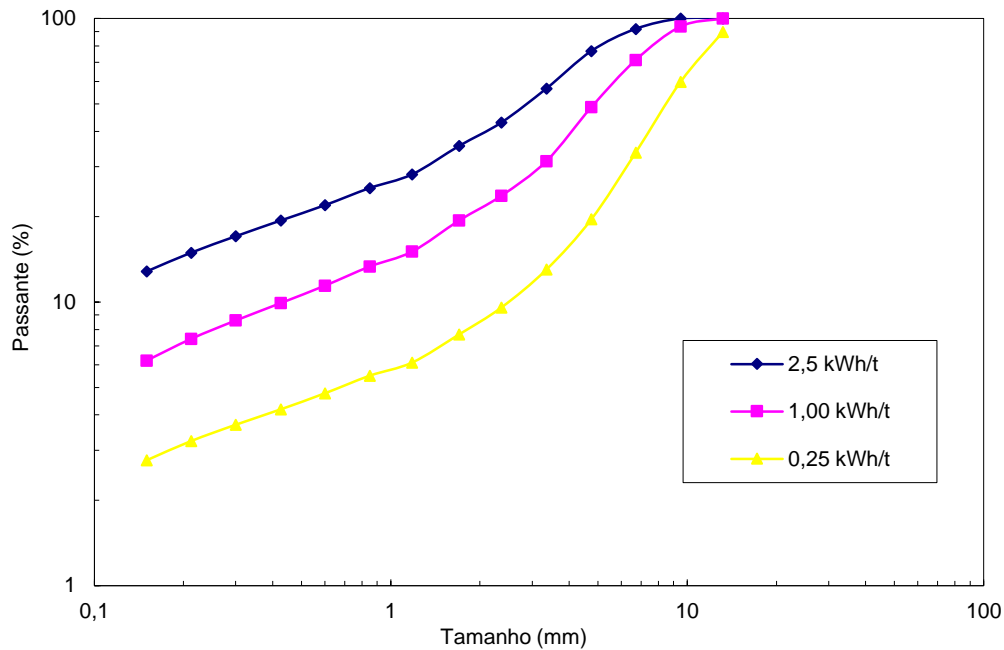


Figura III-9 Distribuições de tamanho do DWT para a rocha da pedreira Pedra Sul 16x13,2 mm para diferentes níveis de energia

O ensaio de DWT é influenciado inicialmente pela energia absorvida pela partícula durante o impacto, sendo também dependente do tamanho da partícula. A relação t_{10} e Ecs descreve o efeito da energia aplicada na quebra, mas essa relação não é suficiente para que se possa calcular a função quebra inteira. Para isso, foi proposto correlacionar t_{10} com vários t_n de forma ser possível descrever a função quebra inteira com coordenadas de tamanhos (d_0/n). Assim é possível representar a mesma distribuição contida na Figura III-9, com o uso de um conjunto de polinômios de *splines* cúbicas para interpolar essas curvas t_{10} versus t_n , como pode ser visto na Figura III-10. A essa interpolação dá-se o nome de *appearance function* que é considerada ainda independente das características do minério.

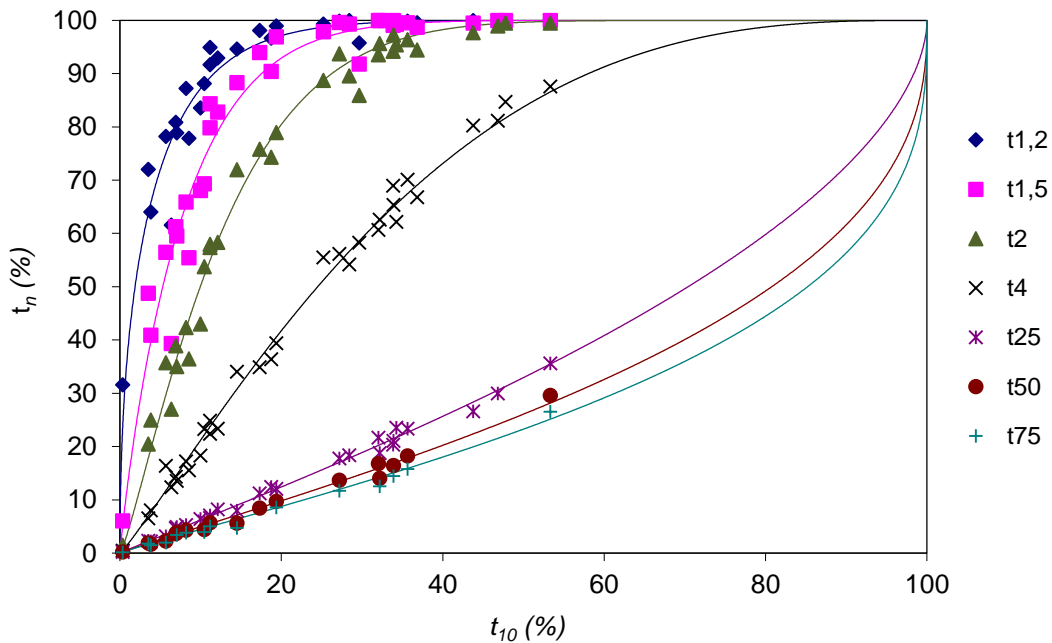


Figura III-10 Curvas t_{10} vs t_n , para os dados apresentados na Figura III-9, no qual os dados (pontos) são ajustados por splines cúbicas (linhas)

Cada linha da Figura III-10 é traçada em relação a um t_{10} e assim permite reconstruir totalmente a distribuição dos tamanhos de partícula na forma percentual cumulativa passante. A grande vantagem dos ensaios de queda de peso é a possibilidade de determinar a energia necessária para fragmentação da partícula. Porém não é possível determinar a fração de energia realmente utilizada na fragmentação (Narayanan, 1986).

III.2.2 JKRBT

O JKMRC recentemente desenvolveu um equipamento de análise da quebra de partículas individuais para caracterização da energia de fratura (Shi *et al.*, 2009). Este equipamento utiliza a energia cinética para fraturar as partículas das rochas, sendo uma alternativa viável para auxiliar a análise da cominuição.

O equipamento é chamado de *Rotary Break Tester* (RBT), também chamado de JKRBT. O JKRBT tem funcionamento similar ao VSI. O seu sistema composto por um rotor-estator com quatro guias radiais, com bigornas nas laterais, um alimentador vibratório e uma unidade de controle de operação. Contudo, os VSIs são empregados apenas para a redução da dimensão das

partículas, e não para a caracterização da fragmentação. Neles não há forma de medir precisamente a quantidade de energia aplicada no processo com controle ou com alguma forma de medição.

Partículas de tamanho restrito (monotamanho) são alimentadas no rotor através de um alimentador vibratório e são distribuídos aleatoriamente em uma das guias de orientação. As partículas são aceleradas e projetadas do rotor e o impacto acontece nas bigornas no redor da carcaça. Após a quebra, o produto é coletado para análise em um recipiente localizado abaixo do rotor. O objetivo do desenvolvimento do JKRBT foi o de criar um equipamento prático, com resultados de análises mais rápidas do que os ensaios convencionais como o DWT. Isso se deve ao fato que o equipamento não exige nem posicionamento de partícula manualmente e nem pesagem como é feito na maioria dos equipamentos descritos anteriormente, tornando o processo mais simples e rápido.

Trabalhos de modelagem de britadores martelo (Shi *et al.*, 2003) e britadores VSI (Kojovic, 1996; Djordjevic *et al.*, 2003) consideraram que estas máquinas podem ser modeladas a partir da sua característica principal de operação: a projeção de partículas de rocha em alta velocidade.

Isso permitiria simulações para avaliar o efeito da velocidade do rotor, por exemplo. E essas simulações seriam realizadas apenas com a concepção básica da máquina e características da rocha. Isto sugere que as características das rochas podem ser inferidas a partir de seus produtos. Se a quantidade de energia aplicada no processo for perfeitamente controlada e medida. Dessa maneira, se torna possível a análise da energia necessária para a fragmentação das rochas nesse tipo de equipamento. A energia aplicada por esse sistema pode ser calculada como descrito na seção IV.2, sendo similar à Equação III-5. A diferença é a utilização de uma constante H que é relacionada com a eficiência da transferência da energia do rotor para a partícula.

$$E_{cs} = 3,046 \cdot 10^{-6} H^2 R_v^2 w^2 \quad \text{Equação III-5}$$

Essa constante H é relativa ao projeto do equipamento e controla a velocidade de impacto máxima possível para uma dada velocidade do rotor e um conjunto de condições operacionais (Shi *et al.*, 2009). Para a calibração de H foram utilizadas medidas de uma câmera de alta velocidade com 32.000 *fps* (*frames per second* ou quadros por segundo) para rochas de diferentes tipos, tamanhos, formatos e massas específicas ensaiadas a diferentes velocidades do rotor. O

valor dessa constante, estimado durante a avaliação, mostrou que a transferência de energia cinética do rotor para a partícula nunca chega a 100%, tendo valores para algumas rochas especificamente entre 85 e 95%.

Observou-se que a velocidade do rotor é a variável que mais influencia o valor da constante H . Um aumento da velocidade do rotor implica em aumento no valor de H de forma não linear. A constante essencialmente representa a influência do atrito, que é proporcional à massa da partícula e à velocidade do rotor.

O tamanho de partícula também influencia a constante H , sendo que, para partículas maiores o valor de H é maior. Logo, existe a necessidade de estabelecer um valor de H para cada tamanho de partícula. Ensaios comparativos com ensaios em DWT foram realizados, podendo ser vistos na Figura III-11, que mostram boa correspondência entre eles.

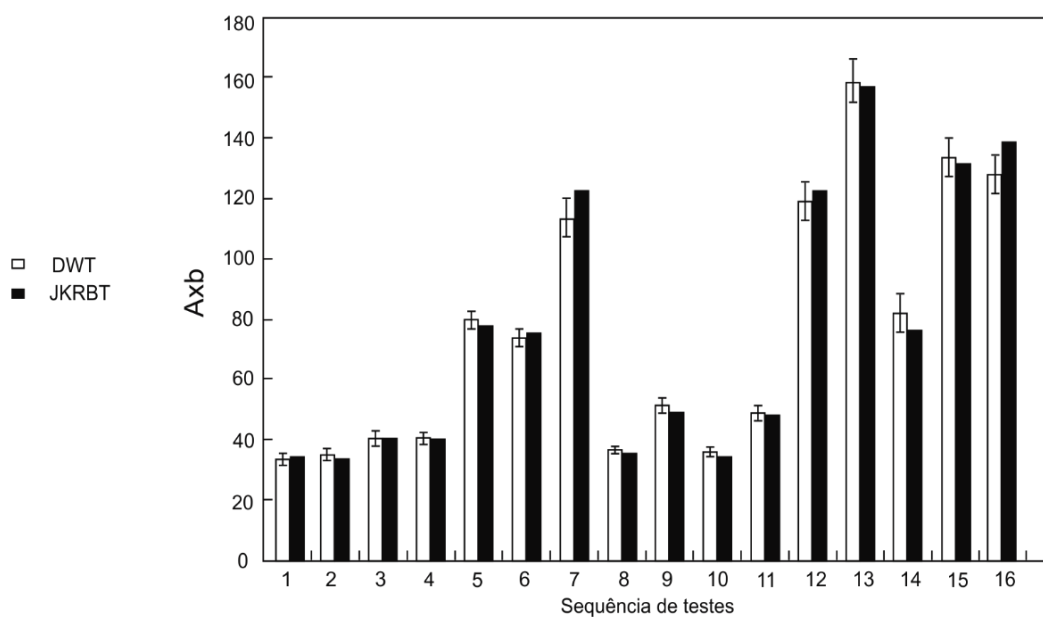


Figura III-11 Comparação dos parâmetros da característica de fratura A_{xb} (Equação V-8). Determinados por DWT e RBT para 16 minérios diferentes, e com barras de erro de 10% (com base em Shi *et al.*, 2009)

As características principais do equipamento de quebra rotativo são:

- A caracterização rápida da quebra de partículas;
- A capacidade de processar grandes quantidades de amostra, permitindo que um conjunto estatisticamente mais válido seja obtido que em ensaios de DWT;
- A energia específica pode ser medida e precisamente controlada porque a energia específica de impacto, pelo conceito do sistema, é independente da massa da partícula;
- O sistema pode trabalhar com partículas grossas ou finas, proporcionando altas energias para ambas;
- O equipamento possui boa reprodutibilidade de resultados.

Os resultados de análise para vários minérios utilizando o JKRBT e o DWT são importantes. Apesar dos diferentes mecanismos de impacto utilizados pelos equipamentos comparados, existe semelhança nos resultados. As diferenças no valor de A_{xb} indicadas na Figura III-11 podem ser consideradas marginais. Isso indica que o uso dos dados do DWT para modelagem do VSI é válido.

III.2.3 Célula de Carga de Impacto (CCI)

A Célula de Carga de Impacto (ou Célula de Carga Ultra Rápida, UFLC do inglês *Ultrafast Load Cell*) que foi desenvolvida no *Utah Comminution Center*. Ela consiste de uma barra de aço carbono verticalmente orientada, instrumentada com quatro sensores de deformação, como podem ser vistos na Figura III-12.

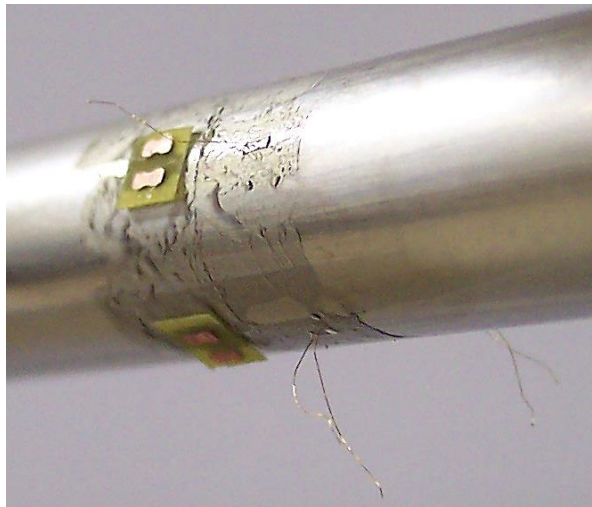


Figura III-12 Montagem dos sensores de deformação (strain gauges) na barra de aço carbono da CCI de 9 mm

A CCI tem como base os ensaios de queda de peso e barra de pressão Hopkinson (Figura III-13), e permite quantificar a energia consumida no evento de quebra de uma partícula. Ela oferece resultados análogos àqueles obtidos em ensaios realizados em prensas hidráulicas. Utiliza uma quantidade menor de partículas e energias mais elevadas, e com um tempo de resposta menor. Além da energia mínima de fratura, é possível determinar a resistência da partícula, a rigidez e a energia absorvida pela partícula durante todo o evento de quebra (Tavares, 1997).

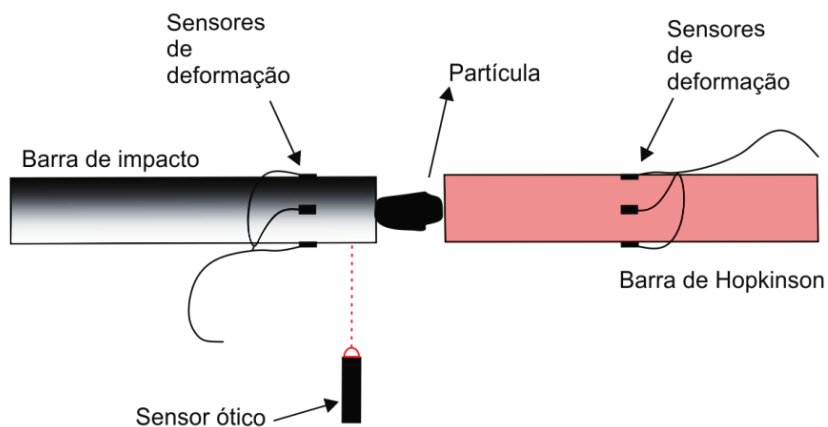


Figura III-13 Ilustração do esquema de uma Barra de Hopkinson

Na execução do ensaio, a partícula é posicionada sobre a barra e um objeto (bola, placa), com massa conhecida, é lançado em queda livre de uma altura previamente determinada, colidindo contra a partícula. Isso faz com que as ondas de choque se propaguem descendo pela barra. No conjunto existe um computador com uma placa de aquisição de dados que recebe a informação da barra instrumentada (Figura III-14).

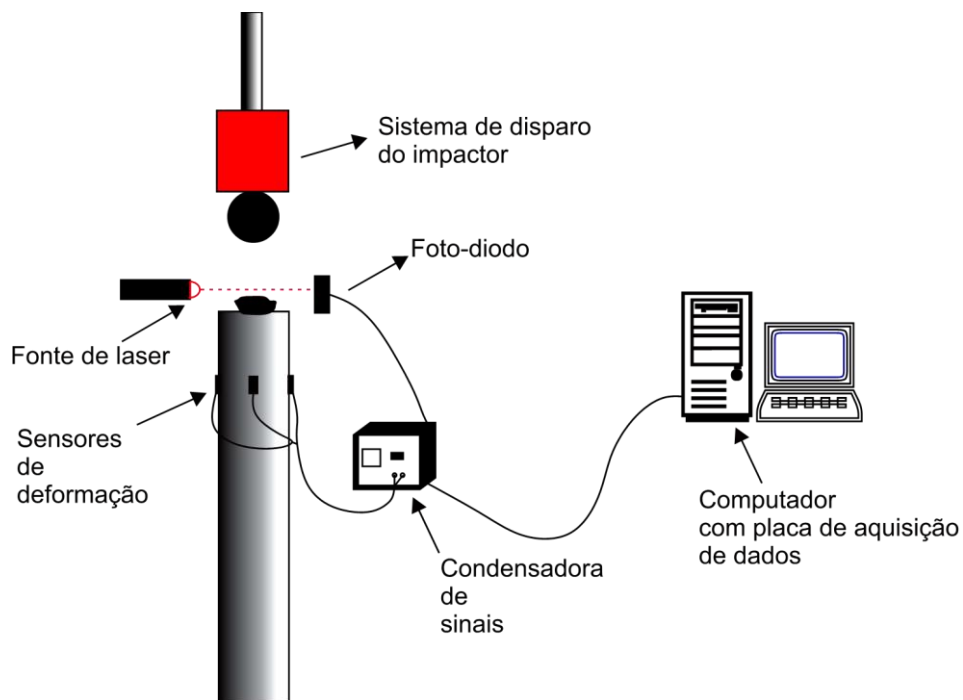


Figura III-14 Esquema do dispositivo da célula de carga de impacto (com base em Tavares, 2007)

Durante a queda, o impactor (bola ou placa) aciona um sistema de gatilho, que dá início à aquisição de dados na placa de captura. Assim é medida a força transmitida à barra. Os dados capturados pela placa são utilizados para gerar um perfil força-tempo, que é mostrado na Figura III-15. Esses dados mostram que a variabilidade da energia de fratura é significativa, pois partículas de uma mesma classe como mostrado, apresentam diferentes perfis que representam a sua resistência.

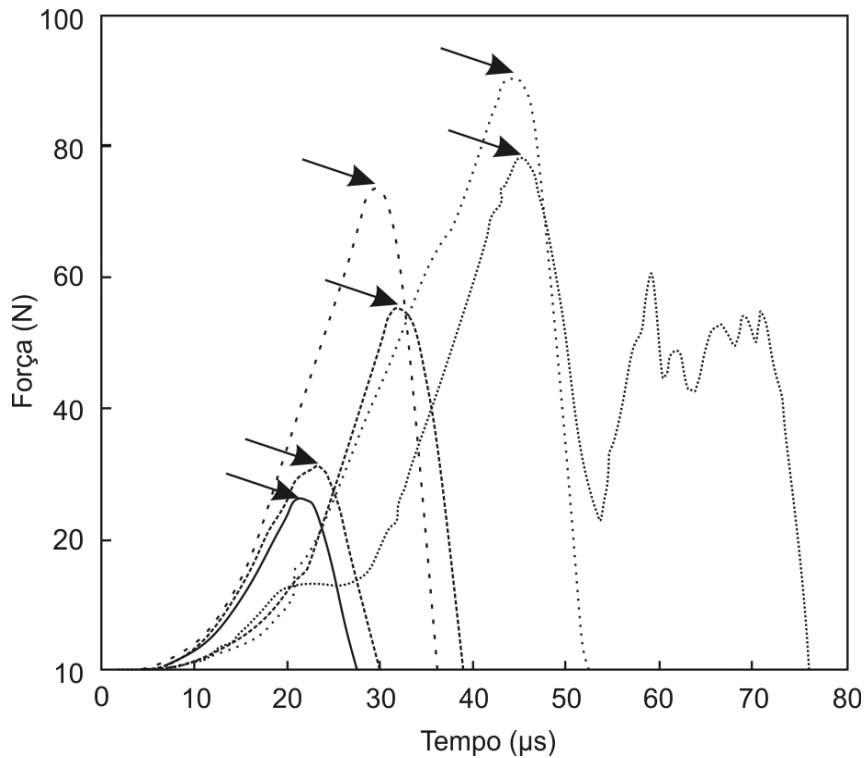


Figura III-15 Perfil força-tempo produzido por amostras de quartzo de 1,00x1,18 mm impactadas por uma bola de aço pesando 0,0283 kg com velocidade de 1.16 m/s. As setas indicam o instante no qual a fratura ocorreu (com base em Tavares e King, 1998)

A caracterização de uma rocha é feita pelo ensaio de dezenas de partículas e para cada uma é calculado um perfil força-tempo. A Figura III-16 mostra o resultado da análise de uma rocha com a distribuição de energias de fratura para cada classe de tamanho de partícula. Pode-se notar também nessa figura que a distribuição da energia de fratura pode aumentar em função do tamanho de partícula. Essas distribuições podem ser modeladas pela Equação III-6 proposta por Tavares e King (Tavares e King, 1998).

$$F_j(E_m) = \frac{1}{2} \left[1 + \operatorname{erf} \left(\frac{\ln E_m - \ln E_{m50,j}}{\sqrt{2\sigma_j^2}} \right) \right] \quad \text{Equação III-6}$$

na qual $E_{m50,j}$ é a mediana da distribuição, σ_j^2 é a variância da distribuição e E_m é a energia específica. O termo $E_{m50,j}$ é a energia necessária para fragmentar 50% das partículas no tamanho de classe j em um impacto único. E_m é a razão entre a energia de colisão e a média da massa das partículas na classe de tamanho j .

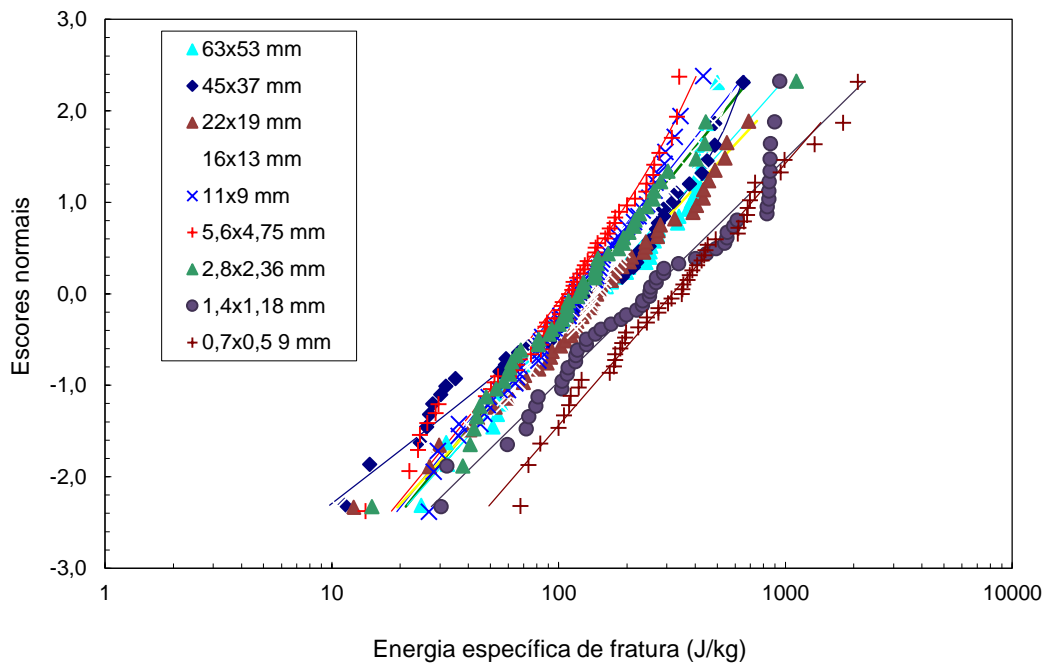


Figura III-16 Distribuição das energias de fratura para a rocha da pedreira Pedra Sul. Cada símbolo representa um único teste de impacto conduzido sobre uma partícula individual. As linhas são ajustes lognormais utilizando a Equação III-7

A Equação III-6 pode ser simplificada pela representação por uma equação log-normal superior truncada, ficando da forma apresentada na Equação III-7.

$$F(E) = \frac{1}{2} \left[1 + \operatorname{erf} \left(\frac{\ln E^* - \ln E_{50}}{\sqrt{2\sigma^2}} \right) \right] \quad \text{Equação III-7}$$

e sendo;

$$E^* = \frac{(E_{\max} E)}{E_{\max} - E} \quad \text{Equação III-8}$$

na qual, E_{50} é a mediana da energia específica de fratura e σ é o desvio padrão da distribuição, E_{\max} é a energia de truncamento superior.

III.3 O conceito da mecânica do dano

Pode ocorrer que a energia aplicada em uma partícula não seja em quantidade suficiente para realizar uma quebra. A energia pode ser aproveitada então na propagação de trincas e, como consequência disto, a partícula torna-se menos resistente (Tavares e King, 2002). Assim, quando a energia aplicada em uma partícula é insuficiente para causar a fragmentação, ocorrerá a diminuição da energia específica necessária para a quebra em eventos subsequentes. Tavares (Tavares, 2009) mostrou que o mecanismo baseado na propagação das trincas contidas inicialmente nas partículas é provavelmente o responsável pela quebra da partícula depois de repetidos impactos, sendo este mecanismo ilustrado na Figura III-17.

Embora possam não fraturar em um primeiro impacto, partículas contidas em uma classe de tamanho vão se tornando cada vez mais frágeis quando sujeitas a carregamentos de impactos repetitivos, devido à propagação de suas trincas internas até a superfície (Bearman *et al.*, 1997).

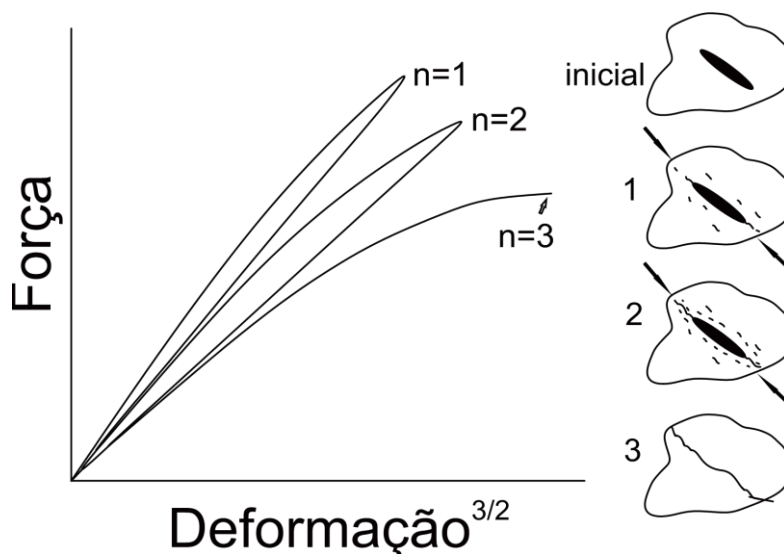


Figura III-17 Enfraquecimento de uma partícula devido ao acúmulo de dano quando submetida a impactos repetidos de baixa energia (com base em Tavares, 2009)

O efeito dessas cargas repetidas sobre as características de ruptura de materiais particulados, em caso de carregamento por impacto duplo foi demonstrado por Krogh (Krogh, 1980) e Pauw (Pauw e Maré, 1988). Krogh demonstrou que partículas de anortosito tornam-se

progressivamente menos resistentes após impactos repetitivos. Pauw utilizou impactos repetidos para determinar a melhor rota para a cominuição do quartzito. Ele mostrou que partículas da classe de tamanho 12,5x9,5mm, quando submetidas a impactos individuais, seriam eventualmente fragmentadas após 98 impactos por partícula em média. Considerando impactos de baixa energia.

Vervoorn (Vervoorn e Austin, 1990) verificaram que impactos balísticos repetitivos de cilindros de alumina sinterizados também causam o enfraquecimento dos projéteis. Nesse trabalho, foi constatado que existem essencialmente duas razões pelas quais uma partícula pode não fraturar no primeiro impacto, mas só depois da ocorrência de vários ciclos de aplicação de esforços:

- a resistência de uma partícula depende da sua orientação, de modo que vários impactos repetidos são necessários antes que uma orientação favorável relativa às falhas pré-existentes seja encontrada;
- durante os impactos repetidos, trincas pré-existentes podem ser capazes de crescer e atingir uma dimensão ou concentração críticos.

O trabalho de Tavares (Tavares, 2009) é fundamentado na teoria de contato de Hertz e tem sua forma matemática final demonstrada de forma simples:

$$E_n = E_{n-1}(1 - D_n) \quad \text{Equação III-9}$$

$$D_n = \left[\frac{2\gamma}{(2\gamma - 5D_n + 5)} \frac{E_{k,n}}{E_{n-1}} \right]^{\frac{2\gamma}{5}} \quad \text{Equação III-10}$$

Este modelo não requer que se trabalhe diretamente com as curvas tensão-deformação de cada partícula e o único parâmetro a ser ajustado é o γ . A Equação III-9 e a Equação III-10 devem ser resolvidas iterativamente por algum método numérico, de modo que a convergência em D_n é atingida em poucos passos. Para o cálculo do coeficiente γ deve ser conhecida a distribuição de energias específicas de fratura para um dado tamanho de partícula de interesse. Para isso pode-se utilizar os ensaios de fragmentação na CCI (célula de carga de impacto), integrando diretamente os perfis tensão-deformação até o instante de fratura.

O que ocorre quando uma população de partículas, que apresenta uma variabilidade na sua distribuição de energias de fratura, sofre impactos sequenciais é representado pela Figura III-18. Nesta figura são representados quatro eventos sequenciais de impacto. Inicialmente tem-se a distribuição de energias de fratura original do material contido em uma determinada faixa de tamanhos ($n=1$). Após todas as partículas receberem o primeiro impacto de intensidade $E_{k,1}$, a parte da população que possui energia de fratura menor que esta energia de impacto ($E_{k,1}$) fratura e desaparece da distribuição. Por outro lado, as partículas que não quebram sofrem o efeito de enfraquecimento que é contabilizado como dano, que é então calculado com o auxílio da Equação III-9 e da Equação III-10.

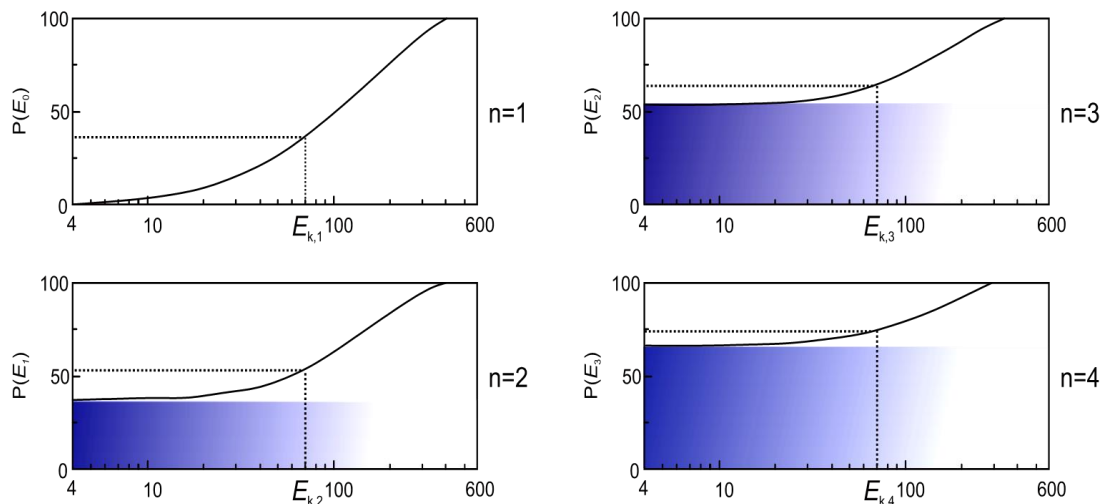


Figura III-18 Simulação de três eventos de carregamento sequenciais com energia de impacto $E_{k,n} = 70,6 \text{ J/kg}$ em todos os eventos simulados (com base em Tavares e Carvalho, 2007)

A caracterização do parâmetro do dano (γ) é feito utilizando a Equação III-7 já apresentada. A partir da distribuição de probabilidades de quebra, são realizados ensaios de impactos repetidos. No ensaio de impactos repetidos (IR) as partículas são submetidas individualmente a impactos sob um nível de energia selecionado. Isso é feito pela queda de um peso contra uma superfície plana, sendo que cada impacto sobre uma partícula é repetido até um número determinado de vezes ou até que ocorra uma quebra.

Ao final, é contabilizado o número de impactos necessários para quebrar cada partícula. A partir desta informação calcula-se a proporção de partículas quebradas para cada número de

impactos daquele nível energético. O ajuste do parâmetro do dano (γ) típico pode ser visto na Figura III-19.

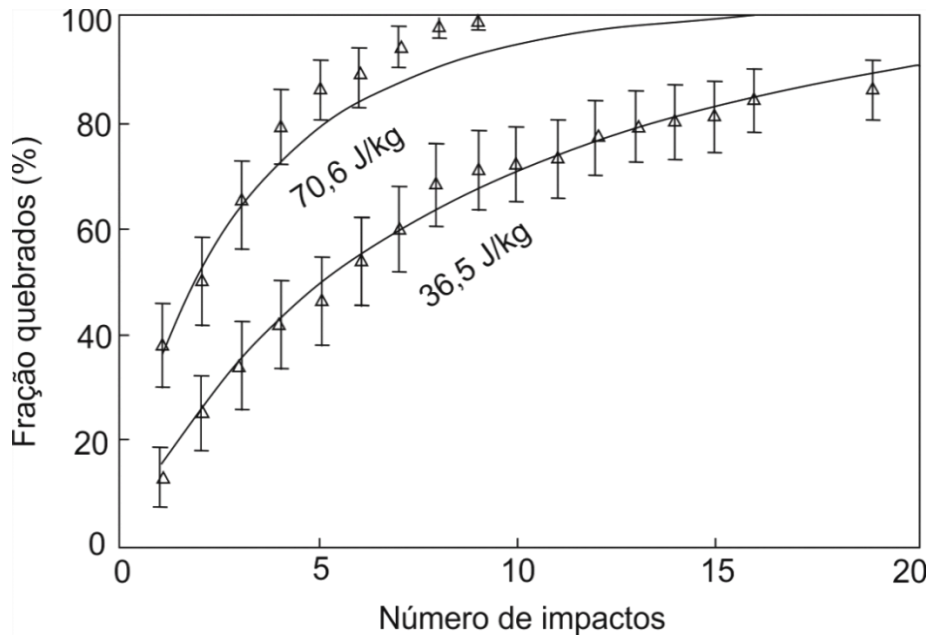


Figura III-19 Medida da fração percentual de partículas quebradas de bauxita da classe de tamanhos 45x37,5 mm. Ensaio de impactos repetidos para dois níveis de energia. São comparados na figura os dados do ensaio (símbolos) com o ajuste representado pela linha sólida (com base em Tavares, 2009)

IV. BRITAGEM POR IMPACTO

Nas últimas décadas os britadores de impacto têm sido amplamente utilizados para operações de cominuição. Esses equipamentos têm como características principais: a alta razão de redução, as partículas do produto próximas ao formato cúbico (Figura IV-1) e a facilidade do controle da distribuição granulométrica do produto (Bryan, 1992; Djordjevic *et al.*, 2003; Nikolov, 2004). Isso faz com que eles tenham sido amplamente utilizados nas indústrias mineral, alimentícia, carbonífera, cimenteira, etc (Nikolov, 2004).

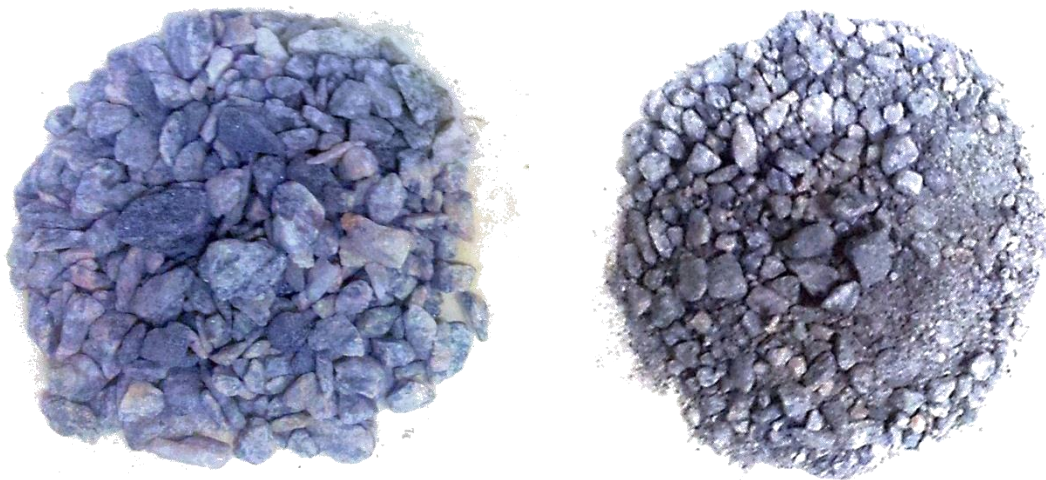


Figura IV-1 Imagens da alimentação (esquerda) e produto de um britador de impacto de eixo vertical (direita)

Existem inúmeros tipos de britadores e moinhos, cada qual com sua geometria característica. Em um mesmo tipo de equipamento a mudança no formato de uma das partes pode ter um impacto significativo nos produtos e materiais de consumo. Como exemplo pode-se citar as barras elevadoras dos moinhos, pois o perfil delas pode mudar a sua produção ou maximizar a sua utilização.

A fim de exemplificar as diferenças de funcionamento de britadores de impacto com outros tipos de equipamentos de cominuição serão descritas características básicas dos moinhos tubulares rotativos; como moinhos autógenos e semi-autógenos.

Em moinhos rotativos, existem dois mecanismos principais para redução de tamanhos. O mecanismo principal é a quebra por impacto (compressão rápida ou fragmentação volumétrica) e o outro componente é a abrasão (fragmentação superficial). Que podem variar muito em função

da velocidade, e, por conseguinte, do fluxo das partículas no equipamento. Nesses equipamentos a velocidade de impacto situa-se em torno de 10 m/s, a qual varia, aproximadamente, com a raiz quadrada do diâmetro do equipamento.

Por outro lado, a velocidade típica das partículas nos britadores de impacto é da ordem de 40-70 m/s, sendo que, atualmente algumas máquinas alcançam velocidades de lançamento de 90 m/s. Essas velocidades proporcionam níveis consideravelmente altos de fragmentação por impacto. Os níveis de fragmentação superficial ou por abrasão destes equipamentos são variáveis e também são dependentes da velocidade de operação. São considerados intensos quando se utilizam altas velocidades, diminuindo até níveis considerados mais moderados em velocidades mais baixas (Bryan, 1992).

Nos britadores por impacto, a energia é aplicada pelas partes móveis que transferem parte de sua energia cinética para as partículas das rochas em contato com elas. As tensões internas criadas nas partículas são geralmente altas o suficiente para levá-las a fraturar. Existem dois tipos básicos de britadores de impacto: os de eixo horizontal (HSI) e os de eixo vertical (VSI).

IV.1 Britadores de impacto de eixo horizontal (HSI)

Os HSI não são o tema deste trabalho, serão descritos apenas aspectos principais destes equipamentos para que seja feita a diferenciação destes dos VSI.

Esses britadores são usados em algumas situações para na produção de calcário, carvão e de agregados para a indústria da construção civil. Exemplos de britadores de impacto de eixo horizontal (*horizontal shaft impactors*) mais comuns são: o britador de impacto propriamente dito e o britador de martelos. Os quais são ilustrados na Figura IV-2.

Como o próprio nome diz, o eixo dos britadores de impacto e de martelos está posicionado horizontalmente. Esses equipamentos também podem ter várias configurações, como por exemplo: serem construídos com um (Figura IV-2) ou dois eixos (Figura IV-3), ou o sentido de rotação do eixo do britador pode ser projetado para girar em ambos os sentidos por questões de economia, etc.

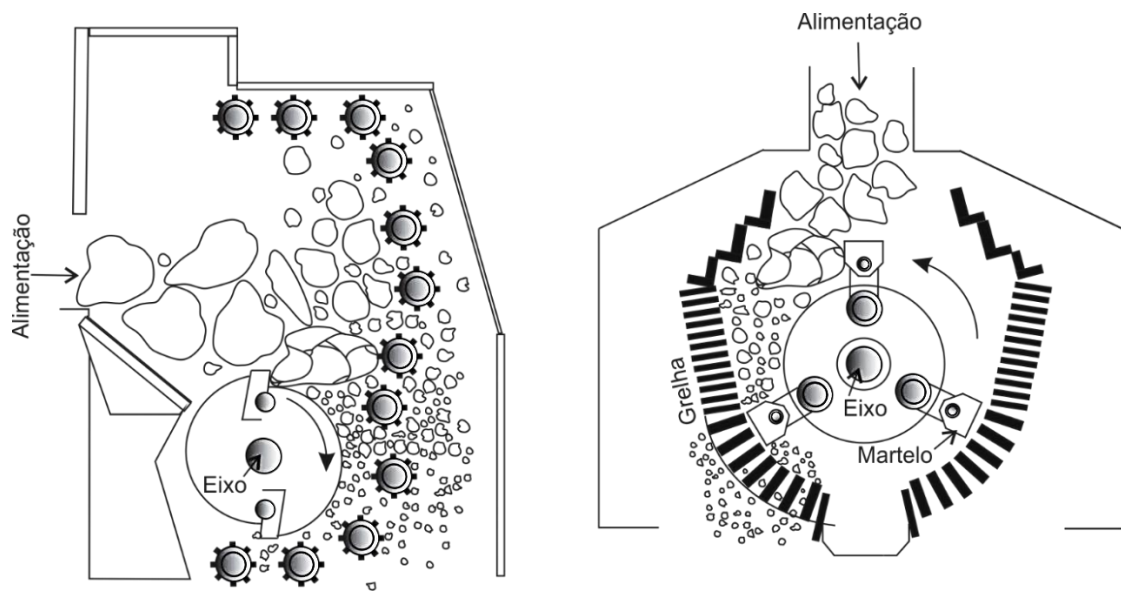


Figura IV-2 Britador de impacto (esquerda) e britador de martelos (direita)

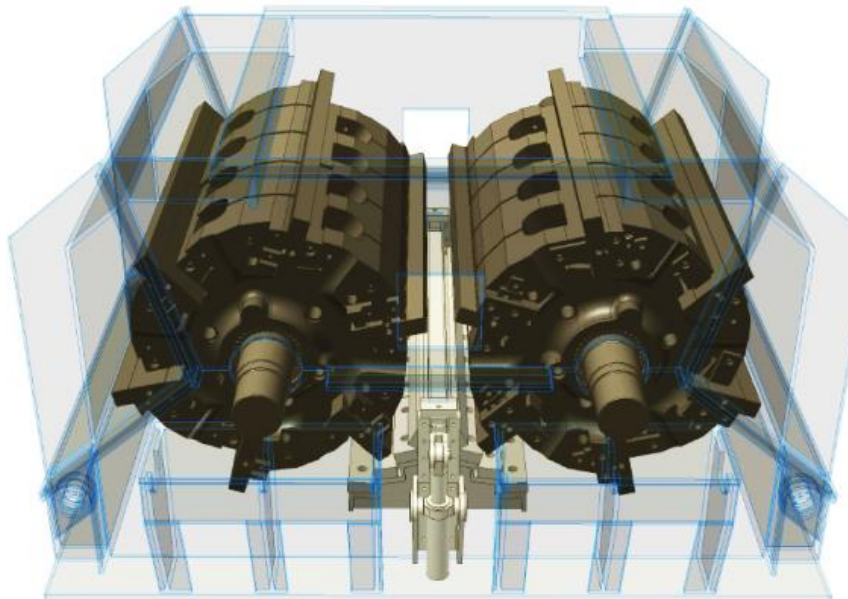


Figura IV-3 Britador de impacto de 2 eixos DOPRA® (cortesia da ThyssenKrupp)

Em britadores de impacto e de martelos a quebra se dá predominantemente pelo impacto da rocha contra os elementos do britador. Também pela sua projeção contra o revestimento (escudo), grelha interna, e pela abrasão contra a grelha.

Quando britadores de martelos apresentam grelhas (ou grade) na descarga, são também denominados de moinho de martelos. Neste texto serão denominados somente como britadores de martelo. Neles o material grosso recircula dentro da câmara de britagem até que seja cominuído a uma granulometria inferior à abertura da grelha. Assim, acaba por controlar a granulometria do produto. As aberturas da grelha podem variar da ordem de décimos de milímetros até dezenas de milímetros. Entretanto, a cominuição de materiais com elevada umidade pode representar um problema devido ao entupimento da grelha. Quando o britador não apresentar uma grelha em sua configuração o ajuste da granulometria do produto pode ser feito pela alteração da frequência de rotações do eixo, ou o espaçamento entre a ponta dos martelos e a grelha.

Britadores de impacto e de martelos são normalmente mais adequados à cominuição de materiais de baixa abrasividade, tais como calcário e carvão. Têm aplicação mais limitada no caso de materiais com dureza maior, mas podem ser otimizados para tal aplicação (Dey, 2013). Devido ao desgaste preferencial que ocorre em um lado dos martelos, a direção dos mesmos deve ser invertida durante a manutenção do equipamento. Em alguns equipamentos, como mostrado na Figura IV-2 (direita), isto pode ser feito simplesmente invertendo o sentido de rotação do motor. Esses britadores apresentam elevada capacidade e permitem atingir elevadas razões de redução com menor consumo de energia, bem como produtos com alta porcentagem de finos.

A alta velocidade de rotação de britadores de impacto, que pode chegar até 75 m/s nos martelos, faz com que esse tipo de equipamento se comporte, de certa maneira, como um ventilador centrífugo, sugando o ar junto com a alimentação e descarregando-o com o produto. Outra característica desses britadores é que a ação do impacto tende a gerar produtos com formatos aproximadamente equidimensionais, ou considerados cúbicos.

IV.2 Britadores de impacto de eixo vertical (VSI)

O VSI tem por princípio de funcionamento a projeção das partículas que são alimentadas no rotor e saem como fluxos orientados em forma radial pela ação da força centrífuga. Assim,

eles se distinguem dos britadores HSI pelo fato que o rotor apenas projeta as partículas e não aplica esforços significativos às mesmas (Cook, 1999).

A fragmentação no VSI é conseguida através de vários mecanismos de fratura, tais como: Impacto ou estilhaçamento, clivagem, atrito, e abrasão (Hamer, 1990). A velocidade de cada partícula que deixa o rotor tem velocidade considerada constante em função da velocidade do próprio rotor (Cook, 1999).

Para exemplificação da contribuição dos diversos mecanismos de fratura é mostrado um esquema representativo na Figura IV-4. Mesmo sendo meramente especulativo, é mostrado que o impacto ou estilhaçamento essencialmente reduz as partículas mais grosseiras em uma gama de produtos com poucos finos. A clivagem e atrição geram partículas filhas para todas as classes no intervalo de tamanho do produto, e a abrasão contribui somente com particulados finos (Hamer, 1990).

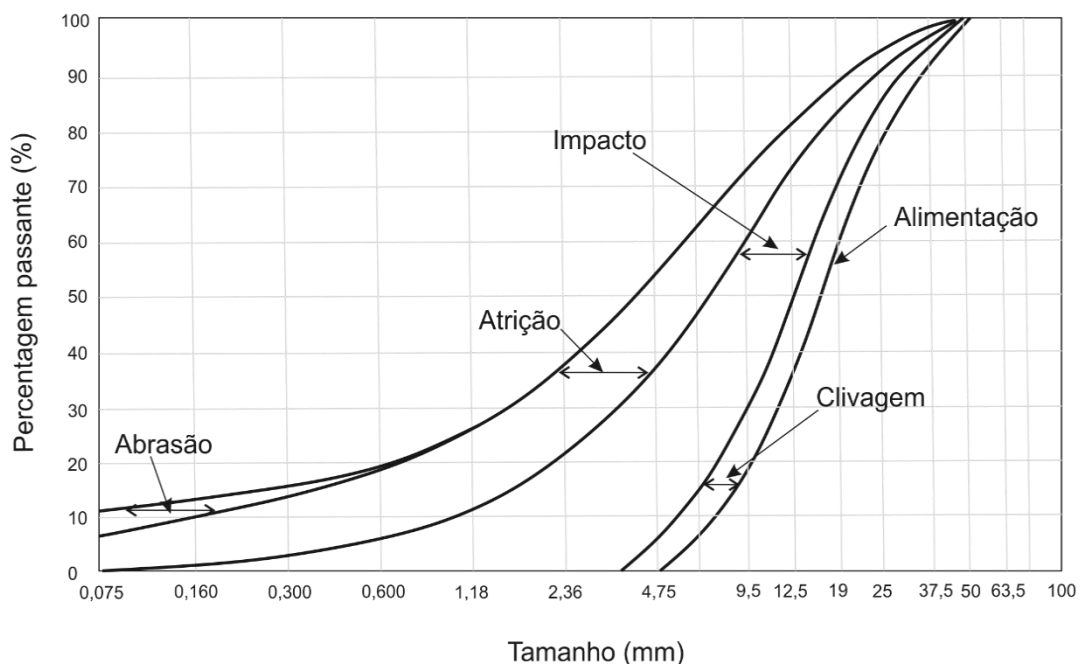


Figura IV-4 Influência dos diversos modos de fratura no produto do VSI (Adaptado de Hamer, 1990)

Quando compara-se o produto de um VSI (Figura IV-5) com um produto de um britador do tipo cônico, algumas características distintas podem ser vistas. No VSI algum material de

tamanho de alimentação poderá estar presente no produto porque não existe parte alguma no britador que limite o tamanho da saída, como existe no britador cônico. No cônico não acontece a descarga no produto de partículas com tamanho superior a abertura limitada pela APF (Hamer, 1990). A razão de redução relativa ao ponto d_{80} é geralmente baixa no VSI e raramente superior a dois, exceto em materiais muito friáveis. Isso explica o porquê quando se utiliza metodologias como a de Bond para a avaliação da eficiência energética, o VSI é avaliado como um equipamento ineficiente (Kelly e Dawe, 1989).

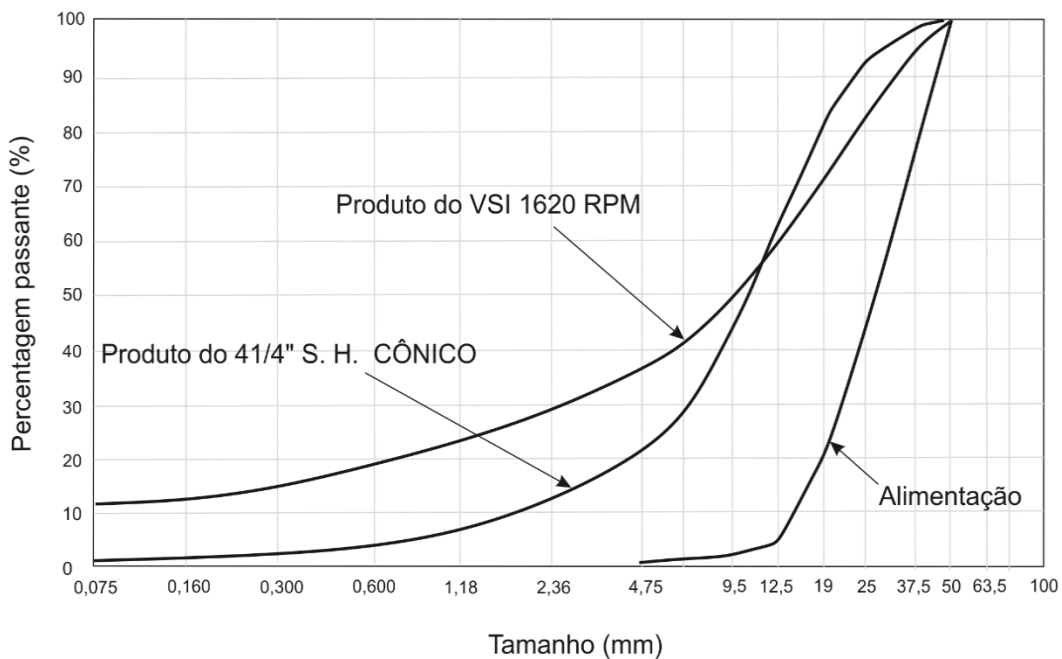


Figura IV-5 Comparação do produto de um VSI contra um britador cônico, sendo ambos em circuito aberto (Adaptado de Hamer, 1990)

Basicamente, existem duas formas de operação do VSI, que podem ser classificados como autógenos e semi-autógenos (Bechler, 1988). No primeiro a cominuição ocorre rocha contra rocha, enquanto no segundo, ocorre principalmente entre a rocha e o metal. Mas também existem variações baseadas nessas duas formas. Em ambos os casos, a fragmentação das partículas ocorre principalmente próximo às paredes do equipamento do que no interior do rotor. Seja no leito (também chamado de morto) em sistemas autógenos ou nas bigornas em sistemas semi-autógenos.

O britador quando opera de forma autógena projeta as partículas contra um leito de fragmentos formado sobre uma espécie de prateleira interna circular na câmara de britagem, que é formado no início de operação do equipamento (Figura IV-6). Enquanto quando opera da forma semi-autógena o britador projeta as partículas contra um conjunto de bigornas fixadas na lateral interna do britador (Figura IV-7). Essas bigornas podem ter vários formatos e ângulos construtivos.

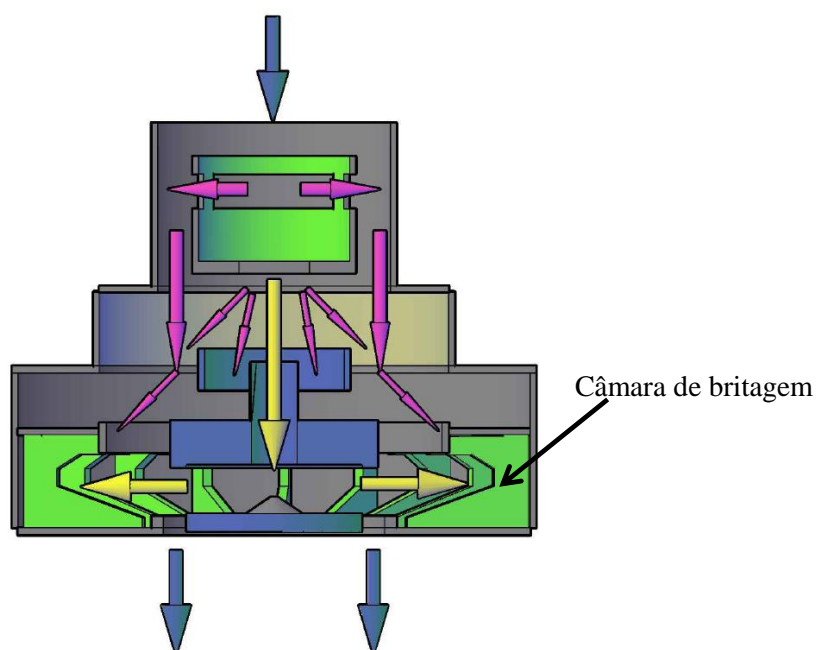


Figura IV-6 Esquema (em corte) do VSI autógeno e com cascata. As setas indicam o fluxo das partículas

Outra função do leito é atuar como um anteparo das partículas, protegendo as paredes laterais do britador e diminuindo o desgaste do equipamento. No caso dos britadores semi-autógenos a fragmentação acontece contra as bigornas posicionadas nas laterais e essas acabam sofrendo intenso desgaste.

Na parte interna do rotor são colocadas guias e ponteiros fabricadas em carbeto de tungstênio, material que é muito resistente ao desgaste por atrito. Esses elementos de desgaste são posicionados com o objetivo de evitar o impacto direto das partículas contra o rotor e direcionar as partículas para a câmara de cominuição (Bryan, 1992). Nesses britadores, se a potência e a taxa de alimentação permanecem constantes, o produto permanecerá constante apesar da condição dos

elementos de desgaste. Assim, não há perda de eficiência devido à condição dos elementos de desgaste, nem alteração do produto (Rodriguez, 1990).

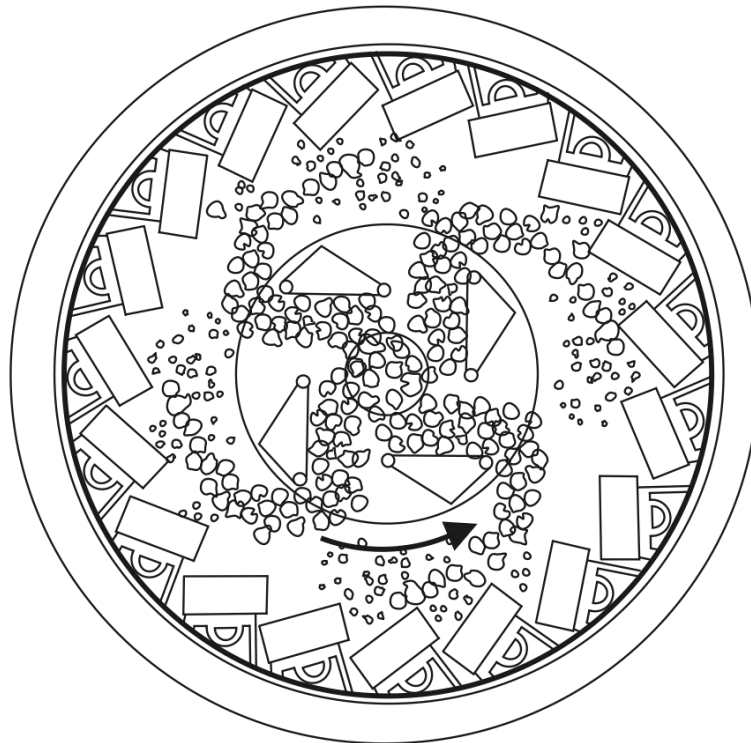


Figura IV-7 Corte superior de um VSI com anteparo de bigornas, mostrando ao centro o rotor projetando as partículas. A seta próxima ao rotor indica o sentido do movimento

A operação do VSI da forma autógena visa melhorar a eficiência energética e também a forma das partículas, sendo o formato produzido por ele o principal atrativo desse equipamento (Bryan, 1992). O formato considerado próximo ao cúbico (isométrico) das partículas (Figura IV-1) se deve à dinâmica de fragmentação que, pela sua natureza, explora a existência de falhas e micro-discontinuidades dos materiais. A influência da abrasão pode ser uma das explicações para a melhora da forma das partículas quando comparado aos outros tipos de britadores (Djordjevic *et al.*, 2003).

A energia fornecida pelo rotor às partículas depende basicamente do diâmetro do disco do rotor e da velocidade de operação do equipamento (velocidade do rotor). Durante a permanência no interior do britador as partículas podem receber um grande número de impactos. As partículas ao colidirem contra as laterais do britador são lançadas em grande parte para cima devido ao formato do leito, sendo forçadas a passar novamente pelo fluxo que sai do rotor (Figura IV-8). As

partículas podem então ser atingidas novamente, várias vezes, até saírem da câmara de britagem. Para se ter ideia, um típico britador VSI que possui um rotor de 990 mm com 3 portas de saída e operando a 1660 rpm pode bombardear por rocha ejetada qualquer ponto estacionário no interior da câmara de britagem 83 vezes por segundo (Hamer, 1990). Essa energia comumente é muito superior à energia necessária para a quebra de uma partícula (Djordjevic *et al.*, 2003; Tavares, 2004; Wills, 2007). Assim a probabilidade de ocorrer fratura da partícula seria muito alta. Além disso, uma partícula pode ter um tempo de residência de até 20 segundos no equipamento (Hamer, 1990). Sendo este tempo uma função do peso da partícula, da velocidade e do caminho seguido durante as suas múltiplas colisões (Cook, 1999).

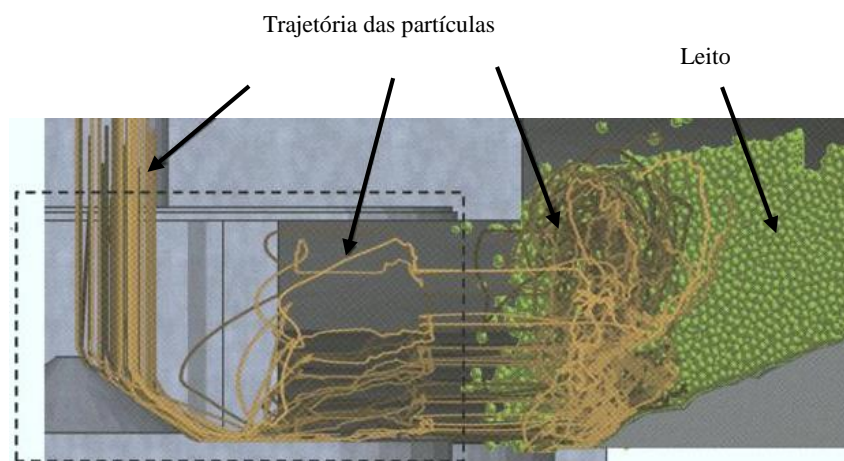


Figura IV-8 Trajetórias radiais das partículas dentro do VSI projetadas. A área tracejada delimita o rotor (com base em Cunha *et al.*, 2013)

A energia aplicada pelo britador pode ser calculada de forma simplificada. Para este cálculo considera-se que uma partícula de rocha é projetada do rotor até a parede sem que ocorra perda de energia. Considera-se também que não ocorrem colisões com outras partículas durante o percurso. Nesse caso a energia cinética da saída do rotor praticamente não se alterará até a colisão (Nikolov, 2004). Nas frequências de rotação nas quais operam os britadores VSI, a força centrífuga que age sobre as partículas é muito mais intensa do que a da gravidade, de maneira que esta última também pode ser desconsiderada.

Assim, a energia cinética (por unidade de massa) pode ser expressa, em coordenadas cilíndricas, pela equação (Nikolov, 2004):

$$Ecs' = 0,5(\dot{r}^2 + r^2\omega_r^2) \quad \text{Equação IV-1}$$

na qual r é a distância entre a partícula e o centro do rotor (m) e ω_R representa a velocidade angular do rotor (s^{-1}).

Considera-se que as partículas se movimentam com a mesma velocidade angular do rotor, tendo em vista o fato que as guias orientam a saída das partículas. Assim, a velocidade radial r' das partículas ao deixarem o rotor pode ser obtida pela equação do movimento:

$$m_p(\ddot{r} - r\omega_R^2) \quad \text{Equação IV-2}$$

na qual m_p é a massa da partícula. Isto implica no fato de que não existem forças atuando sobre a partícula durante o seu trajeto do rotor à parede. A solução da equação é da forma $r = r_0 \exp(\omega_R t)$ e, portanto $\dot{r} = r\omega_R$. Substituído esse valor na equação e levando em conta as considerações descritas pode-se estimar a energia de impacto para o VSI com a expressão:

$$Ecs = R^2 \omega_R^2 \quad \text{Equação IV-3}$$

na qual R é o raio do rotor. Essa equação demonstra claramente a forte influência tanto do raio do rotor quanto da velocidade angular. Ambos são relacionados de forma quadrática à energia específica de impacto. Assim, pequenas mudanças tanto na velocidade quanto no diâmetro do disco do rotor podem gerar grandes variações na energia cinética fornecida para as partículas que são projetadas.

Entretanto, na realidade existe uma diferença entre a energia cinética disponível e a aplicada, que efetivamente tensiona a partícula da rocha no instante do impacto contra a parede do britador.

Em outro trabalho (Bryan, 1992) foi verificado que as velocidades das partículas são, aproximadamente, 14 % maiores do que as velocidades verificadas na extremidade do rotor (ponteiras). A velocidade medida na ponteira foi de 16 m/s, enquanto a velocidade da partícula foi da ordem de 18 m/s. Esse fato demonstra o erro que pode ser cometido quando se utiliza as velocidades circunferenciais das ponteiras do rotor como uma aproximação da velocidade

máxima das partículas. Isso acontece porque no momento em que a partícula é lançada da ponteira a sua própria dimensão se soma ao raio do rotor fazendo com que a velocidade da ponteira seja inferior à da partícula.

O efeito do tamanho de partícula em lançamentos individuais também foi observado experimentalmente no trabalho de calibração do JKRBT (Shi *et al.*, 2009). Nesse trabalho pode-se verificar que o termo R na Equação IV-3, utilizado para o cálculo do Ecs , foi substituído pelo termo $(R + \frac{r_p}{2})$, sendo o raio da partícula (r_p) somado ao raio do rotor, e assim a equação é escrita da forma vista na Equação IV-4:

$$Ecs = 3,046.10^{-6} H^2 \omega_R^2 \left(R + \frac{r_p}{2} \right) \quad \text{Equação IV-4}$$

na qual H é uma constante de calibração do equipamento.

Resumidamente, algumas das características do processo de britagem por impacto nos britadores VSI descritas na literatura são:

- Há uma economia dos materiais usados na proteção contra desgaste dos equipamentos quando utilizado o processo autógeno, devido à camada protetora formada na câmara de britagem. Essa economia se torna mais significativa para materiais com alta abrasividade como granitos, quartzitos, grauvacas e bauxitas sinterizada (utilizada em jateamento) (Bryan, 1992);
- A divisão de fluxo devido ao cascadeamento promove um aproveitamento maior da energia cinética fornecida às rochas que saem do rotor. Isso pode diminuir a taxa de redução, mas resulta em um ganho líquido na produtividade sem entrada de energia extra (Hamer, 1990);
- A fragmentação ocorre levando-se em consideração que fraturas propagam-se nos materiais ao longo dos planos mais fracos, expondo conseqüentemente as fases minerais. Como conseqüência, materiais frágeis podem sofrer um aumento na resistência global do material pela eliminação de parte dos defeitos pré-existentes (Tavares, 2005; Cook, 1999);

- Na indústria siderúrgica, a técnica pode ser empregada, por exemplo, na separação dos grãos de aço contidos na escória (Bryan, 1992), pela cominuição seletiva da escória;
- Para um mesmo material, conforme o fluxo de partículas através do rotor aumenta o produto se torna mais fino, dentro da capacidade de projeto (Bryan, 1992);
- Conforme a população de partículas aumenta na câmara de britagem, a energia aplicada às partículas é usada mais eficientemente (Bryan, 1992);
- A partícula de rocha ao sair do rotor com sua energia cinética desenvolve uma trajetória até o leito de rochas (morto). Passando através de uma nuvem de partículas, e podendo colidir com outras partículas. A transferência de energia ocorrida nessas colisões auxilia a cominuição. O leito é constituído de partículas fragmentadas e compactadas dispostas radialmente na câmara de britagem, e é formado no início de operação. Logo, toda a energia que alcança o leito na parte mais externa da câmara de britagem é energia desperdiçada. Por isso a utilização do cascadeamento representa uma melhora na eficiência do equipamento. O cascadeamento aumenta a probabilidade de que a energia seja utilizada para a cominuição, pois há maior possibilidade de que as partículas troquem energia antes de colidir contra o leito de pó compactado (Bryan, 1992);
- A alta intensidade de energia e a alta velocidade da corrente de ar têm a capacidade de secar o minério da alimentação. Essa característica tem se mostrado vantajosa no processamento de calcário (Bryan, 1992);
- O processo produz partículas de forma semelhante à cúbica (isométrica): isto significa que fragmentos com formas aciculares e lamelares, os quais apresentam menor resistência, sofrem quebra preferencialmente no interior do equipamento. O britador também tende a liberar os minerais do minério pela fratura ao longo das regiões de contorno de grão, ao invés da quebra dos grãos minerais (fraturas transgranulares). Testes realizados mostraram uma liberação mais efetiva da cassiterita, em granulometrias da ordem de um milímetro, com benefícios no aumento da recuperação e redução de custos. Esse comportamento poderia ser aplicado para outros tipos de minérios com características semelhantes (Bryan, 1992);

- Em consequência da diminuição da friabilidade do material ou da velocidade do rotor resulta em diminuição dos finos produzidos (Hamer, 1990).
- A capacidade de um britador Barmac® VSI é função da sua potência instalada, da velocidade do rotor, do tamanho do rotor, da relação do cascadeamento e da capacidade de fluxo de material (Hamer, 1990). Como também das características físicas do material processado.
- Uma última característica importante desse tipo de britador é a maior geração de finos quando comparado a outros equipamentos de britagem, tais como os de compressão (Bryan, 1992).

V. MODELAGEM MATEMÁTICA DE BRITADORES DE IMPACTO

Neste capítulo são descritos resumidamente alguns modelos matemáticos que têm sido desenvolvidos e/ou aplicados aos britadores de impacto. São destacados os trabalhos de maior interesse. Inicialmente é descrito o modelo desenvolvido por Whiten (Whiten, 1972), que foi utilizado originalmente para britadores cônicos e que, pela sua simplicidade e praticidade, foi aplicado em diversos equipamentos de britagem.

V.1 Modelo de Whiten

O modelo de Whiten (Whiten, 1972), foi desenvolvido para britadores cônicos e é baseado em uma sequência de eventos de quebra e classificação (Figura V-1). O esquema do modelo descreve o caminho de uma partícula ou de uma distribuição granulométrica qualquer da alimentação até o produto final. Esses eventos são resultantes do movimento cíclico de aproximação e afastamento entre o manto e o côncavo. Esse modelo se baseia no modelo de balanço populacional, no qual existem duas funções: a função classificação e a função quebra. Considera-se que todas as partículas classificadas para a quebra são fragmentadas pelo equipamento. As funções de classificação e quebra são descritas por meio de equações empíricas, e os parâmetros são ajustados a partir de dados obtidos no circuito industrial.

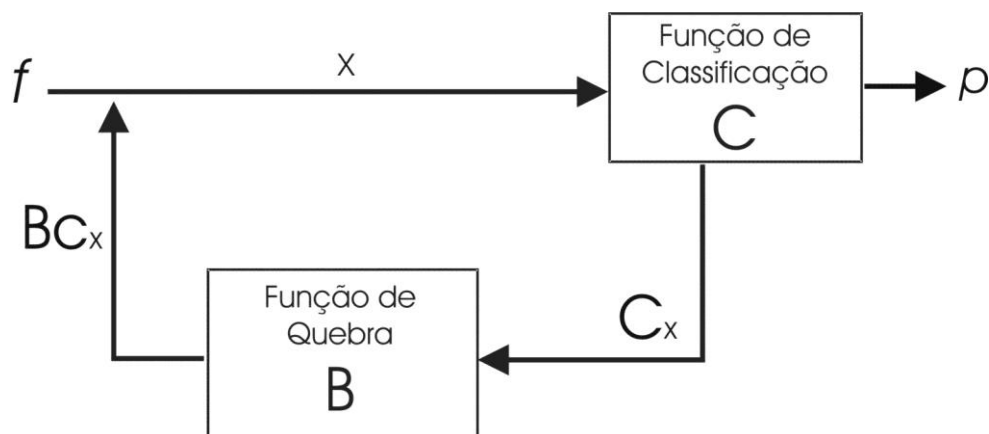


Figura V-1 Descrição dos eventos em diagrama de blocos do modelo de Whiten (com base em Napier-Munn *et al.*, 1996)

As partículas entram na câmara de britagem e podem ser selecionadas pela função classificação C (matriz) para a fragmentação ou não, podendo ir direto ao produto pela abertura do britador ou, se a partícula for selecionada, esta sofrerá fragmentação, seguindo a função quebra B (ou matriz).

Os produtos dessa fragmentação sofrem nova ação da função classificação e podem ir para o produto ou sofrer nova ação da função quebra, ciclicamente até a saída da câmara de britagem. Os nós referentes à Figura V-1 podem ser representados pelas equações:

$$p = x - Cx \quad \text{Equação V-1}$$

$$f + BCx = x \quad \text{Equação V-2}$$

reordenando as equações, pode-se demonstrar que (Napier-Munn *et al.*, 1996):

$$p = (I - C)(I - BC)^{-1} f \quad \text{Equação V-3}$$

na qual I é a matriz unitária ou identidade.

A probabilidade de uma partícula ser fragmentada em função de seu tamanho, durante o ciclo de compressão é definida pela função classificação $C(x)$ (Figura V-2), que pode ser descrita pelas equações (King, 2001):

$$C(x) = 0 \quad x < k_1 \quad \text{Equação V-4}$$

$$C(x) = 1 - \left(\frac{x - k_2}{k_1 - k_2} \right)^\delta \quad k_1 < x < k_2 \quad \text{Equação V-5}$$

$$C(x) = 1 \quad x > k_2 \quad \text{Equação V-6}$$

sendo:

k_1 - o tamanho da menor partícula selecionada para quebra;

k_2 - o tamanho acima do qual a partícula será certamente fragmentada.

O valor do parâmetro δ na Equação V-5 está relacionado à forma da função de classificação que modula a probabilidade das partículas entre k_1 e k_2 serem capturadas para quebra. Os parâmetros k_1 , k_2 e δ devem ser ajustados por meio de técnicas de regressão não linear a partir de

dados experimentais de britagem. É comum utilizar um valor inicial de aproximadamente 2,3 para o parâmetro δ , o qual pode variar entre 1 e 3 (King, 2001; Napier-Munn *et al.*, 1996).

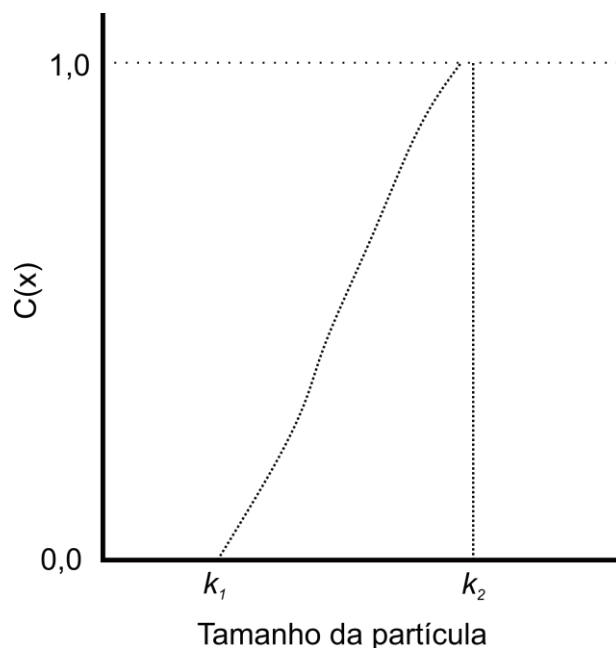


Figura V-2 Função classificação de Whiten, na qual k_1 é o menor tamanho de partícula a ser fragmentada e k_2 o tamanho acima do qual todas as partículas serão capturadas para quebra (com base em King, 2001)

Os valores tanto de k_1 quanto de k_2 dependem diretamente da APF (abertura de posição fechada) do britador, da granulometria da alimentação e das condições operacionais. São considerados relativamente independentes das propriedades do material. A função quebra $B(x; x')$ pode ser definida como a proporção de partículas menores que o tamanho x resultantes da fragmentação de partículas de tamanho inicial x' . A equação da função quebra do modelo (Whiten, 1992) pode ser descrita por:

$$B(x; x') = \phi \left(\frac{x}{x'} \right)^{n_1} + (1 - \phi) \left(\frac{x}{x'} \right)^{n_2} \quad \text{Equação V-7}$$

na qual: ϕ é a fração em massa das partículas finas resultante do evento de quebra; n_1 e n_2 são constantes do material que será fragmentado;

Awachie (Awachie, 1983 *apud* Napier-Munn *et al.*, 1996) utilizou resultados de ensaios da quebra de partículas individuais para o cálculo da função quebra. Os ensaios foram realizados em um equipamento de pêndulo duplo. Assim como o DWT, o pêndulo duplo permite relacionar em

um modelo a energia específica de cominuição (Ecs) utilizada na quebra e a distribuição granulométrica do produto resultante.

Com o valor do Ecs , Awachie calculou o parâmetro t_{10} apresentado na Equação V-8, que é definido como a quantidade de partículas menores do que $1/10$ do tamanho inicial das partículas. Que indica a suscetibilidade do minério à fragmentação:

$$t_{10} = A(1 - e^{-bEcs}) \quad \text{Equação V-8}$$

sendo A e b parâmetros da quebra por impacto do minério e Ecs é a energia específica de cominuição (kWh/t). Valores elevados de t_{10} representam uma distribuição granulométrica fina do produto.

Para determinar a função classificação, foram utilizadas da Equação V-4 à Equação V-6. Os parâmetros k_1 e k_2 foram calculados em função das condições operacionais do britador, sendo descritos na Equação V-9 e na Equação V-10, respectivamente (Andersen, 1988; Andersen e Napier-Munn, 1990):

$$k_1 = A_0 + A_1APF - A_2Q + A_3d_{80} + A_4L_{len} \quad \text{Equação V-9}$$

$$k_2 = B_0 \pm B_1APF + B_2Q + B_3d_{80} - B_4L_{hr} + B_5E_t \quad \text{Equação V-10}$$

sendo A_n e B_n parâmetros de ajuste, Q a taxa de alimentação de sólidos, L_{len} o comprimento da face do revestimento, L_{hr} nível de desgaste (idade do revestimento) e E_t o deslocamento do excêntrico do britador;

A potência em trabalho do britador (P) é descrita na Equação V-11 (Andersen e Napier-Munn, 1990). Sendo obtida pela soma das potências P_p (em kW) e P_n (em kW). A primeira é calculada com base na potência utilizada pelo pêndulo para fragmentar as partículas. A segunda é a energia utilizada pelo britador quando operando em vazio. O parâmetro adimensional G é utilizado para ajustar a Equação V-11.

$$P = GP_p + P_n \quad \text{Equação V-11}$$

A potência do pêndulo é a soma da energia gasta para fragmentar cada classe de tamanho i , descrita na Equação V-12 (Andersen e Napier-Munn, 1988):

$$P_p = \sum_{i=1}^j Ecs_{t_{10}i} \cdot C_i \cdot q_i \quad \text{Equação V-12}$$

na qual: $Ecs_{t_{10}i}$ é a energia específica de cominuição de cada partícula de classe de tamanho i de uma rocha com um valor determinado de t_{10} ; C_i é a função classificação para cada classe de tamanho i ; q_i é o fluxo de massa de uma determinada classe de tamanho i no britador.

V.2 Modelos para britadores de impacto baseados na solução de Whiten

Os modelos baseados na solução de Whiten procuram adequar a forma de cálculo de alguns dos seus termos, adaptando-os à forma de fragmentação dos britadores de impacto. Assim, todos esses modelos calculam a distribuição granulométrica do produto do britador a partir da Equação V-7, com as diferenças se concentrando nas formas funcionais usadas para descrever as funções quebra e classificação.

V.2.1 Modelo de Kanli e Smith

Kanli e Smith (1995) propuseram uma variação na forma de cálculo das variáveis k_1 , k_2 e t_{10} do modelo de Whiten para aplicação no britador de martelos. Os parâmetros da função classificação e o valor de t_{10} foram ajustados por regressão a partir de dados do britador operando sob diferentes condições:

$$k_1 = a_0 + a_1(SET) + a_2(rpm) + a_3(Q) + a_4(d_{80}) \quad \text{Equação V-13}$$

$$k_2 = b_0 + b_1(SET) + b_2(rpm) + b_3(Q) + b_4(d_{80}) \quad \text{Equação V-14}$$

$$t_{10} = d_0 + d_1(SET) + d_2(rpm) + d_3(Q) + d_4(d_{80}) \quad \text{Equação V-15}$$

nas quais SET é a distância entre o martelo e as placas fixas de impacto do britador de martelos, e d_{80} é o tamanho 80% passante na alimentação;

V.2.2 Modelo do JKSimMet

Na realidade o modelo é uma adaptação para utilização no simulador JKSimMet® para gerar resultados de britagem do VSI. O modelo considera que a energia cinética é aplicada às partículas individualmente, de forma constante, e utiliza a energia de impacto específica (E_{cs}) calculada da forma descrita pelas equações (Napier-Munn *et al.*, 1996):

$$E_{cs} = \frac{1}{2} \cdot V^2 \quad \text{Equação V-16}$$

$$V = \frac{2\pi \cdot rpm \cdot R}{60} \quad \text{Equação V-17}$$

sendo: V - é a velocidade periférica na ponteira do rotor, em m/s;

Este valor do E_{cs} é utilizado para o cálculo de t_{10} descrito no modelo de Awachie (Awachie, 1983 *apud* Napier-Munn *et al.*, 1996) para determinar a função quebra. O fato de o modelo calcular o valor de E_{cs} a partir de uma informação do britador é significativo. Apesar desse valor ser aproximado, pois não leva em consideração a eficiência da transferência de energia do rotor para as partículas.

Napier-Munn (Napier-Munn *et al.*, 1996) propõem que o valor de k_1 seja igual a zero. No caso do britador cônico, como exemplo, k_1 depende da APF e representa o tamanho da menor partícula que pode ser fragmentada. Logo, considerar que $k_1=0$ acaba distorcendo o que ocorre em um britador de impacto, pois considera que todas as partículas sofrem fragmentação por impacto, o que não é necessariamente verdadeiro. O valor de k_1 para um britador de impacto depende tanto das propriedades do material a ser fragmentado como também da energia cinética aplicada pelo rotor.

V.2.3 Modelo de Nikolov

O modelo desenvolvido por Nikolov (Nikolov, 2002) propõe que as funções de classificação e de quebra considerem o caráter dinâmico da quebra por impacto. O modelo é aplicado a britadores de impacto de eixo vertical e horizontal.

Conforme verificado em estudos de fratura de partículas individuais por impacto (Figura III-3). A probabilidade de quebra de uma partícula depende da energia específica de impacto e,

portanto, da sua energia cinética em uma colisão. Nikolov propôs uma função classificação dada pela Equação V-18. Essa função é uma distribuição cumulativa e que, segundo o autor, pode ser derivada a partir de considerações físicas relacionadas com a fratura de materiais frágeis. Para essa equação, a probabilidade de quebra de partículas com tamanhos menores que x_{min} é igual a zero por definição;

$$C(x) = 1 - \exp \left[\left(- \frac{x - x_{min}}{x_{min}} \right)^\xi \right] \quad \text{Equação V-18}$$

Para o cálculo de x_{min} considera-se que o menor tamanho que será cominuído depende tanto da energia de impacto específica quanto da taxa de alimentação. A energia aplicada à partícula é calculada de forma simplificada. Considera-se que a energia seja a mesma em todo o trajeto da partícula desde o rotor até possivelmente a parede do britador (Figura V-3). As interações entre as partículas são desconsideradas. A energia de impacto por unidade de massa foi descrita na Equação IV-3.

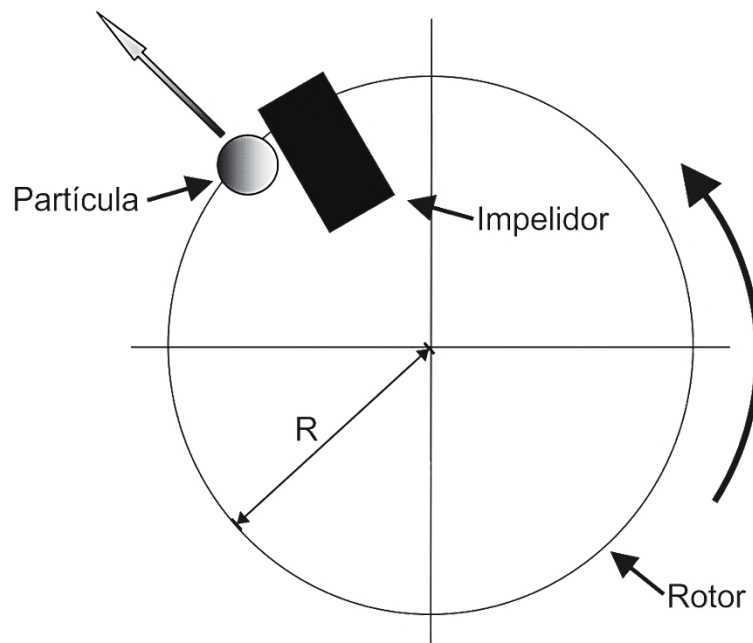


Figura V-3 Esquema representativo da trajetória de uma partícula saindo do rotor, na qual R é o raio do rotor (com base em Nikolov, 2002)

Quando a taxa de alimentação aumenta, a energia por unidade de massa diminui e resultará em um produto de britagem mais grosso. Com isso, x_{min} é descrito pela Equação V-19:

$$x_{\min} = x_{\max} \cdot \exp \left\{ - \left[c_0 + c_1 \cdot \ln \left(\frac{Q_0}{Q} \right) \right] \cdot \left(\frac{Ecs}{E_0} \right)^{n_3} \right\} \quad \text{Equação V-19}$$

O parâmetro ξ (Equação V-20) controla a forma da função classificação e, por consequência, a forma da distribuição granulométrica do produto. Considerou-se que essa variável depende diretamente da velocidade do rotor. Como a energia de impacto é proporcional à segunda potência da velocidade do rotor (Equação IV-3), a dependência de ξ pode ser escrita como:

$$\xi_i = \xi_0 - \xi_1 \sqrt{\frac{Ecs}{E_0}} \quad \text{Equação V-20}$$

na qual ξ_0 e ξ_1 são coeficientes do material;

O valor de ϕ na função quebra da Equação V-7 não é adequado para descrever corretamente as mudanças na granulometria do produto para as diferentes velocidades do rotor e taxas de alimentação do VSI, por ser constante. Assim a equação da função quebra pode ser descrita pela Equação V-21:

$$B(x, x') = 1.582 \cdot \left\{ \phi \cdot \left[1 - \exp \left(- \left(\frac{x}{x'} \right)^{n_1} \right) \right] + (1 - \phi) \cdot \left[1 - \exp \left(- \left(\frac{x}{x'} \right)^{n_2} \right) \right] \right\} \quad \text{Equação V-21}$$

Segundo Narayanan (Narayanan e Whiten, 1988) ϕ tende a crescer com o aumento da intensidade de energia enquanto que os parâmetros n_1 e n_2 permanecem praticamente inalterados. Para quebra por impacto isso significa que ϕ aumenta com o aumento da velocidade do rotor. Por outro lado, ϕ poderia diminuir com o aumento da taxa de alimentação. Devido ao aumento das interações partícula-partícula. Considerando que, por definição, $0 < \phi < 1$, segue a Equação V-22:

$$\phi = 1 - \exp \left\{ - \left[c_2 + c_1 \cdot \ln \left(\frac{Q_0}{Q} \right) \right] \cdot \sqrt{\frac{Ecs}{E_0}} \right\} \quad \text{Equação V-22}$$

A função quebra (B) é construída utilizando o método descrito por King (King, 2001). Neste método a distribuição de tamanhos do material particulado é obtida a partir de uma série de N peneiras. Elas são discretizadas em aberturas D_i ($i = 1, N - 1$), $D_N = 0$, de maneira que d_i representa os tamanhos das partículas $D_i > x > D_{i+1}$, e os componentes não zerados de b_{ij} da matriz de quebra B podem ser computados usando:

$$b_{ij} = B(D_{i-1}, x') - B(D_i, x') \quad \text{Equação V-23}$$

$$b_{jj} = 1 - B(D_j, x') \quad \text{Equação V-24}$$

Esse modelo difere dos demais por usar informações sobre a dinâmica do movimento do rotor para calcular o diâmetro mínimo x_{min} e a fração em massa da proporção de finos no produto ϕ . Na realidade, a variável x_{min} estabelece uma relação massa-energia. Ela descreve a intensidade da cominuição que está sendo realizada para uma dada alimentação, cujas partículas apresentem certa resistência mecânica.

Para taxas de alimentação mais elevadas, tem-se também uma maior interação entre as partículas e uma diminuição da energia específica fornecida pelo equipamento. Consequentemente o valor de x_{min} , aumenta, pois há menos energia disponível para a fragmentação de partículas no sistema. Quanto maior a velocidade do rotor, menor o valor de x_{min} (Figura V-4).

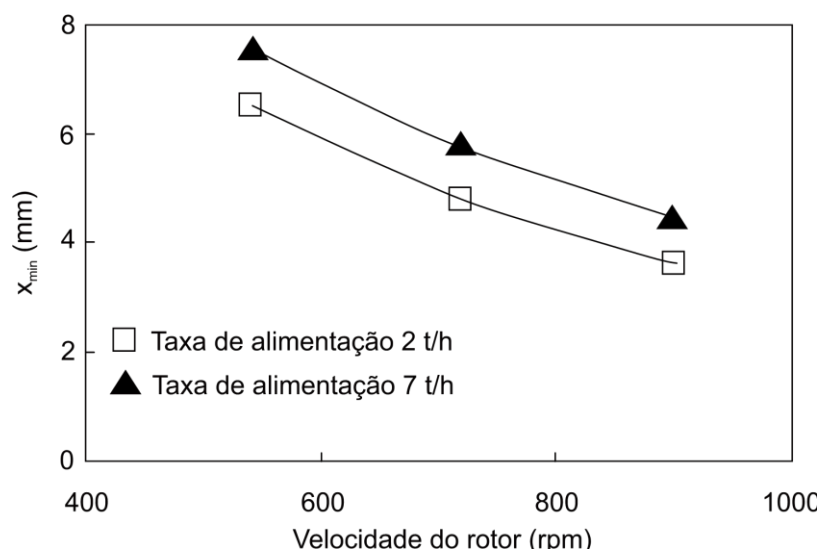


Figura V-4 Influência da velocidade do rotor e da taxa de alimentação no parâmetro d_{\min} (com base em Nikolov, 2002)

Os resultados da simulação mostram que uma alta velocidade do rotor é responsável por uma distribuição de tamanhos do produto mais fina, desde que a taxa de alimentação e a granulometria da alimentação sejam mantidas inalteradas. Taxas de alimentação mais baixas combinadas com baixas velocidades do rotor resultam em produtos mais grossos, como pode ser visto na Figura V-5. Ainda que seja utilizada a mesma equação para calcular a distribuição granulométrica do produto do britador proposta por Whiten. O modelo incorpora informações tanto sobre o material quanto sobre a dinâmica do processo na definição das funções quebra e classificação, o que pode ser considerado um avanço. Comparações entre análises granulométricas medidas e calculadas do produto final podem ser vistas na Figura V-6.

Em outro trabalho do autor (Nikolov, 2004) é apresentada uma simplificação do modelo descrito na Equação V-19, a qual corresponde à mudança do cálculo de x_{\min} , dada pela Equação V-25:

$$x_{\min} = \beta \cdot \left(\frac{Q}{Q_0} \right)^{c_1} \cdot \left(\frac{E_0}{Ecs} \right)^{n_3} \quad \text{Equação V-25}$$

Essa equação não permitiu atingir a mesma qualidade do ajuste demonstrada no trabalho anterior. O autor, entretanto, ponderou que esta última forma é de fácil implementação em simuladores de processos.

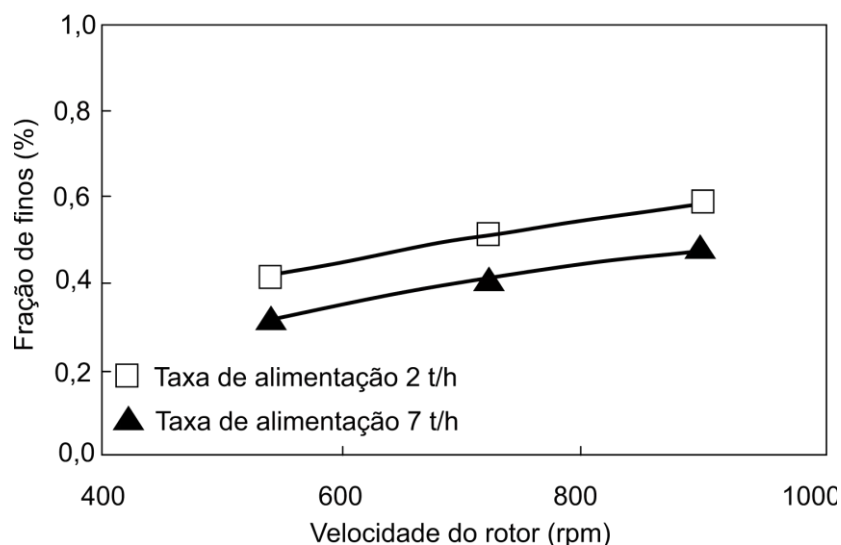


Figura V-5 Simulação da influência da frequência do rotor (velocidade) e da taxa de alimentação na proporção de finos (ϕ). Frequências do rotor de 540, 720 e 900 rpm e alimentação com tamanho máximo de 26 mm (com base em Nikolov, 2002)

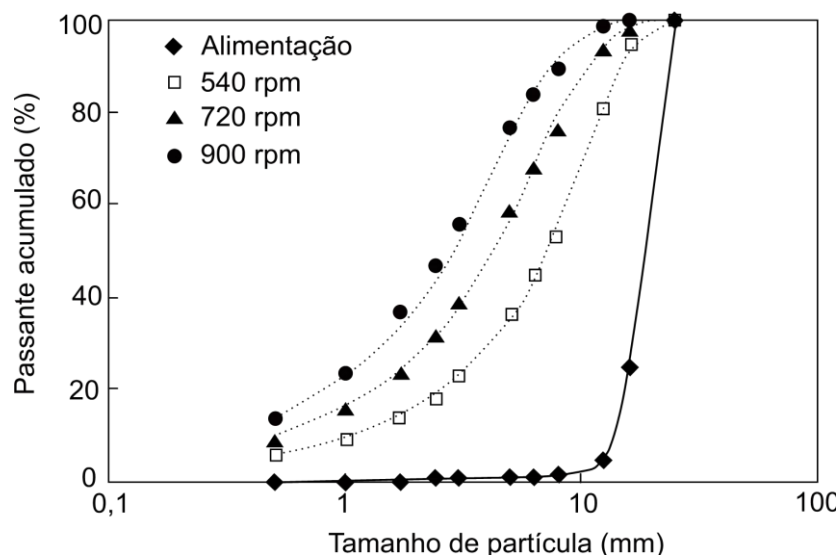


Figura V-6 Validação do modelo para as frequências do rotor (velocidades) de 540, 720, 900 rpm, símbolos representam dados experimentais e linhas simulações (com base em Nikolov, 2002)

V.3 Modelos para britadores de impacto não baseados na solução original de Whiten

V.3.1 Modelo de Whiten e White

Alguns dos modelos matemáticos que têm sido propostos para descrever o desempenho de britadores de impacto não são baseados na proposta de Whiten (Whiten, 1972). Um exemplo é ilustrado na Figura V-7 de modelo proposto por Whiten (Whiten e White, 1979). Neste modelo é

considerado que a partícula sofre uma fratura simples, ou seja, as partículas que são classificadas para quebra recebem um único impacto ou, alternativamente, reportam direto ao produto (p).

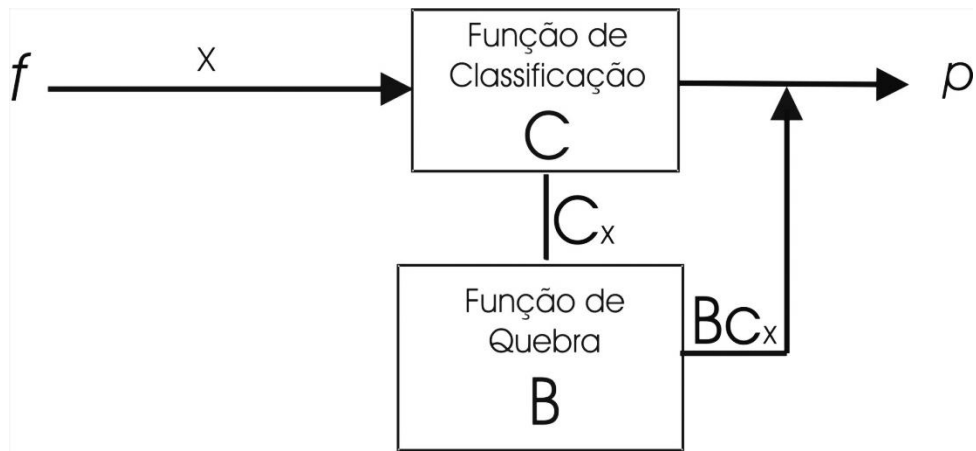


Figura V-7 Diagrama de blocos para o modelo de Whiten para o VSI (Whiten e White, 1979)

V.3.2 Modelo de Kojovic

Kojovic (Napier-Munn *et al.*, 1996) propôs uma modificação adicional do modelo de Whiten para a descrição de britadores de eixo vertical com cascata (do tipo Barmac® Duopactor). Ele considera cada fluxo como um equipamento em paralelo, sendo um fluxo para as partículas da cascata e outro fluxo para as partículas projetadas pelo rotor. Para cada fluxo é utilizada uma função quebra e classificação próprias. Um diagrama esquemático do modelo é ilustrado na Figura V-8. Infelizmente não foram apresentados resultados que permitem avaliar a qualidade da aderência do modelo a dados experimentais, tampouco de seu caráter preditivo. Na prática, esse tipo de tratamento resulta na necessidade do ajuste de um número muito maior de parâmetros que no caso do modelo de Whiten para a britagem (seção V.1).

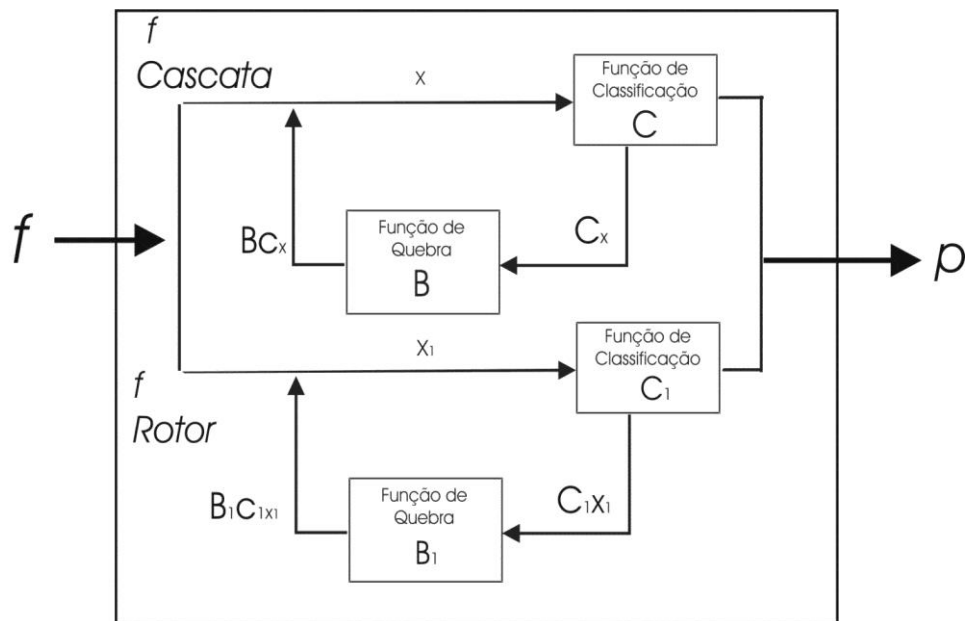


Figura V-8 Diagrama de blocos para o modelo de Kojovic para o VSI (Napier-Munn *et al.*, 1996)

V.3.3 Modelo de Bengtsson

No modelo analítico desenvolvido para o VSI por Bengtsson (Bengtsson e Evertsson, 2008) o autor considera que dois mecanismos de fragmentação são responsáveis pela cominuição no VSI. São eles a clivagem e a atrição. A atrição é entendida neste trabalho como solicitações tangenciais sobre a partícula. Ele considera ainda a atrição como a responsável principal pela fragmentação no VSI. Essa afirmação é baseada em ensaios realizados com a alimentação constituída de uma classe de tamanhos de partículas bem definida. Na análise granulométrica é verificado que a maior parte dos produtos consiste em partículas contidas na fração relativamente fina, ou seja, oriundas da atrição.

Quando uma partícula é projetada do rotor, existe um determinado ângulo de saída que é inferior a 90° em relação à ponteira do rotor (Figura V-9). Assim, as colisões não são normais às partículas do leito. Bengtsson considera que a partícula ainda gira ao sair do rotor, sofrendo então fragmentação de atrição. Além disso, conforme a velocidade do rotor aumenta, essa atrição também aumenta, gerando uma maior cubicidade no produto.

O modelo proposto para o processo de quebra possui uma função seleção S – que é a probabilidade de a partícula ser quebrada. Uma função quebra B – que representa a redução do

tamanho que resultará em partículas de menores dimensões. E uma função Classificação C – que é a separação/classificação de tamanhos que ocorre entre os ciclos de redução.

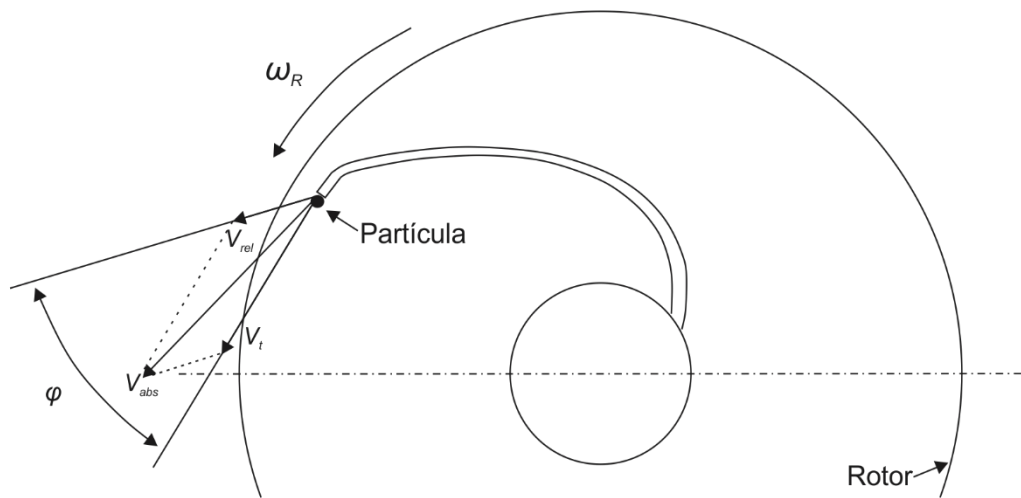


Figura V-9 Representação do ângulo de saída de uma partícula do rotor (V_{abs}). (com base em Bengtsson e Evertsson, 2008)

Para o VSI (Figura V-10) a classificação (C) é desprezada, por considerar que a partícula ao colidir no leito de rochas fragmentará e posteriormente deixará a câmara de britagem. Neste caso, é considerado que uma parte da energia cinética é convertida em fragmentação.

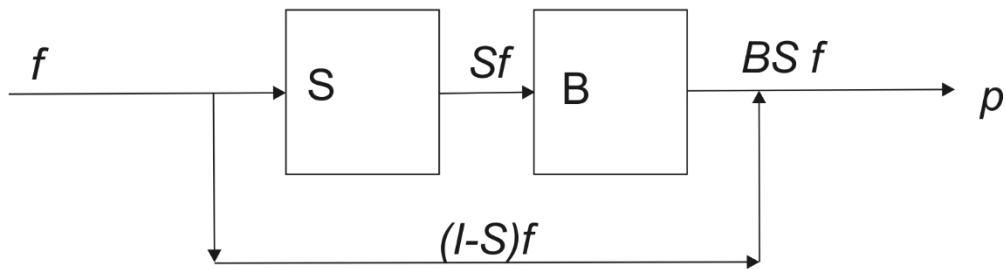


Figura V-10 Diagrama de blocos para o modelo de Bengtsson considerando um ciclo em um VSI. (com base em Bengtsson e Evertsson, 2008)

A função utilizada no modelo é uma função cumulativa que representa a distribuição de partículas bimodal. Utiliza-se uma combinação de duas funções de Weibull como mostrado na Equação V-26. Essa equação com os dados de ensaios, inseridos em um modelo de balanço populacional, completam o modelo de quebra. No artigo não existem detalhes sobre os parâmetros dessa função, nem nas referências do mesmo. Sendo apenas apresentados os valores dos mesmos.

Pode-se observar na Equação V-27 que o parâmetro α carrega informações sobre a energia aplicada às partículas pelo valor de V_{abs} , que é a velocidade absoluta da partícula na saída do rotor.

$$B(x, V_{abs}) = 1 - \alpha \cdot e^{-\left(\frac{x}{\eta_1}\right)^{\beta_1}} - (1 - \alpha) \cdot e^{-\left(\frac{x}{\eta_2}\right)^{\beta_2}} \quad \text{Equação V-26}$$

na qual:

$$\alpha = \beta_3 \cdot V_{abs} + \beta_4 \quad \text{Equação V-27}$$

Para determinação da potência e da capacidade do VSI a vazão mássica que entra no rotor foi modelada (Equação V-28), assim como também o movimento das partículas. A vazão mássica é determinada em função da abertura do cascadeador, que é variável, e dependente também do tamanho médio da alimentação e de seu formato:

$$\dot{m} = C_f \cdot \rho \cdot \sqrt{g \cdot (D_{open} - f_k \cdot d_m)^{5/2}} \quad \text{Equação V-28}$$

C_f é uma constante que depende do projeto do britador. D_{open} representa o diâmetro mais estreito através do qual as partículas passam. O parâmetro d_m representa o diâmetro médio das partículas da rocha, e o parâmetro f_k é relacionado com a forma das partículas.

A equação para o movimento das partículas para o modelo de potência é dependente da velocidade absoluta da partícula na saída do rotor (V_{abs}), e da velocidade do rotor e dos coeficientes de atrito pelo contato entre as partículas e as paredes do rotor. A velocidade relativa (V_{rel} , Equação V-34) é a velocidade ao longo das paredes internas do rotor, sendo calculada pela equação do movimento.

A equação do movimento de partículas apresentada na Equação V-29, tem seu desenvolvimento conceituado no trabalho de Rychel (Rychel, 2001). Nesta equação a massa m_p multiplicada pela aceleração da partícula que é igual à soma de todas as forças que atuam sobre a partícula. Neste modelo é considerado que estas forças são causadas pela atrição, a velocidade do rotor ou o efeito de Coriolis.

A equação é resolvida analiticamente considerando que o ângulo de saída (φ) das partículas do rotor é constante. É difícil verificar se esta suposição é razoável, pois a medição do ângulo de

saída das partículas do rotor é de difícil execução e não foi feita nesse trabalho. A partir dessa consideração são calculadas a Equação V-30, Equação V-31 e Equação V-32 que são os parâmetros usados para o cálculo de V_{rel} :

$$m_p \cdot \vec{a} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i \quad \text{Equação V-29}$$

$$C_1 = \frac{K_2}{K_1 + K_2} \cdot \frac{\sqrt{1 + \tan^2 \varphi}}{\tan \varphi} \cdot \left[r_1 - \frac{\mu_f \cdot g}{\omega_R^2 (\text{sen} \varphi - \mu_c \cdot \cos \varphi)} \right] \quad \text{Equação V-30}$$

$$K_1 = \sqrt{\mu_c^2 + \frac{\tan \varphi}{\sqrt{1 + \tan^2 \varphi}} \cdot (\text{sen} \varphi - \mu_c \cdot \cos \varphi) + \mu_c} \quad \text{Equação V-31}$$

$$K_2 = \sqrt{\mu_c^2 + \frac{\tan \varphi}{\sqrt{1 + \tan^2 \varphi}} \cdot (\text{sen} \varphi - \mu_c \cdot \cos \varphi) - \mu_c} \quad \text{Equação V-32}$$

O coeficiente de atrito foi considerado o mesmo para ambos os contatos, tanto do metal com a rocha quanto do contato de rocha com rocha, situando-se entre 0,3-0,5. É considerado também que a velocidade tangencial (v_t) é igual à velocidade da ponteira do rotor (Equação V-33):

$$v_t = \omega_R \cdot R \quad \text{Equação V-33}$$

A velocidade resultante ou absoluta é a soma das velocidades V_{rel} (Equação V-34) e v_t , como pode ser visto na Equação V-35:

$$v_{rel} = -C_1 \cdot K_1 \cdot \omega_R \left[e^{-K_1 \cdot \omega_R t} - e^{-K_2 \cdot \omega_R t} \right] \quad \text{Equação V-34}$$

$$v_{abs} = \sqrt{(v_t + v_{rel} \cdot \cos \varphi)^2 + (v_{rel} \cdot \text{sen} \varphi)^2} \quad \text{Equação V-35}$$

A potência é determinada pela velocidade do rotor, a velocidade do fluxo de partículas entrando no rotor, e a velocidade absoluta (V_{abs}) do fluxo de partículas saindo do rotor (Equação V-36). A equação de potência é expressa como uma função de três variáveis das quais u_1 e u_2 são

os componentes de velocidade das partículas entrando e saindo do rotor, respectivamente, Equação V-37 e Equação V-38.

$$P = M \cdot \dot{\omega} = \dot{m} \cdot (\omega_R \cdot r_1 \cdot u_1 - \omega_R \cdot R \cdot u_2) \quad \text{Equação V-36}$$

$$u_1 = \frac{\dot{m}}{\rho \cdot \frac{\pi \cdot D_{open}^2}{4}} \cdot \cos \varphi + \omega_R \cdot r_1 \quad \text{Equação V-37}$$

$$u_2 = v_t \cdot \cos \varphi + \omega_R \cdot R \quad \text{Equação V-38}$$

A Figura V-11 e Figura V-12 mostram que a potência e granulometria do produto simulados reproduzem com certa acurácia os resultados obtidos experimentalmente.

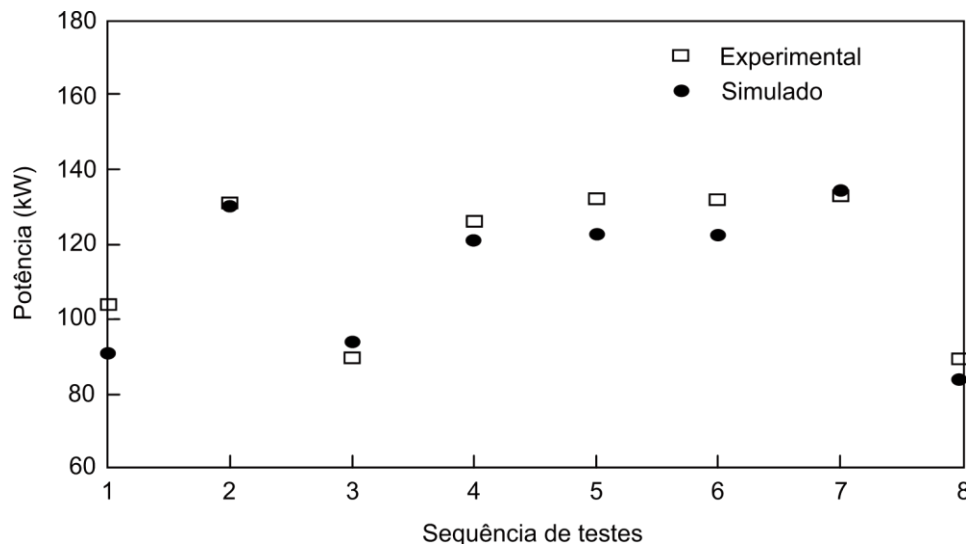


Figura V-11 Comparação dos resultados para a potência entre simulado e experimental (com base em Bengtsson e Evertsson, 2008)

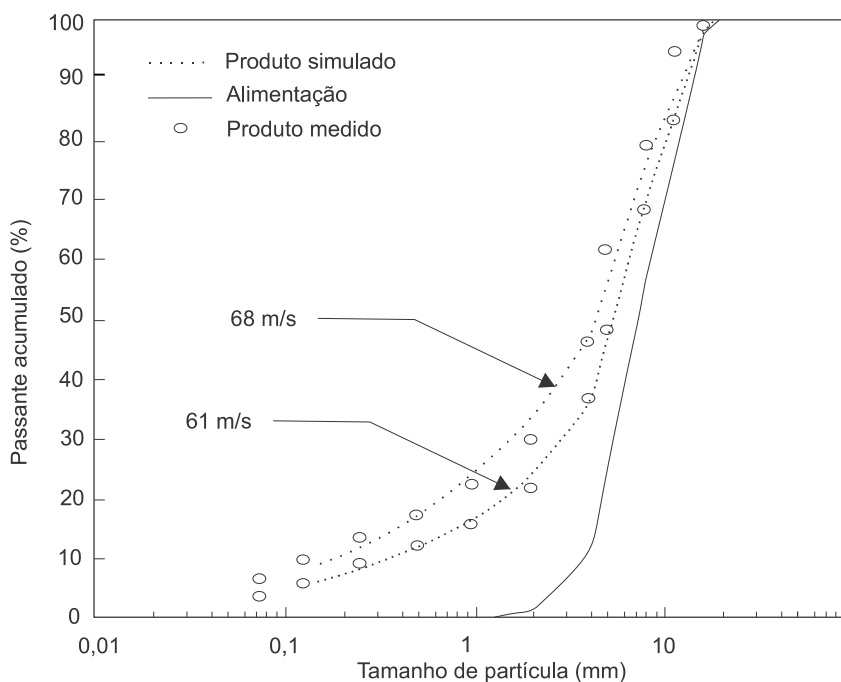


Figura V-12 Comparação do produto do britador VSI medido e simulado (com base em Bengtsson e Evertsson, 2008)

A parte experimental deste artigo foi executada utilizando como alimentação minério do tipo tonolítico, e operação do britador realizada sem cascadeamento e de forma autógena, ou seja, partículas projetadas contra um leito morto de minério.

Além disso, não existe informação quanto ao tipo do equipamento ou modelo de britador. Entretanto, é relatado que os ensaios foram executados pela *Svedala Industries*, o que sugere que é provável que o estudo tenha sido realizado com britador do tipo Barmac[®]. Infelizmente, da forma como foi apresentado não há como realizar qualquer tentativa de reprodução dos resultados do artigo com os dados apresentados.

V.3.4 Modelo de Austin

Leonard Austin (Austin, 2004) propôs um modelo para a cominuição em britadores de impacto baseado nos trabalhos de Tavares e King (Tavares, 1997; Tavares e King, 1998; Tavares e King, 2002; Tavares e King, 2004). Este modelo representa a primeira tentativa de modelamento de um britador de impacto utilizando conceitos de modelagem mecanicista, incluindo energia de fratura de partículas e seu enfraquecimento ao considerar um modelo de dano (mostrado na seção III.3).

Neste artigo foi considerado que o comportamento das partículas no interior do britador depende tanto da energia aplicada pelo britador, quanto da energia necessária para a fratura da partícula. Quando a energia de impacto aplicada pelos martelos do britador é suficiente para a fratura da partícula, então ela ocorrerá.

O produto da quebra de uma população (ou partícula) é função da energia específica de impacto aplicada. As partículas contidas em cada classe (de peneiras, por exemplo) possuem sua própria resistência característica, e energias específicas para cada tamanho. Representando a distribuição de resistências para determinadas classes de partículas.

Embora desenvolvido para descrever a cominuição em britadores de martelos. Este modelo de Austin tem grande relevância no contexto do presente trabalho por ter sido o primeiro a mostrar a importância em descrever o acúmulo do dano das partículas no processo de cominuição.

O modelo é proposto a partir das seguintes considerações:

- A potência líquida do britador é calculada a partir do número de martelos, como também da sua área e geometria, e da velocidade da ponteira, considerando as forças de impacto dos martelos contra a suspensão ar-sólido.
- A energia específica de impacto (J/kg) das partículas é dada pela massa de partículas que colide contra os martelos por unidade de tempo e a potência líquida aplicada. Na potência líquida é desconsiderada a potência utilizada para movimentar o britador.
- A fração em massa de partículas que quebram com uma dada energia específica de impacto tem a mesma distribuição de tamanhos relativos aos ensaios de quebra de partículas por impacto em laboratório.
- Os fragmentos formados por fraturamento em um único impacto são considerados como tendo a mesma distribuição de resistências das partículas da fração original. Enquanto que as que não fraturam são classificadas na categoria de partículas chamadas "duras" (resistentes) da fração de alimentação.
- Os fragmentos de partículas fracas e fortes (ou macias e duras) misturam-se na suspensão de ar-sólidos e são re-impactadas. O balanço "massa-tamanho-taxa" pode ser calculado como se o britador fosse um sistema totalmente homogêneo em estado estacionário.
- É admitido o enfraquecimento das partículas resistentes (duras) devido a impactos repetidos, que deixam dano interno, utilizando os métodos da mecânica do dano (Tavares, 1997).

- As partículas de tamanhos grossos podem ser classificadas por tamanho pela ação centrífuga da rotação dos martelos. Incorporou-se então uma equação de classificação de saída. A distribuição de tamanho do produto final que deixa o britador (seção homogênea) depende da distribuição de tamanho da alimentação, da energia de impacto, da distribuição de resistências, da distribuição de quebra primária real, do enfraquecimento das partículas e da classificação na descarga.

Na Figura V-13, é apresentado o diagrama esquemático do modelo aplicado ao britador de martelos operando em estado estacionário e considerado perfeitamente misturado. Esse modelo é semelhante ao proposto por Whiten, mas distinto no balanço de massas quando se evidencia a propriedade de resistência da partícula. Assim, esse modelo considera que existem dois fluxos dentro do britador: um com partículas de rocha dura (wh_i) e outra de rocha macia (ws_i).

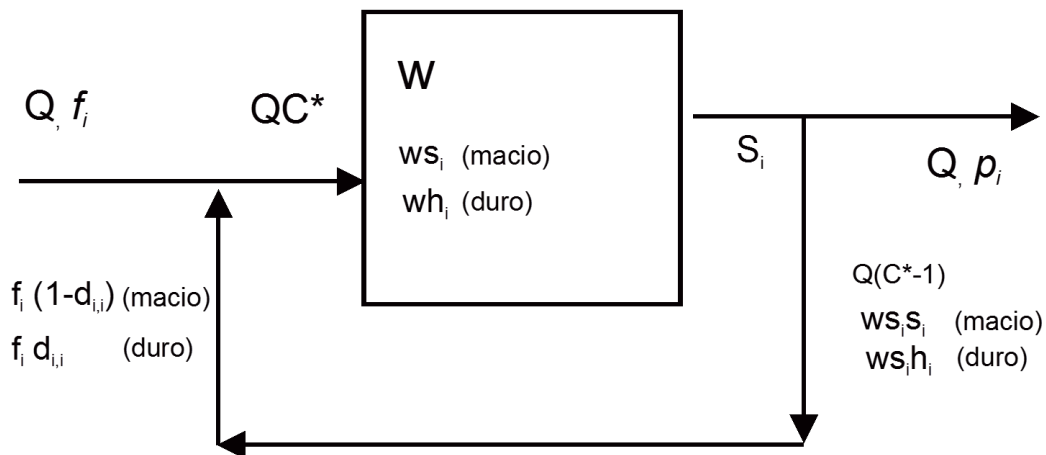


Figura V-13 Diagrama fluxo em um britador de martelos; alimentação com distribuição de tamanho $f_i d_{i,i}$ de rocha dura e outra $f_i (1-d_{i,i})$ de rocha macia, correspondentes à distribuição de tamanho do conteúdo do britador, reciclado e produto, e classificação de saída; W = massa de material retido no interior do moinho, Q = taxa de alimentação, C^* = carga circulante aparente (com base em Austin, 2004)

Segundo o modelo (Tavares, 1997), o módulo de elasticidade de Young real de uma partícula mineral decresce à medida que a partícula é comprimida durante o impacto. Isto é descrito como um dano interno irreversível que é insuficiente para promover a fratura desintegrativa da partícula. Significa que um impacto a uma dada energia específica de impacto produzirá uma menor tensão máxima de impacto, mas uma deformação fracional maior do que se o material se comportasse estritamente da forma elástica. Na Figura III-18 pode-se verificar o efeito do carregamento sobre uma população com energia constante. Esse fato está representado

na Seção III.3 do Capítulo III na Equação III-9 e Equação III-10, que mostra o cálculo do fator de acúmulo de danos D .

Neste trabalho, o fato mais importante é que é possível demonstrar a influência do dano na distribuição granulométrica do produto simulado. Na Figura V-14 que se refere à simulação com dados reais de uma rocha calcária. Observa-se que as curvas granulométricas diferem muito mesmo sendo realizadas sob as mesmas condições operacionais. As frações consideradas duras e macias são calculadas conforme a Equação V-39, a Equação V-40 e a Equação V-41. As três equações resolvidas de forma iterativa computam a quantidade de material em ambas as classes. Considera-se também, como dito inicialmente, que quando uma partícula quebra, as partículas geradas geram tanto fragmentos duros quanto macios. Essa distribuição é considerada constante para cada classe de tamanhos. A simulação é iniciada com $i=1$ sequencialmente a partir da Equação V-39 e terminando na Equação V-41.

$$wh_{ik} = \frac{\left[f_i + T^* \left(ws_i^* + \sum_{\substack{j=1 \\ i>1}}^{i-1} \left(d_{i,j} ws_j^* + b_{i,j} \sum_{l=N+1}^{k \text{ lim}+1} wh_{j,l}^* / Tc_l \right) \right) \right] d_{i,i,k}}{1 - s_i + T^* / Tc_k} \quad \text{Equação V-39}$$

e,

$$ws_i^* = \frac{\left[f_i + T^* \left(\sum_{\substack{j=1 \\ i>1}}^{i-1} \left(d_{i,j} ws_j^* + b_{i,j} \sum_{l=N+1}^{k \text{ lim}+1} wh_{j,l}^* / Tc_l \right) \right) \right] (1 - d_{i,i,k})}{1 - s_i + T^*} \quad \text{Equação V-40}$$

na qual wh_{ik} é o termo relativo à fração em massa das partículas consideradas duras, o termo T^* é relativo ao número de impactos que a partícula recebeu e Tc_l é o número de impactos crítico, ws_i corresponde à fração em massa das partículas consideradas macias (frágeis), s_i é o termo relativo à classificação interna para uma dada classe de tamanhos que retorna ao britador, d_{ij} representa a massa de partículas da alimentação que saem da classe j e passam para a classe i após um impacto, k_{lim} é a resistência crítica das partículas e $d_{i,i,k}$ que é o termo de desaparecimento de partículas consideradas duras em uma classe i com resistência k .

$$wh_n^* = \frac{\left[f_n + T^* \left(\sum_{\substack{j=1 \\ i>1}}^{n-1} \left(d_{n,j} ws_j^* + b_{n,j} \sum_{l=N+1}^{k_{lim}+1} wh_{j,l}^* / Tc_l \right) \right) \right]}{1 - s_n}$$

Equação V-41

Austin considera que o efeito do acúmulo de dano é significativo. Considera também que não se pode prever adequadamente o comportamento de um britador em que possam ocorrer vários impactos em uma mesma partícula sem a utilização da teoria da mecânica do dano. Excetuando quando a energia específica de impacto utilizada pelo britador seja grande o suficiente para fraturar a partícula com um único impacto.

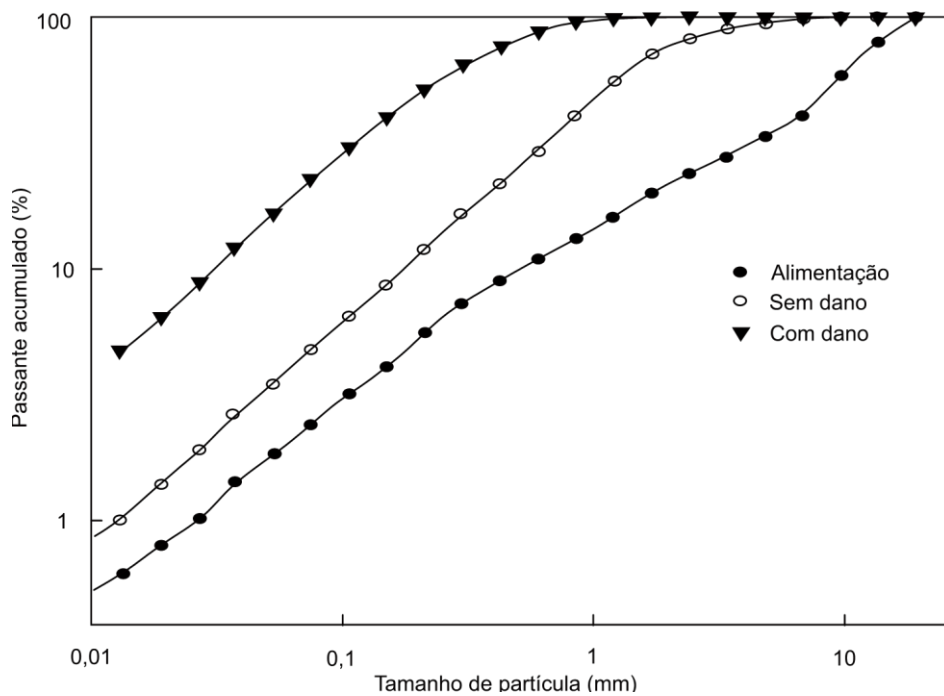


Figura V-14 Simulação do efeito do dano na distribuição granulométrica dos produtos de um britador de martelos (com base em Austin, 2004)

Austin ainda verificou pelo modelo que o aumento da velocidade nas ponteiras resulta em um produto mais fino. A energia específica de impacto e a frequência de impactos por unidade de tempo neste caso aumentam juntas. Implicando que o número crítico de impactos (k_{lim}) necessários para quebrar uma partícula de dada resistência por acúmulo de dano diminui.

O modelo possui simplificações importantes para minimizar a demanda computacional na sua aplicação. O autor ainda alerta que alguns dados tiveram que ser escolhidos arbitrariamente e que trabalhos posteriores seriam necessários para que esse modelo fosse validado.

V.4 Método de elementos discretos

O método proposto por Cundall (Cundall e Strack, 1979) é o mais utilizado atualmente para simulação de sistemas granulares. Esse método representa a simulação dinâmica, baseado em um modelo para as forças de contato entre as partículas que leva em consideração as forças elásticas de repulsão, forças de atrito estático e dinâmico, além de forças de dissipação viscosa. Ele foi denominado inicialmente pelos autores de método de elementos distintos, sendo comum atualmente o uso do nome de método dos elementos discretos ou a sigla DEM.

Cundall propôs um modelo que combina uma lei de força-deslocamento linear, no caso a Lei de Hooke, com uma força de amortecimento viscoso proporcional à velocidade relativa dos elementos em contato. Nesse modelo, conforme a Lei de Atrito de Coulomb, a componente tangencial é limitada por um valor crítico permitindo deslizamentos entre os elementos sendo proporcional à força normal. Existem modelos baseados em lei de força-deslocamento não linear. Exemplos destes modelos são os que têm a força de contato normal de acordo com a Teoria de Hertz (Figura V-15) e a força de contato tangencial segundo a Teoria de Mindlin (DEM Solutions, 2013).

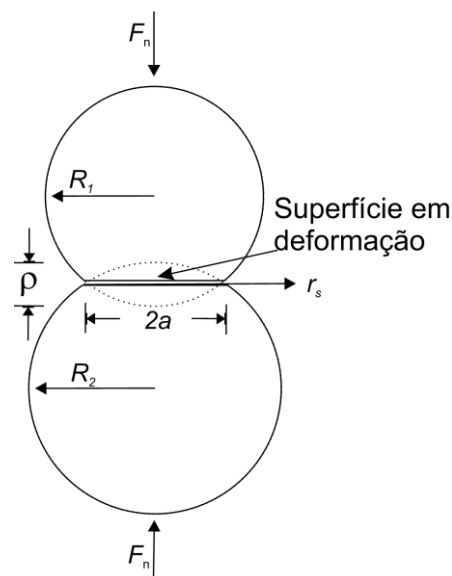


Figura V-15 Modelo de contato de Hertz onde F_n é a força normal, ρ é o deslocamento, R_1 e R_2 são os raios das esferas, a é o raio da área de contato, e r_s é a superfície de contato

Mindlin na década de 1950 foi um dos primeiros a estudar as propriedades elásticas em meios granulares, tendo desenvolvido um modelo popular de contato. Existe uma série de modelos para a força de contato. De forma geral, o modelo de força de contato está associado ao comportamento mecânico do material em análise. Em escala de grãos ou partículas, as forças de interação envolvidas são muito complexas. Conseqüentemente, os modelos de força de contato buscam a melhor aproximação possível dessas forças, de modo que os seus efeitos em escalas superiores sejam semelhantes. Outro detalhe importante é que no DEM é permitido que as partículas interpenetrem em algum grau umas às outras.

A maioria dos modelos para o método de elementos discretos utilizados para simular a dinâmica de sistemas de partículas utilizam partículas esféricas (Kodam *et al.*, 2010a). Apesar de partículas reais serem frequentemente irregulares na forma, as esferas são normalmente mais utilizadas porque:

- Esferas são fáceis de caracterizar. Um diâmetro é tudo o que é necessário para descrever uma esfera.
- Detecção de contato entre esferas é mais simples. Duas esferas estão em contato se a distância que separa seus centros é menor do que a soma de seus raios.
- Modelos de força de contato para as esferas estão disponíveis na literatura. Por exemplo, um modelo hertziano é comumente utilizado para determinar a força elástica de contatos regulares envolvendo esferas.
- Contatos entre esferas são modelados como pontos de contato únicos.

Existem atualmente modelos que tentam descrever formatos de partículas que diferem da esfera, tais como partículas cilíndricas. Um exemplo que pode ser citado é apresentado no trabalho de Kodam (Kodam *et al.*, 2010b). Neste trabalho é comparado a utilização de partículas esféricas, partículas esféricas compostas no formato de um cilindro, e um cilindro criado por um algoritmo que foi nomeado de *true cylinder algorithm*. Apesar de ainda não validado totalmente, demonstra como o aspecto da forma é importante.

Outro exemplo (Cleary, 2013) foi a utilização de partículas elipsoides super-quadráticas para simular grãos de arroz em um misturador. Neste trabalho também foram comparadas as respostas de partículas esféricas com as elipsoides super-quadráticas, mostrando também que o formato influi no resultado da simulação. O resultado de ensaios do ângulo de repouso para o arroz está em 30-31°, quando simulado no DEM a resposta de uma partícula elipsoide foi de 31°, enquanto que as partículas esféricas a resposta foi de 20°.

Existem vários artigos mostrando a utilização do DEM na área mineral, a qual tem encontrado relativo sucesso. Exemplos destas aplicações são: a modelagem de moinhos de bolas (Mishra e Rajamani, 1992; Mishra e Rajamani, 1994; Inoue e Okaya, 1995, Datta *et al.*, 1999), moinhos SAG (Rajamani e Mishra, 1996; Bwalya *et al.* 2001; Cleary, 2001; Nordel *et al.*, 2001; Djordjevic *et al.*, 2004; Djordjevic, 2005) e na quebra de partículas individuais e em leitos (Tang, 2001; Djordjevic e Morrison, 2006).

Esse método também foi utilizado na simulação da cominuição de britadores de impacto de eixo vertical (Djordjevic *et al.*, 2003; Cleary, 2009).

Cleary (Cleary, 2009) simulou o britador VSI utilizando partículas esféricas, monitorando seus movimentos e as energias recebidas no interior da câmara de britagem. A energia absorvida pelas partículas foi relacionada aos dados de análise em ensaios de fragmentação individuais, como o DWT. Sempre que essa energia absorvida é superior ao limiar da energia de ruptura, essa partícula original (partícula mãe) é substituída por um aglomerado geometricamente definido de partículas menores (partículas filhas). Essas partículas preenchem o espaço ocupado pela partícula original de forma correspondente a análise da fragmentação individual. Isso é feito de forma instantânea na simulação. Este trabalho também relata que, quando o produto da britagem gera uma grande quantidade de partículas finas, a gravidade tem um papel de menor importância no transporte do material. Afirmando ainda, que uma descrição adequada do desempenho do equipamento só será possível quando o fluxo de ar for devidamente levado em consideração.

Embora capaz de proporcionar um bom ajuste a um único conjunto de dados. Essa abordagem faz com que a fragmentação por abrasão seja deixada em segundo plano. Considera-se que todas as colisões que envolvem uma dada partícula acontecem em um único evento. Sendo assim uma simplificação da realidade do VSI. Essa abordagem, ainda, exige um esforço computacional muito significativo, mesmo para computadores atuais, e não resolve o problema por completo. Nesse modelo uma parte significativa dos finos da moagem não são representados na simulação. Sabe-se também que esse complemento pode ser feito, mas com um custo de tempo computacional ainda maior.

No trabalho de Djordjevic simulou-se um britador VSI que é produzido pela TEREX, modelo Canica 90, com raio do rotor de 0,65 m e cinco sapatas, de configuração semelhante àquela mostrada na Figura IV-7. A alimentação das partículas na simulação foi feita individualmente. A energia cinética específica foi verificada em função do tamanho da partícula e da frequência (velocidade) dos impelidores (rotor). Na análise da simulação, a energia específica

para operações com baixa velocidade rotacional mostrou-se independente do tamanho de partícula. À medida que a frequência de rotação aumentou, as energias cinéticas específicas diminuíram para as partículas maiores. Enquanto que para aquelas partículas menores na frequência de 650 rpm permanecem constantes. Esse efeito foi demonstrado com a aplicação de velocidades de 650 até 950 rpm em partículas com tamanhos de 10 até 70 mm, como é ilustrado na Figura V-16 (Djordjevic *et al.*, 2003).

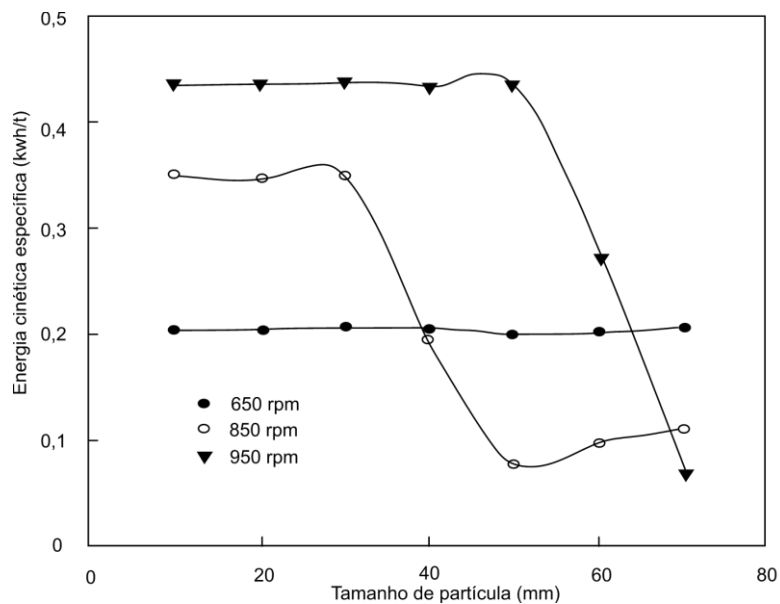


Figura V-16 Energia específica em função do tamanho de partícula (com base em Djordjevic *et al.*, 2003)

Djordjevic também avaliou a posição na qual a partícula é alimentada. Ele mostrou que existe uma variação da energia específica em função da distância de alimentação no rotor e que esta tende a crescer quanto mais distante do centro a partícula é inserida.

V.5 Conclusão sobre o estado da técnica da modelagem matemática de britadores VSI

Ainda que o VSI tenha recebido uma menor atenção por parte dos pesquisadores do que britadores por compressão, principalmente no que diz respeito à modelagem. Uma revisão da literatura apresentada aqui mostra que os britadores de impacto de eixo vertical foram objeto de vários estudos importantes.

Alguns estudos de avaliação do desempenho dos VSIs mostram peculiaridades do funcionamento e características do produto. Nos fornecem condições para que se forme algum

entendimento do que pode ser esperado do comportamento do britador conforme se mudam as suas variáveis operacionais. O que ocorre quando se utiliza o cascadeamento ou se muda o tipo de rocha utilizada na alimentação. Também mostram vários casos no qual o VSI foi empregado comercialmente com sucesso na substituição de algum equipamento convencional em usinas.

Alguns dos modelos apresentados são adaptações do modelo de Whiten (Whiten e White, 1979) para britadores cônicos e implementam neles características do britador VSI. Os modelos quando não totalmente empíricos, têm utilizado a principal característica do VSI que é a projeção das partículas em alta velocidade como o fator determinante do produto da britagem. Isso em conjunto com medidas características de cominuição da rocha em ensaios de bancada ou na própria usina.

A velocidade das partículas é calculada em relação ao raio do rotor, especificamente utilizando a velocidade angular na ponteira. Apesar de utilizarem a ponteira do rotor como base de cálculo para a energia aplicada a cada partícula lançada, os valores de energia calculada pelos modelos JKSimMet (Napier-Munn *et al.*, 1996) e Nikolov (Nikolov, 2002) diferem. Por exemplo, com uma velocidade de saída de uma partícula do rotor em torno de 60 m/s, o valor de energia de impacto específica estimada é em torno de 2000 J/kg e 4000 J/kg respectivamente nos modelos citados.

O principal problema de utilizar essa informação, é que será necessário utilizar alguma correção para ajustar o produto do britador. Isso fica claro quando observa-se que a energia calculada a partir da ponteira do rotor, que se aplicada integralmente à alimentação do britador, gera um produto mais fino do que o produto real. Isto pode ser visto na Figura V-17. Nela pode-se observar o produto da britagem quando relacionada somente energia de fratura, energia aplicada e alimentação. Sem considerar que no VSI uma partícula pode sofrer vários impactos.

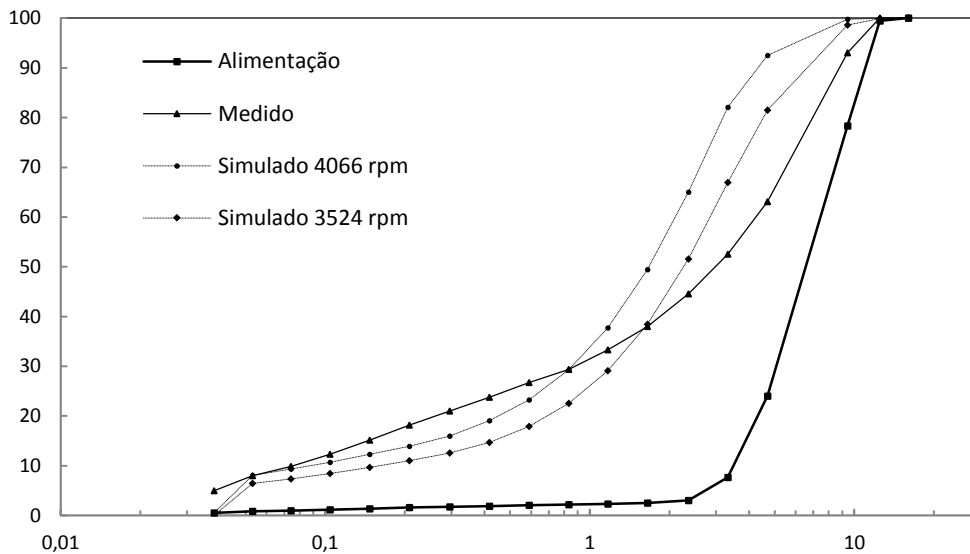


Figura V-17 Comparação de um modelo simplificado com base na energia aplicada e propriedades da rocha contra o produto medido de um VSI. Condições do ensaio: Taxa de alimentação de 5,3 t/h, frequência do rotor de 4066 rpm, abertura do cascateador de 4 cm

O modelo utilizado para o VSI no JKSimMet foi desenvolvido para britadores cônicos. Nele a única informação utilizada é valor do cálculo da energia aplicada a partícula. O trabalho de Nikolov utiliza algumas das características do VSI, levando em consideração a população de partículas que formam uma nuvem em torno do rotor e a interação entre elas. Esta nuvem é função da taxa de alimentação e do cascateamento, e essa população sendo maior ou menor influi no produto do britador.

Ainda, nesse modelo é considerado que, em função da velocidade do rotor, existe um tamanho mínimo de partícula que seria cominuído dentro do britador (d_{min}). Comparativamente, no modelo JKSimMet esse valor é tomado como zero, uma vez que o valor da APF é zero, ou seja, todas as partículas seriam cominuídas.

O modelo de Bengtsson utiliza meios analíticos para determinar a velocidade de saída do rotor das partículas e assim determinar o seu produto da britagem. O modelo se baseia no trabalho de Rychel (Rychel, 2001) que descreve um modelo para o fluxo de partículas no rotor e que determina a velocidade das partículas na saída do mesmo. Para o cálculo da velocidade da partícula é suposto no modelo que todas as partículas têm o mesmo ângulo de saída do rotor. Esse fato implica que todas as partículas têm a mesma velocidade para o modelo. Também é

considerado que os coeficientes de atrito são iguais, tanto para a rocha quanto para o metal. A função bimodal que é utilizada para calcular o produto do britador utiliza algumas constantes, mas não há um detalhamento do que são, como calcular ou o que representam.

Considera-se então que não houve significativo avanço na modelagem do VSI devido à falta de um conhecimento mais preciso sobre a velocidade e as distribuições de energia de colisão dentro da câmara de britagem (Djordjevic et al, 2003).

Para tentar preencher essa lacuna, trabalhos baseados em DEM têm mostrado dados importantes sobre o que acontece dentro do britador, como no artigo de Djordjevic. Mostra-se neste trabalho que a velocidade da partícula na ponteira do britador difere do valor utilizado comumente na modelagem. Sugere ainda que existem vários níveis de energia aplicada em função das características das rochas, como tamanho por exemplo. Djordjevic utilizou modelos simplificados tanto do VSI quanto do HSI, e isso pode ter levado seu trabalho a ter conclusões aparentemente irrealistas. No caso, é difícil de compreender como a energia específica tenha um valor independente da frequência do rotor em uma frequência baixa. E à medida que o rotor passe para uma frequência maior, a energia específica diminua com o aumento do tamanho de partícula permanecendo constante para as partículas menores. Lembrando que nesse trabalho as partículas foram lançadas no britador individualmente e não havia influência do fluxo de partículas que existe em tais britadores. Mesmo assim é um trabalho importante por ser um dos primeiros trabalhos que utiliza o DEM para a compreensão do funcionamento de britadores de impacto.

Cleary apresenta em seu trabalho um britador semi-autógeno no qual as partículas da alimentação fragmentam no DEM. Neste trabalho não é considerada a quebra das partículas filhas dentro do modelo. O aspecto negativo é o tempo computacional, que é alto. Se o tempo computacional fosse pequeno, aliado à fragmentação até das partículas diminutas, essa técnica sozinha seria uma ferramenta poderosa na modelagem do VSI. Este trabalho sugere, ainda que não forneça maiores detalhes, a necessidade de se avaliar o fluxo de ar dentro do britador. Por considerar que este possa ter algum efeito classificador. De fato não existe trabalho algum na literatura da área no qual o fluxo de ar ao redor do rotor do VSI fosse avaliado. Não se sabe também qual seria o seu efeito no produto do britador. O DEM poderia dar essa resposta se acoplado em algum programa de modelagem em CFD.

Com base em todas essas informações, é claro que em alguma parte desses modelos haverá a necessidade de algum tipo de correção, parâmetro de ajuste ou classificação. Isso é necessário

para adequar o resultado do modelo com o produto real do britador. Este tipo de ajuste ainda limita a extrapolação desses modelos em uma condição não calibrada.

Os modelos desenvolvidos especificamente para o VSI são poucos e existe pouca informação sobre os mecanismos de funcionamento deste equipamento. As informações utilizadas nos modelos se restringem ao valor da energia que pode ser aplicada as partículas sendo calculadas em função da velocidade da ponteira do rotor.

O movimento dinâmico de partículas no interior da câmara de britagem e a interação entre os elementos de britagem e as partículas, exerce uma influência dominante sobre a distribuição de tamanho do produto. No entanto, esse conhecimento é raro na literatura (Djordjevic et al, 2003).

Pelo verificado até o momento, não existe uma informação precisa nem do tempo de residência das partículas. Também não se sabe qual nível de energia elas estão realmente sujeitas e quantos impactos ela pode receber dentro do tempo que ela permanece na câmara de britagem.

O DEM pode nos fornecer essas informações. Mesmo considerando que no momento as partículas nas simulações são consideradas rígidas. Não se pode garantir que a DTR do britador possa ser realmente o que nos sugere uma simulação em DEM, pois as partículas filhas geradas dentro da câmara de britagem não teriam o seu tempo computado, e nem se saberia se elas poderiam sofrer algum efeito de classificação dentro do britador.

Ainda hoje, pelo que foi exposto, não existe um modelo para o VSI que seja realmente preditivo. Um modelo que leve em conta somente as características de operação, construtivas do britador, e também características das rochas para determinação dos produtos. Mesmo entre esses trabalhos citados as informações existentes sobre o que acontece realmente dentro do britador VSI são muito limitadas.

VI. MATERIAIS, METODOLOGIA EXPERIMENTAL E DE SIMULAÇÃO

VI.1 Materiais

Amostras de rochas provenientes de seis jazidas usadas na produção de pedra britada foram coletadas para os ensaios, cuja localização e procedência são apresentadas na Tabela VI-1.

Tabela VI-1. Identificação das empresas envolvidas e litologias utilizadas nos ensaios

Empresa	Localização da mineração	Litologias
Pedra Sul Mineração Ltda.	Matias Barbosa (MG)	Granulito
Ibrata Mineração Ltda.	Rio de Janeiro (RJ)	Gnaisse
Pedreira Santa Luzia Ltda.	Itaguaí (RJ)	Gnaisse
Pedreira Vigné Ltda.	Nova Iguaçu (RJ)	Sienito e traquito
Pedreira São Pedro Ltda.	Nova Iguaçu (RJ)	Gnaisse

VI.2 Ensaios realizados para caracterização das rochas

Os ensaios de caracterização da fragmentação foram realizados para a maioria das amostras listadas na Tabela VI-1. Esses ensaios incluem a determinação das distribuições de energias de fratura, resposta do material a impactos repetidos e relações entre energia aplicada e distribuição granulométrica. Além disso, foram realizados ensaios da fragmentação por abrasão por meio de ensaios de auto fratura. Os ensaios são realizados seguindo procedimentos internos de análise do LTM, e são descritos resumidamente a seguir.

As análises que caracterizam as propriedades mecânicas das partículas para aplicação para a modelagem mecanicista da cominuição (Tavares e Carvalho, 2009; Carvalho, 2009) são: densidade relativa, *Drop Weight Test* (DWT), impactos repetidos (IR), célula de carga de impacto (CCI), auto fratura. O DWT e IR são realizados na CCI, pois são executados de forma semelhante, mas não demandando o uso da instrumentação.

As medidas de densidade relativa das partículas foram feitas por meio de pesagem hidrostática utilizando uma balança de precisão. Foram utilizadas 30 partículas de tamanho 9,5 x

6,7 mm para cada amostra. As partículas eram pesadas uma a uma, primeiramente a seco e em seguida submersas em água.

Para os ensaios de impacto existem três CCI no Laboratório de Tecnologia Mineral (LTM). Elas abrangem uma grande faixa de tamanhos de partículas para análise, e cobrem uma faixa de energia de impacto de 0,3 a 1200 J.

Na execução dos ensaios foram utilizadas até 100 partículas contidas em faixas granulométricas específicas dependendo do ensaio que for realizado, se DWT, IR ou CCI. Considerando a heterogeneidade das amostras e os problemas inerentes ao processo de análise nestes tipos de equipamento (Napier-Munn *et al.*, 1996). Essa quantidade de partículas é recomendada para diminuir o erro estatístico devido à amostragem na análise. Em todos os ensaios de impacto, as partículas foram analisadas individualmente.

Para a análise na CCI, uma partícula é posicionada no centro da barra. O impactador é liberado pelo eletroímã, e durante a queda até a partícula ele aciona um dispositivo de disparo antes de colidir com a partícula. Inicia-se assim a medição com a coleta os dados e armazenando-os em um computador. Esse ensaio permite determinar a energia específica de fratura do material.

Para o DWT, são utilizadas várias alturas de queda do peso fazendo com que as partículas recebessem diferentes energias de impacto. Assim é possível correlacionar a intensidade da quebra com a energia aplicada. Os fragmentos eram recolhidos e executada a análise granulométrica das partículas impactadas em um peneirador Ro-Tap®.

No ensaio de IR as partículas foram impactadas, uma a uma, sucessivas vezes com energias determinadas e de baixa magnitude, resultando na fragmentação pelo acúmulo de dano. Este número de impactos é registrado e, então, estimado o valor da constante do dano. A partícula é considerada fraturada quando, por definição, ocorria perda de um mínimo de 10% de sua massa inicial (Tavares, 2009).

O ensaio de auto fratura consistiu no lançamento de 100 partículas previamente pesadas em uma altura de queda fixa por 40 vezes. Após cada impacto é verificada a perda de massa em uma balança analítica até que um evento tenha resultado em perda superior a 10%, no qual a partícula era considerada fraturada.

VI.3 Ensaios de britagem

Nesta seção são descritas as configurações dos circuitos piloto e industrial utilizados para os testes com o VSI. Assim como também os principais equipamentos utilizados para sua execução dos estudos. Todas as análises granulométricas dos ensaios foram realizadas à úmido em peneirador vibratório.

VI.3.1 Descrição do circuito de britagem em escala piloto e amostragem

O circuito utilizado para a produção de amostras foi instalado em três locais. Na pedreira Pedra Sul em Matias Barbosa-MG próximo a Juiz de fora. Na pedreira Vigné e na pedreira São Pedro ambas em Nova Iguaçu, próximo ao Rio de Janeiro. Os ensaios foram executados em cada empresa, com o circuito sendo desmontado e reinstalado em cada amostragem. As amostras da pedreira Ibrata foram produzidas na pedreira Vigné.

A configuração geral do circuito é apresentada na Figura VI-1 e é mostrada em maior detalhe na Figura VI-2. Este circuito foi utilizado para todos os ensaios realizados, alterando somente a configuração, se em circuito aberto ou fechado.

O circuito é constituído por um silo (com capacidade de, aproximadamente, 2 m³), alimentador vibratório, britador impacto de eixo vertical – VSI (Barmac®, modelo 3000, com capacidade nominal de 12 t/h) com cascadeador, peneira vibratória com duplo deque e quatro transportadores de correia que operam à velocidade de 1,6 m/s.

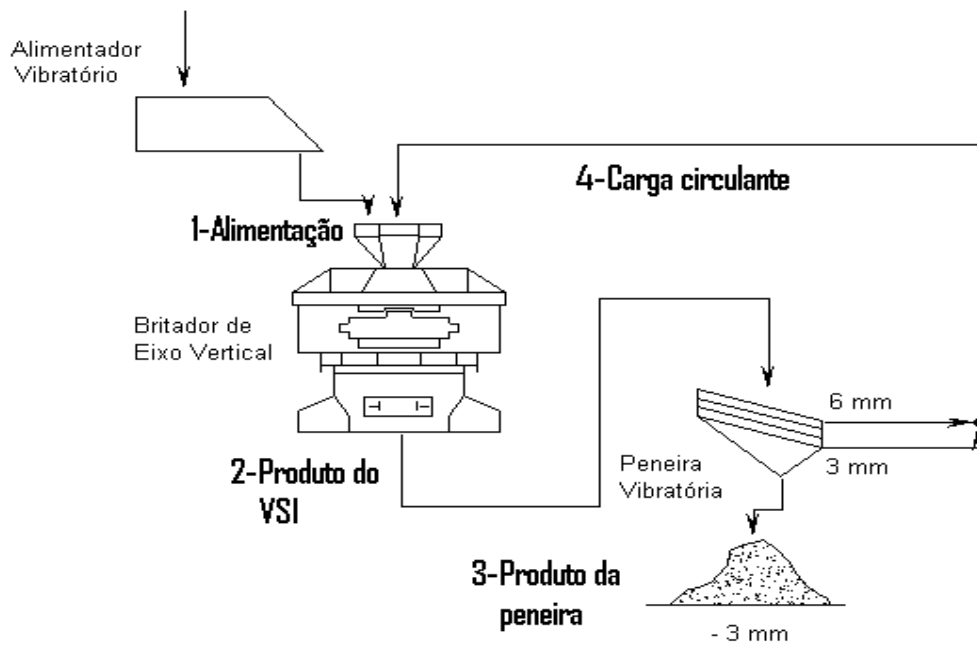


Figura VI-1 Diagrama esquemático do circuito de britagem e classificação em escala piloto



Figura VI-2 Usina piloto de britagem e classificação: sendo (1) à frente e à direita está o britador de impacto de eixo vertical, ao fundo, (2) o classificador (peneira vibratória duplo deque), (3) transportador do alimentador, (4) transportador do produto do britador, (5) transportador da carga circulante

O britador possui um rotor com diâmetro de 300 mm, com dois ajustes de velocidade em função das polias. Sendo acionado por um motor de 20 HP que opera à velocidade nominal de 4880 rpm. As frequências relativas aos ajustes são: 4066 e 3524 rpm. São correspondentes a uma velocidade da ponteira do rotor de aproximadamente 64 e 55 m/s.

A peneira, com largura de 0,72 m, comprimento de 2,22 m e inclinação de 29°, apresenta telas com aberturas de 6 e 3 mm e diâmetros dos fios (de aço) de, respectivamente, 4 e 3 mm. Nesse circuito fechado de britagem, o material retido nas telas com aberturas de 6 mm (alívio) e 3 mm era realimentado no britador, junto à alimentação nova. No circuito operando em configuração aberta o retorno da alimentação foi fechado (carga circulante), sendo as amostras tomadas normalmente.

A representatividade da amostragem foi garantida ao operar o circuito em regime estacionário. O regime estacionário ou permanente foi verificado pelo tempo demandado pelo britador para que as taxas de alimentação e produto final apresentassem uma diferença inferior arbitrada em 10% em massa. A câmara de britagem do equipamento foi totalmente esvaziada de material antes do início do teste, ou seja, livre de material particulado. Em seguida o britador foi alimentado com uma taxa de 8 t/h (brita 0) a uma frequência de operação de 4066 rpm. A condição de cascadeamento obtida foi de 18,7 % da alimentação total do britador. A taxa de alimentação nominal do equipamento é de 12 t/h, mas foi utilizada a taxa de 8 t/h por ser o limite máximo que o motor do equipamento suportava sem desarmar para a rocha utilizada. Foram retiradas amostras do produto final do britador a cada minuto a fim de estimar a taxa de material descarregado. As taxas ao longo de 5 minutos são mostradas na Figura VI-3. Observa-se que a estabilidade é atingida a partir do terceiro minuto. Para garantir também a estabilidade na granulometria do produto, considerou-se um tempo transiente de 10 minutos para realização de todas as amostragens.

Após 10 minutos, ou seja, após a nova estabilização do circuito, uma nova amostragem foi realizada a fim de produzir réplicas. Vê-se na Figura VI-3 que o VSI é um equipamento que entra em regime rapidamente. O tempo adotado para os intervalos de amostragem é suficiente para que as amostras sejam tomadas dentro do regime estacionário do britador. Lembrando ainda que nos ensaios com uma mesma rocha a câmara de britagem nunca é esvaziada, somente sendo ajustada a taxa de alimentação.

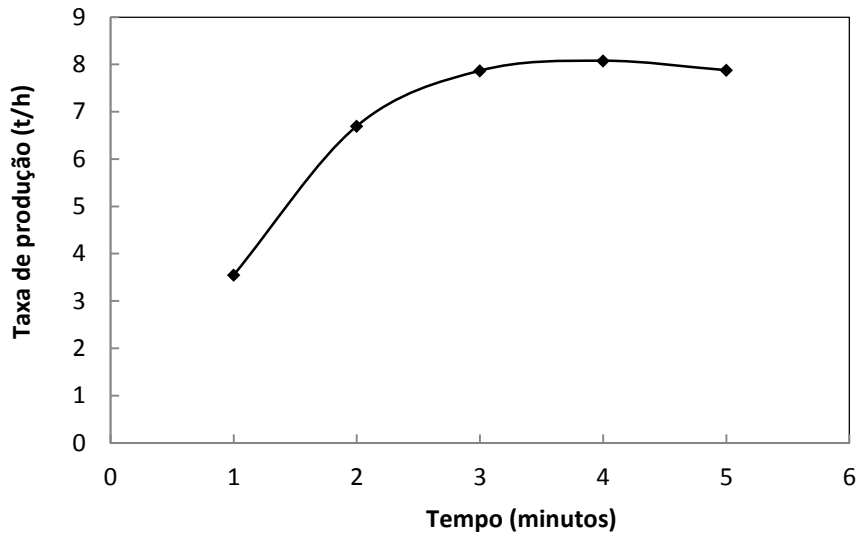


Figura VI-3 Verificação do tempo necessário para se chegar ao regime estacionário, com taxa do produto final em 8 t/h

Um total de oitenta e oito ensaios de britagem foram realizados no circuito de britagem piloto descrito. As variáveis operacionais estudadas foram: o tipo de alimentação, granulometria de alimentação (Brita 0 (B0): 12,5 x 4,8 mm ou a mistura de Brita 0 e pó-de-pedra (Pó): -12,5 mm), abertura do regulador de fluxo do britador (2, 4 e 8 cm) e taxa de alimentação nova do circuito (de 0,4 a 8,2 t/h). Alguns dos dados de granulometria deste trabalho estão apresentados no anexo. Em cada um dos ensaios foram colhidas amostras cronometradas da alimentação nova, do produto do britador, da corrente de reciclo e do produto final, sendo os pontos de amostragem descritos na Figura VI-1. A fim de minimizar flutuações dos resultados, amostras foram retiradas em triplicata e, em seguida, adequadamente acondicionadas. Após elas foram homogêneas para que fossem retiradas, por quarteamento por pilha, as alíquotas necessárias para as análises granulométricas. Essas análises foram realizadas por peneiramento (a úmido/seco) em um peneirador Ro-Tap[®]. A série de peneiras utilizadas eram de aberturas decrescentes de 4,7 até 0,037 mm, seguindo uma progressão geométrica com razão igual a $\sqrt{2}$. Sobre a peneira de 4,7 foram colocadas três peneiras para aliviar a queda da amostra na primeira peneira.

VI.3.2 Amostragem industrial

A amostragem completa foi realizada no circuito industrial de britagem da empresa Pedra Sul Ltda. em Matias Barbosa-MG e teve como objetivo diagnosticar a condição atual de operação dos circuitos de produção de agregados e também colher dados de operação do britador de

impacto. Mais dados sobre a pedreira Pedra Sul relativos a características da rocha, do circuito e produção podem ser vistos no trabalho de Neves (Neves, 2005).

Na Pedra Sul Mineração, o processo produtivo era representado por três estágios de britagem: No estágio secundário é utilizado um britador giratório S3000, no estágio terciário um britador cônico H4000 (britadores de fabricação da Svedala Faço) e no estágio quaternário um britador VSI da Omni. O modelo do VSI é REMco® 9500ST, equipado com motor de 400 HP utilizado para a produção de areia manufaturada ou industrial.

A amostragem para o VSI foi realizada em circuito aberto para evitar as flutuações do circuito de britagem. A operação foi realizada sob condições controladas e a alimentação feita a partir de uma pilha pulmão. As amostras foram coletadas em 2 metros do transportador de correia transportadora após cerca de 10 minutos de operação. As análises foram realizadas de forma semelhante ao circuito piloto. A série de peneiras utilizada era de aberturas decrescentes de 50 até 0,037 mm.

VI.4 Descrição da calibração de parâmetros e simulação em métodos de elementos discretos

A calibração e o desenvolvimento da simulação contam com a descrição do ambiente do VSI e a sua inserção na simulação no *software* de DEM. A seguir é apresentada como é realizada a extração dos dados e o seu tratamento para posterior utilização no modelo mecanicista da UFRJ.

VI.4.1 Descrição detalhada do ambiente dos britadores utilizados

São objeto de estudo deste trabalho britadores que operam de diferentes formas: o Barmac® que opera autógeno e com a possibilidade do uso do sistema de cascata (Duopactor 3000), e outro semi-autógeno, com o sistema de bigornas sem cascata (REMco® 9500ST).

O desenho do britador VSI primeiramente simulado pode ser visto no diagrama em corte da Figura VI-4. O cascadeador é um recipiente posicionado na parte superior do britador que faz a alimentação do rotor. Nele o fluxo das partículas que entram no VSI pode ser dividido em dois fluxos em função da vazão de alimentação. Esse recipiente possui uma abertura retangular regulável na parte inferior, através da qual é controlado o fluxo de partículas que são enviadas para o rotor. O excedente transborda pela parte superior do recipiente e forma uma cortina de partículas ao redor do rotor, próximo às laterais do equipamento.

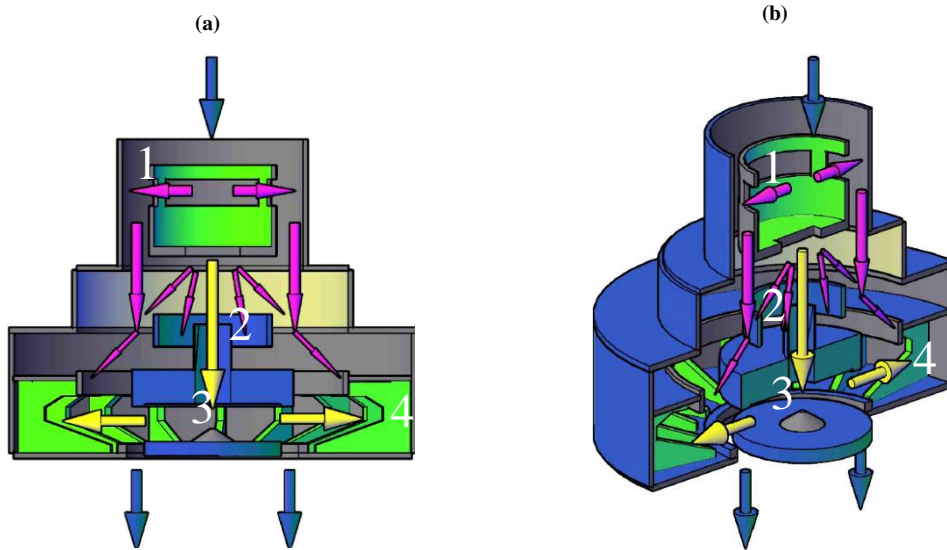


Figura VI-4 Visualização do VSI em corte. As setas azuis indicam entrada e saída do fluxo de partículas no britador. As setas rosa indicam a saída do cascadeador e as setas amarelas à entrada e saída do fluxo dentro do rotor. Em (a) vista frontal, em (b) vista diagonal, os números indicam o cascadeador (1), o alimentador do rotor (2), o rotor (3), e a câmara de britagem (4)

Na Figura VI-5 pode-se ver o cascadeador em corte. Ele possui três aberturas laterais para vazão do excedente. Na parte inferior ao centro há uma abertura retangular de tamanho ajustável pela qual as partículas saem, caindo na parte superior do rotor. As partículas que caem na parte superior do alimentador do rotor (Figura VI-6) podem ser ou não direcionadas para o tubo de alimentação do rotor. Elas podem cair em seu entorno, diminuindo a fração que efetivamente entra no rotor.

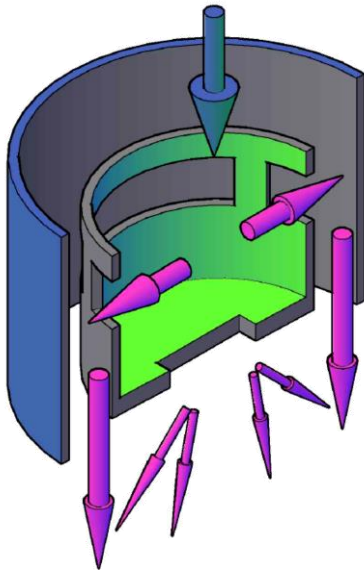


Figura VI-5 Representação dos fluxos de partículas no cascatedor

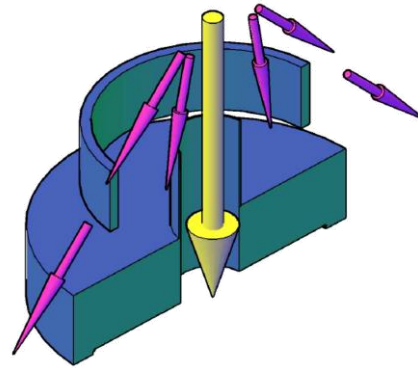


Figura VI-6 Representação do fluxo de partículas na parte superior do rotor

A partir do tubo de alimentação do rotor, o fluxo de partículas (representado pela seta amarela) entra no rotor e passa rapidamente por ele. Elas são projetadas para câmara de britagem e depois descarregadas por gravidade pela parte inferior do equipamento, representada pelas setas azuis da Figura VI-7 e Figura VI-8. O fluxo de partículas que passa pelo rotor recebe a energia cinética deste, e é projetado pelas guias na direção das paredes. No caso do equipamento usado na usina piloto, o fluxo colide contra uma camada de rocha previamente formada, que é utilizada para evitar o desgaste das partes metálicas das laterais do britador.

No caso de cascadeamento, as partículas que caem pelas laterais do cascatedor têm a energia cinética em função da altura de queda livre (energia potencial). A queda é desde o recipiente de cascadeamento até a área em torno do rotor. Entretanto, essa energia cinética pode ser considerada desprezível se comparada àquela das partículas que saem do rotor.

Essas partículas se chocam em uma área que se restringe ao entorno do rotor, na qual a transmissão de energia é intensa. Essas energias de colisão fazem com que algumas partículas fraturem gerando partículas filhas (fragmentos) que contêm ainda certa quantidade de energia cinética residual. Com essa energia restante elas podem colidir novamente dentro desse ambiente gerando mais fragmentos, sofrendo abrasão (fragmentação superficial) ou acumulando dano. Quando as partículas colidem na lateral do equipamento (leito/morto) elas ainda podem descrever

um movimento circular fazendo com que passem novamente pela área de britagem podendo sofrer mais impactos.

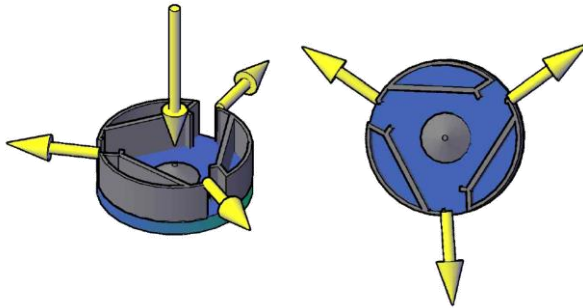


Figura VI-7 Representação do fluxo de partículas no rotor

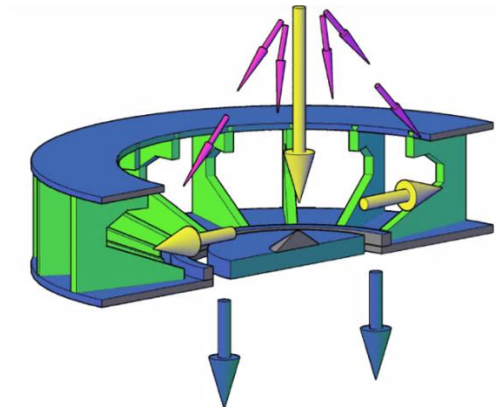
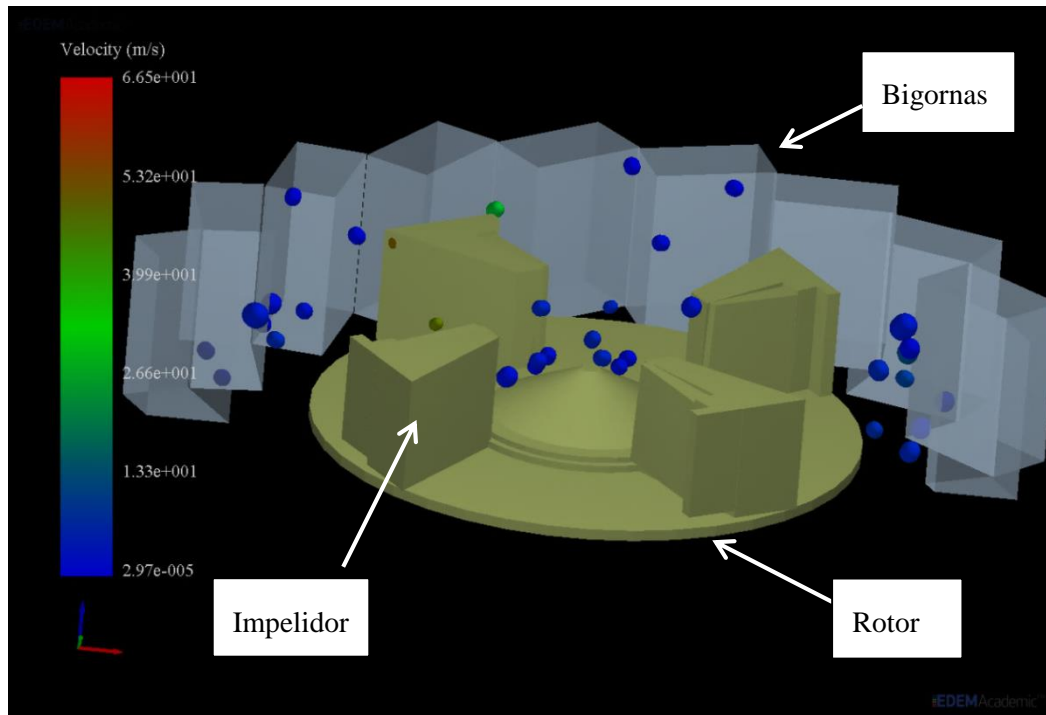
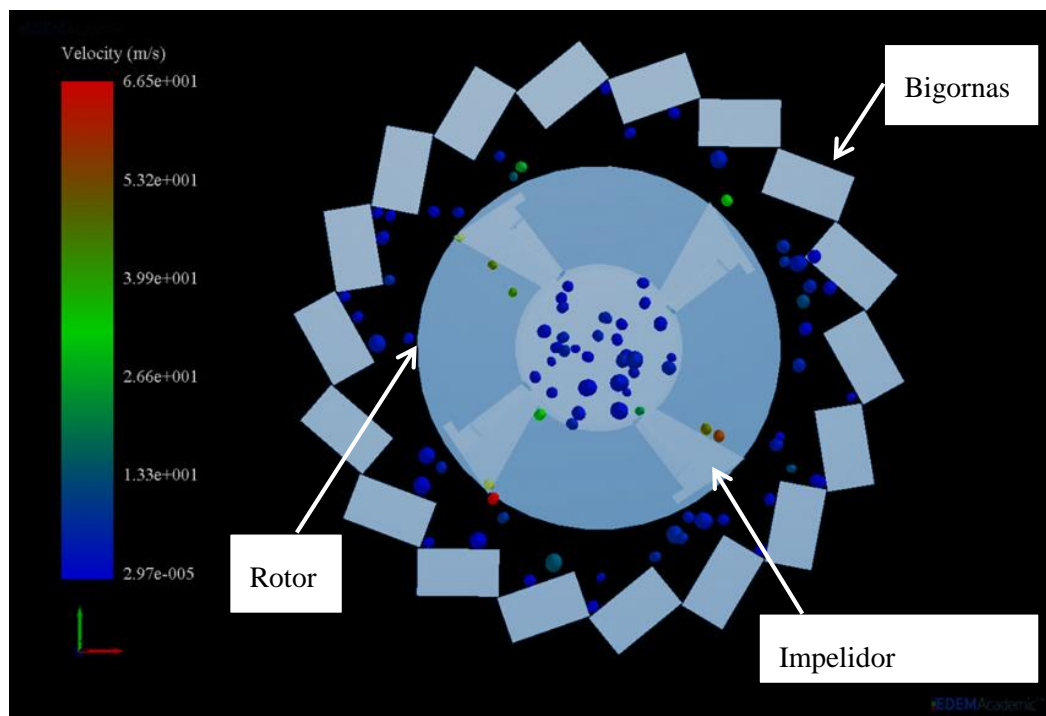


Figura VI-8 Representação do fluxo de partículas saindo do rotor e cascateador para câmara de britagem

O outro equipamento simulado neste trabalho, o VSI REMco[®], não possui cascateador, como pode ser observado no exemplo de simulação da Figura VI-9. As partículas entram pelo tubo de alimentação e seguem para o prato de distribuição do rotor. O rotor possui sapatas na sua parte superior. Essas sapatas transferem movimento para as partículas fazendo com que elas sejam projetadas. A tendência nesse equipamento é que as colisões ocorram principalmente nas bigornas. As bigornas são posicionadas radialmente e com um ângulo em relação ao rotor que possibilite que as partículas colidam de forma mais normal possível. Mesmo que os impactos ocorram principalmente sobre elas, ainda existe a probabilidade de ocorrerem mais choques das partículas que saem do rotor com as que por ventura retornem das bigornas. As partículas são então descarregadas do equipamento pela ação da gravidade pelo fundo do britador.



(a)



(b)

Figura VI-9 Vista lateral e frontal do britador REMco® simulado. Na primeira (a) observa-se o rotor com as bigonas em corte. Na segunda figura (b) observa-se um corte superior do britador, a alimentação é feita ao centro do britador

VI.4.2 Características e operação do programa de simulação em DEM

A simulação do movimento das partículas no interior do britador foi realizada com o pacote comercial do método de elementos discretos (DEM) denominado EDEM[®]. Desenvolvido pela DEM Solutions (Edinburgo, Escócia) o software permite a simulação usando o método de elementos discretos nas três dimensões (3D). Pode ser utilizado em um computador pessoal, sem necessidade de adaptações, tendo sido utilizada a licença de utilização do Laboratório de Tecnologia Mineral-LTM/COPPE/UFRJ. As simulações foram realizadas utilizando um computador DELL servidor T3500 com processador de oito núcleos Xeon 3,2 GHz e 12 Gb de memória RAM. O equipamento conta ainda com cerca de 6 Tb de capacidade de armazenamento, sendo que foi necessário também o uso de dispositivos móveis de armazenamento com mais 6 Tb de capacidade.

Descrição do modelo utilizado pelo EDEM[®]

O EDEM[®] utiliza um modelo de componente da força normal baseado na teoria de contato de Hertz, e o modelo da força tangencial baseado no trabalho de Mindlin-Deresiewicz. Ambas as forças normais e tangenciais têm componentes de amortecimento. O coeficiente de amortecimento está relacionado com o coeficiente de restituição, tal como descrito por Tsuji (Tsuji et al, 1992). A força de atrito tangencial segue a lei de Coulomb, como no modelo de atrito de Cundall (Cundall e Strack, 1979). O coeficiente de atrito de dinâmico (no EDEM é chamado de atrito de rolamento) é aplicado como um modelo de contato de torque constante, direcional, e independente (Sakaguchi e Ozaki, 1993). A força normal F_n , é uma função da sobreposição normal δ_n e é dada pela Equação VI-1.

$$F_n = \frac{4}{3} Y^* \sqrt{R^*} \delta_n^{3/2} \quad \text{Equação VI-1}$$

na qual Y^* é o módulo equivalente de Young, e R^* é o raio equivalente, definidos como:

$$\frac{1}{Y^*} = \frac{(1-\nu_i^2)}{Y_i^*} + \frac{(1-\nu_j^2)}{Y_j^*} \quad \text{Equação VI-2}$$

$$\frac{1}{R^*} = \frac{1}{R_i^*} + \frac{1}{R_j^*} \quad \text{Equação VI-3}$$

com Y_i, v_i, R_i^* e Y_j, v_j, R_j^* sendo respectivamente o Módulo de Young, coeficiente de Poisson e o raio de cada esfera em contato. Além disso, há uma força de amortecimento F_n^d dada por:

$$F_n^d = 2\sqrt{\frac{5}{6}}\kappa\sqrt{S_n \cdot m^* \cdot v_n^{rel}} \quad \text{Equação VI-4}$$

na qual: m^* é a massa equivalente; v_n^{rel} é o componente normal da velocidade relativa; e S_n (rigidez normal) são dados por:

$$m^* = \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_i} \right)^{-1} \quad \text{Equação VI-5}$$

$$\kappa = \frac{\ln c}{\sqrt{\ln^2 c + \pi^2}} \quad \text{Equação VI-6}$$

$$S_n = 2Y^* \sqrt{R^* \cdot \delta_n} \quad \text{Equação VI-7}$$

sendo que c é o coeficiente de restituição. A força tangencial F_t depende da sobreposição e rigidez tangenciais.

$$F_t = S_t \delta_t \quad \text{Equação VI-8}$$

e;

$$S_t = 8G^* \sqrt{R^* \delta_n} \quad \text{Equação VI-9}$$

na qual G^* é o módulo equivalente de cisalhamento. A força de amortecimento tangencial é dada por:

$$F_t^d = -2\sqrt{\frac{5}{6}}\beta\sqrt{S_t m^* v_t^{rel}} \quad \text{Equação VI-10}$$

na qual v_t^{rel} é a velocidade tangencial relativa. A força tangencial é limitada pelo atrito de Coulomb $\mu_s F_n$ na qual μ_s é o coeficiente de atrito estático;

Para simulações nas quais o atrito dinâmico é importante, ele é contabilizado pela aplicação do torque para as superfícies de contato.

$$\tau_i = -\mu_r F_n R_i \omega_i \quad \text{Equação VI-11}$$

com μ_r sendo o coeficiente do atrito dinâmico, R_i a distância do ponto de contato a partir do centro de massa e ω_i o vetor unitário da velocidade angular do objeto no ponto de contato.

Como foi observado, o modelo da força de contato requer a informação dos coeficientes de restituição e de atrito das partículas e do ambiente utilizado. Estes parâmetros são de obtenção experimental difícil e variam com as características de cada partícula ou equipamento. Para as partículas esta limitação tem origem na variabilidade natural das propriedades físicas dos materiais que as constituem.

O algoritmo de solução do EDEM[®] utiliza-se de uma malha de busca que periodicamente constrói uma lista de interações das vizinhanças das partículas. Os objetos limite aparecem como partículas virtuais. As forças de colisão em cada uma das partículas e objetos limite são avaliados utilizando a lista de vizinhanças e o modelo contato, transformando o resultado na janela de referência para a próxima iteração.

Operação do EDEM[®]

As geometrias dos equipamentos simulados no EDEM[®] precisam ser construídos com o auxílio de algum programa do tipo CAD (do inglês *Computer-aided design*). As figuras apresentadas no tópico anterior (Figura VI-4 até Figura VI-8) são exemplos de geometrias que foram utilizadas no EDEM[®], tendo sido construídas no programa AUTOCAD[®] com licença para estudantes, comercializado pela Autodesk, Inc.

As partículas criadas para modelagem no EDEM[®] são construídas dentro do próprio programa. Idealmente deveriam ser o mais semelhante possível às da alimentação real. As partículas criadas podem ser simplesmente esféricas ou composições de esferas procurando alcançar a forma aproximada de uma partícula real. Por exemplo, na Figura VI-10 as partículas possuem a razão de aspecto e tamanho aproximado de partículas de brita.

O EDEM® permite ainda ajustar o coeficiente de atrito estático e de rolamento dos materiais, coeficiente de restituição, bem como as suas propriedades físicas. Como por exemplo, sua densidade.

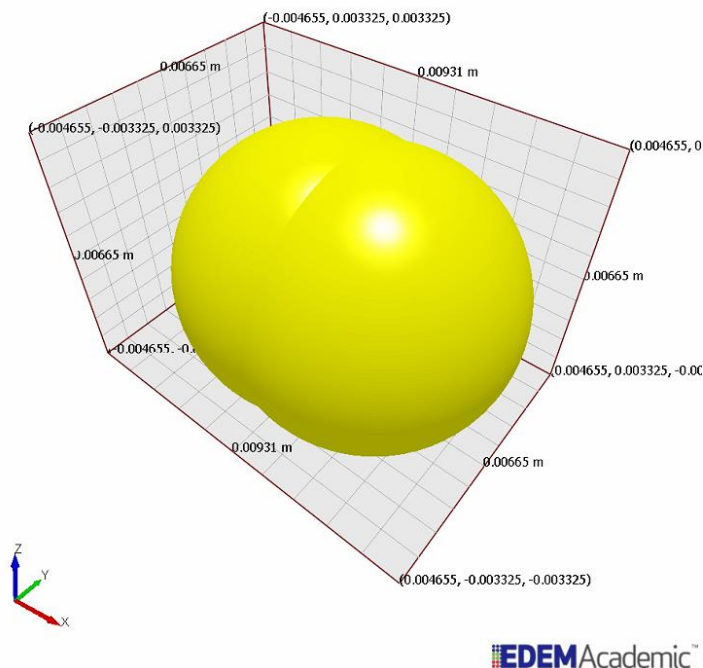


Figura VI-10 Exemplo de partícula utilizada na simulação no EDEM®. A partícula é composta por duas esferas para representar a razão de aspecto de 0,7 de uma partícula de brita

Após definidos todos os parâmetros o resultado da simulação pode ser visto em forma de imagens e animações. Isso é útil para que se faça uma avaliação visual do que acontece no interior do britador, e se esta corresponde ou se aproxima da realidade presumida. Essa forma de observação através de imagens algumas vezes é utilizada para validar os coeficientes utilizados em uma simulação. Se houver imagens do fluxo das partículas no equipamento.

As informações a respeito das colisões, contatos e transferências de energias que ocorrem entre as partículas e o britador podem ser registradas. Isso é obtido pelo rastreamento das colisões (opção *track collisions*) e depois extraídas do programa para análise. Os detalhes da extração estão na seção VI.5.4.

O EDEM® também possibilita que as partículas possam ser criadas como um grupo de partículas menores (*cluster*). Cada ligação entre as partículas possui uma energia constante representando os grãos internos de uma rocha. A simulação poderia então contemplar a fragmentação das partículas como se fosse uma rocha real recebendo a energia de um britador.

Infelizmente, essa estratégia se torna de aplicação proibitiva se considerados os tempos de processamento demandados.

Propriedades tais como a forma de partículas, as propriedades da superfície (por exemplo, a coesão e a carga eletrostática), temperatura e teor de umidade podem ser avaliadas com o uso de modelos apropriados dentro do EDEM®.

Uma simulação de um VSI, do tipo REMco®, com partículas com razão de aspecto igual a 0,7 (tratado na seção VI.5.1) e rígidas demandou processamento por mais de 320 horas no computador citado para apenas um segundo. Para ilustração do esforço computacional exigido pela técnica. Caso utilize-se partículas compostas por partículas menores pode-se chegar a meses para realizar cada simulação. Isso porque o EDEM® registra as partículas individualmente, mesmo quando elas representam uma única partícula.

Essa se torna a principal limitação da utilização de um programa como o EDEM®. Mesmo com o aumento da capacidade computacional nos dias atuais, o tempo demandado na simulação em alguns casos é longo. São os casos de ambientes mecânicos com um grande número de partículas, geometria não trivial das partículas ou equipamentos. Assim como o estudado neste trabalho.

Há ainda a possibilidade de implementar no EDEM® a probabilidade da quebra de partículas gerando uma distribuição de fragmentos. De certa forma, imitando, uma função quebra. Assim, quando uma partícula ao colidir com a parede ou contra outra partícula, seria possível substituir essa partícula por demais partículas filhas. Usando, por exemplo, modelos de fragmentação calibrados a partir de ensaios com partículas individuais em laboratório. Essa alternativa está sendo explorada por pesquisadores do LTM (Barrios *et al.*, 2014), mas está fora do escopo do presente trabalho.

VI.5 Planejamento e preparação das simulações

Neste tópico será descrito como foram planejadas e preparadas as etapas de simulação. Os dados sobre taxas mássicas de alimentação, distribuição granulométrica e também com as características da geometria do equipamento utilizado foram provenientes dos ensaios executados já descritos.

Nas simulações preliminares foi verificado que seria muito trabalhoso e pouco produtivo realizá-las com o equipamento da usina piloto de forma integral, vide Figura VI-11. Então, para

as simulações da unidade piloto optou-se por dividir o equipamento em três partes, na sequência: o cascadeador (Figura VI-5), o alimentador do rotor (Figura VI-6) e o rotor com a câmara de britagem do equipamento (Figura VI-8).

Para a simulação do britador industrial a simulação foi realizada com o equipamento de forma integral, tendo em vista que o mesmo opera de forma semi-autógena, o que demanda um número menor de partículas, uma vez que não ocorre acúmulo de partículas no interior do aparelho.

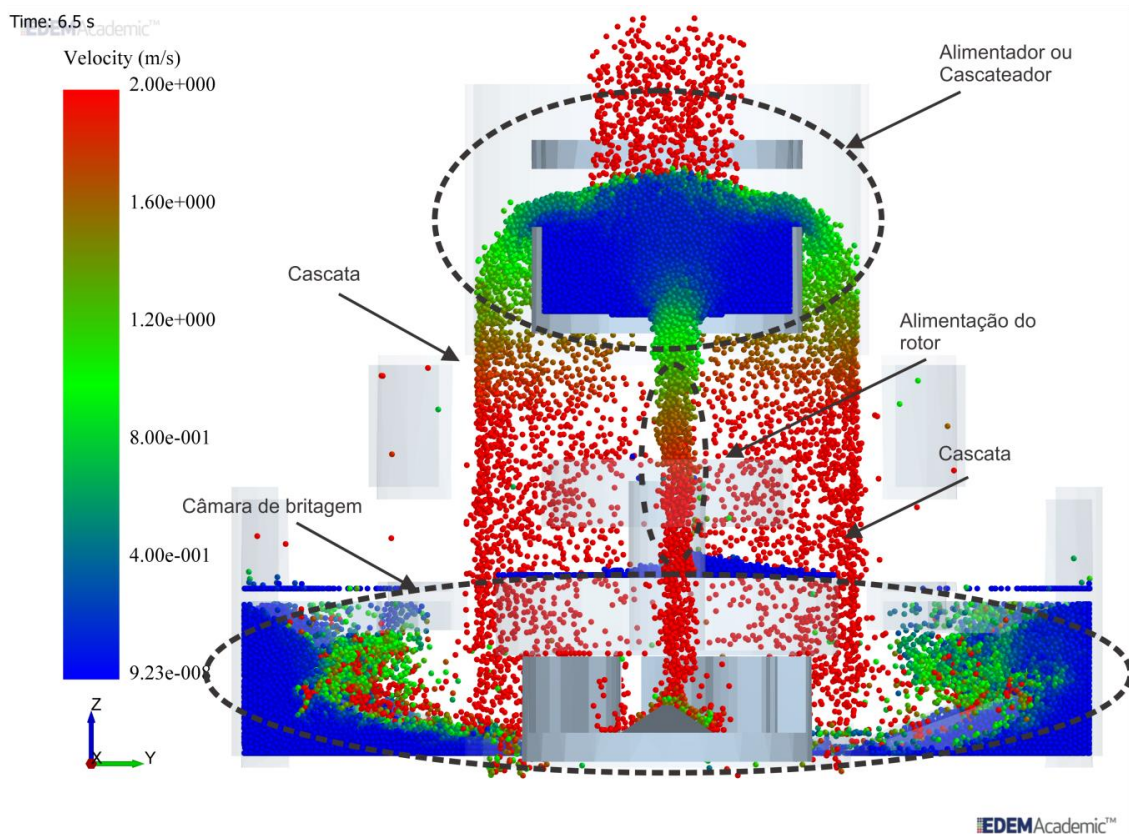


Figura VI-11 Simulação integral do VSI utilizado na usina piloto no EDEM®

VI.5.1 Simulação do Cascadeador

O cascadeador foi usado para calibração dos coeficientes utilizados no EDEM® das partículas. Para isso foram selecionados os ensaios de campo em que ocorreu mudança de um para dois fluxos em cada abertura do cascadeador. Essa abertura está posicionada na parte inferior do britador e é regulável. Ela é a responsável por direcionar o fluxo de partículas para a parte

superior do rotor. Na Figura VI-12 pode-se observar um exemplo de uma simulação do cascadeador.

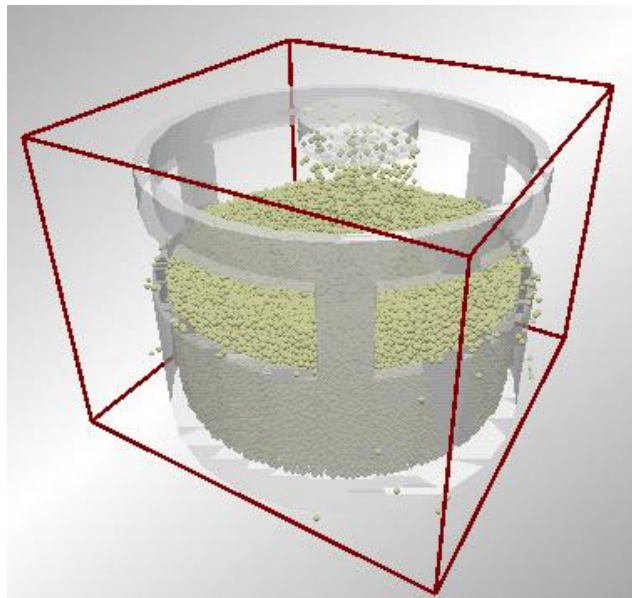


Figura VI-12 Vista da simulação do cascadeador transbordando no EDEM®

Para o ajuste das simulações utilizou-se como base a Tabela VI-2. Nessa tabela estão somente os ensaios em campo utilizados. A condição de cascadeamento é representada por C que significa que houve cascadeamento e NC que não houve cascadeamento. As anotações em campo foram feitas de forma visual. É importante destacar que em todos os ensaios com abertura de 8 cm, não houve cascadeamento, pois essa abertura permitia que toda a alimentação escoasse para dentro do rotor.

Tabela VI-2 Dados dos ensaios utilizados para a calibração dos coeficientes de atrito estático e atrito de rolamento das partículas no EDEM®

Condição de cascateamento	Alimentação (t/h)	Abertura do cascateador (cm)
Sem cascateamento (NC)	2,2	2
Com cascateamento (C)	4,4	2
Sem cascateamento (NC)	5,7	4
Com cascateamento (C)	6	4

Numa primeira etapa, como comentário, trabalhou-se na simulação com a distribuição granulométrica completa com todas as 14 classes de partículas, representada pelas análises dos ensaios de campo. Estes dados foram utilizados em conjunto com as características das partículas (forma, coeficientes de atrito, etc) e dos materiais do britador.

Essa forma de conduzir a simulação se mostrou inviável, pois o tempo de simulação foi excessivamente longo, impossibilitando qualquer tentativa de ajuste. Devido a essa dificuldade, foi revista a forma de realizar a simulação. Optou-se por utilizar partículas esféricas e também limitar o número de classes da alimentação para três classes do *top size*, a fim de reduzir o tempo de simulação, perdendo o mínimo possível de informações.

Para identificar o número adequado de classes de tamanho de partícula para as simulações em DEM, foram consideradas duas possibilidades: a utilização de quatro classes de tamanhos enquanto e outra composta por três classes. Para verificar alterações no volume aparente ocupado por ambas as distribuições, duas simulações foram realizadas. Nessas simulações um cilindro foi preenchido com a mesma massa de partículas submetidas à uma vibração de 10 Hz e amplitude de 1 mm, o suficiente para acomodar as partículas no volume disponível. A altura da coluna de partículas foi registrada assim que o sistema entrou em repouso. Não foi observada diferença significativa na altura da coluna. Sendo assim, a utilização de apenas três classes de tamanhos se mostrou satisfatória na questão do volume interno no britador. Permitindo ganhos na velocidade de execução das simulações. A Figura VI-13 e Figura VI-14 ilustram os resultados das simulações realizadas.

A alimentação da Figura VI-13 consiste na fração grossa, partículas das três primeiras classes representativas. Na Figura VI-14 a alimentação era composta por 4 classes. As três primeiras classes representativas são idênticas, sendo a quarta classe uma composição das demais. Na primeira simulação o nível das partículas ficou em 7,15 cm e na segunda 7,12 cm, mostrando pequena diferença entre as duas simulações. Foi utilizada então a distribuição granulométrica com as três classes constantes na Tabela VI-3. O tamanho de partícula é representado pela média geométrica das classes granulométricas da análise da alimentação. Enquanto que a massa da classe corresponde à percentagem retida.

Tabela VI-3 Dados dos testes para determinação da distribuição granulométrica para a alimentação das simulações do cascadeador

Medido		Simulado com 4 classes		Simulado com 3 classes	
Tamanho de classe (mm)	Massa retida (%)	Tamanho de partícula no DEM (mm)	Massa retida (%)	Tamanho de partícula no DEM (mm)	Massa retida (%)
4,70-3,33	84,53	3,95	84,53	3,95	93,71
3,33-2,36	4,50	2,80	4,50	2,80	4,99
2,36-1,65	1,17	1,97	1,17	1,97	1,30
<1,65	9,80	0,82	9,80	-	-
Total	100	-	100	-	100

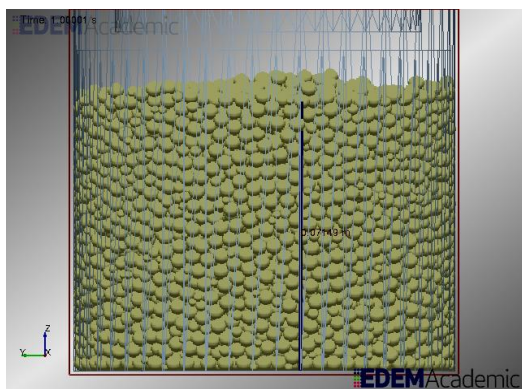


Figura VI-13 Volume aparente com partículas das três primeiras classes

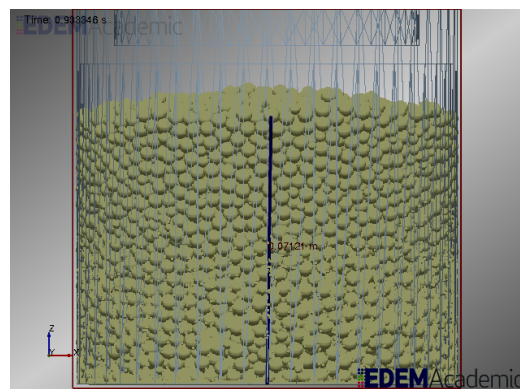


Figura VI-14 Volume aparente com alimentação completa

A fim de verificar a influência da forma, foram comparadas duas simulações nas quais a diferença é que uma carrega informações sobre a forma alongada das partículas (razão de aspecto diferente de um). Neste caso a razão de aspecto é definida como a razão entre a largura e o comprimento, como pode ser exemplificado na Figura VI-15. Para obter o valor da razão de aspecto várias partículas são fotografadas e suas imagens são analisadas para a obtenção do valor individual da razão de aspecto. As médias são tomadas com a imagem de cerca de 100 partículas.

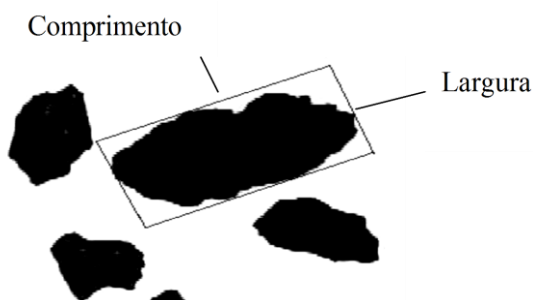


Figura VI-15. Exemplo de imagem utilizada para determinação da razão de aspecto

As análises das simulações podem ser vistas na Figura VI-16 e Figura VI-17, e o que se observa é que o ângulo de repouso formado pelo escoamento de 1 kg dessas partículas foi muito semelhante, podendo ser desprezado, em favor de um tempo de simulação mais curto.

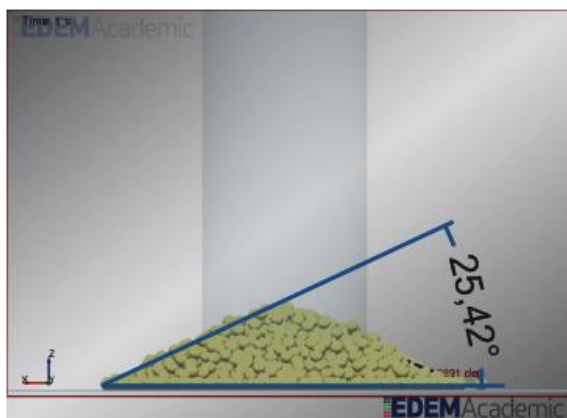


Figura VI-16 Ensaio do ângulo de repouso no EDEM®.
Partículas esféricas

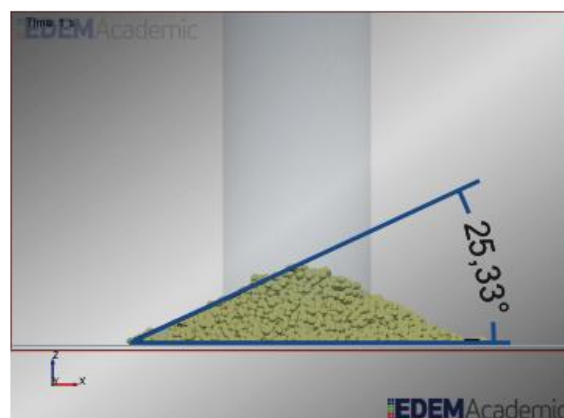


Figura VI-17 Ensaio do ângulo de repouso no EDEM®.
Partículas com formato aproximado das partículas reais, razão de aspecto de 0,7

Utilizando o conjunto de três classes de partículas as simulações do cascadeador foram ajustadas para que as partículas se comportassem de forma semelhante ao observado. Um resumo é apresentado na Tabela VI-4. O tempo de simulação ficou próximo a uma semana, o que é razoável. Os resultados das simulações para várias taxas de alimentação são apresentados na Tabela VI-5.

Tabela VI-4 Parâmetros adimensionais de contato utilizados na simulação do cascadeador, assim como nas restantes

Propriedade	Rocha-Rocha	Rocha-Aço
Coefficiente de atrito estático	0,18	0,01
Coefficiente de atrito de rolamento	0,2	0,5
Coefficiente de restituição	0,1	0,01

Vê-se na Tabela VI-5 que média das velocidades da saída do cascadeador variam significativamente. Isso ocorre, pois em função da taxa de alimentação algumas partículas passam direto pela abertura ao fundo do cascadeador. Outras rolam sobre o leito de partículas formado antes de passarem pela abertura, diminuindo sua velocidade. Quando a taxa é alta o suficiente para cobrir o fundo do cascadeador, a velocidades das partículas tendem a ser mais homogêneas e também menores.

Tabela VI-5 Resultados da simulação para avaliação do efeito do cascateamento

Condição de cascateamento	Taxa (t/h)	Abertura (cm)	Fração mássica para o rotor (%)	Fração mássica para o cascateamento (%)	Velocidade média (m/s)**
NC	1,8	2	100,0	0,0	-
NC	2,2	2	100,0	0,0	0,66
C	4,4	2	42,7	57,3	0,66
C	6,7	2	27,9	72,1	0,64
NC	1,1	4	100,0	0,0	-
NC	1,4	4	100,0	0,0	-
NC	1,6	4	100,0	0,0	-
NC	1,6	4	100,0	0,0	-
NC	2,2	4	100,0	0,0	-
NC	2,8	4	100,0	0,0	-
NC	4,7	4	100,0	0,0	-
NC	5,7	4	100,0	0,0	-
NC	6,0	4	100,0	0,0	-
NC	6,5	4	100,0	0,0	0,73
C	7,0	4	99,7	0,3	0,74
C	7,0	4	99,0	1,0	0,74
C	8,0	4	84,0	16,0	0,72
C	9,0	4	75,7	24,3	0,73
C	9,9	4	66,9	33,1	0,73
C	15,4	4	42,3	57,7	0,74
C	17,1	4	38,7	61,3	0,74
NC	1,4	8	100,0	0,0	4,09
NC	2,5	8	-	-	-
NC	4,8	8	-	-	-
NC	8,2	8	100,0	0,0	4,03

*NC – sem cascateamento e C – com cascateamento, ** na saída do cascateador.

Como observação, tentou-se também a utilização da simulação de uma fatia (*slice*) do modelo. Essa opção do EDEM®, que utiliza contornos periódicos (*periodic boundaries* no EDEM®), seria como fatiar o equipamento e tomar uma dessas fatias para fazer a análise do processo como um todo (Figura VI-18).

Uma região do sistema deve ser escolhida primeiramente. Na seção do corte pode ser determinado em qual eixo (x,y,z) será habilitada a função. O eixo selecionado se comporta como se fosse um eixo contínuo. As partículas que passam por um dos planos, reapareçam no outro corte do eixo com as mesmas propriedades. Apesar de a simulação ser comparativamente muito rápida, infelizmente não representava adequadamente o problema e um ajuste do cascadeador integral com esta técnica não foi possível.

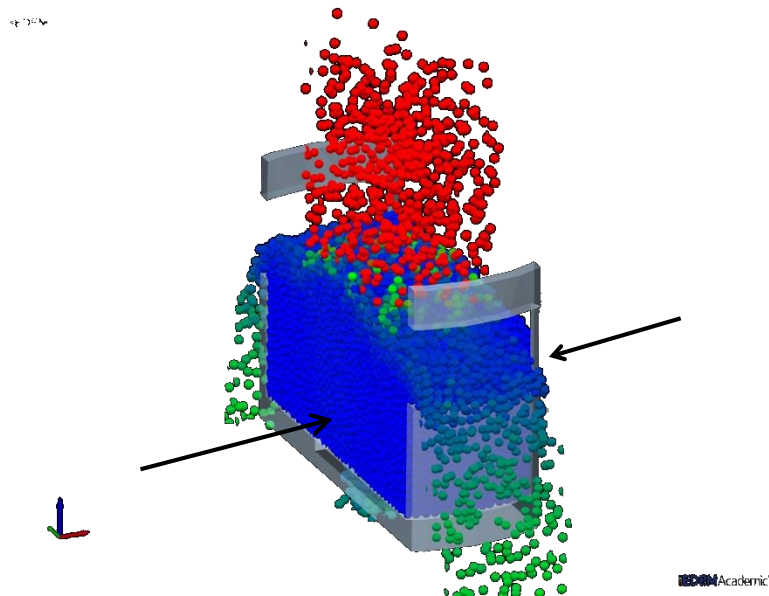


Figura VI-18. Representação de simulação com a utilização de contornos periódicos no eixo x (setas) do cascadeador

VI.5.2 Simulação da parte superior do rotor e alimentação

Foram realizadas também simulações para verificar se o fluxo de saída do cascadeador seguia integralmente para o rotor, a partir dos dados da simulação do cascadeador. Entre as duas partes existe um vão livre e a posição da queda das partículas é função da posição da abertura do regulador do cascadeador.

Isso é importante para que se possa ter uma ideia precisa da taxa mássica de partículas que realmente passam pelo rotor. Essas partículas são as responsáveis pela distribuição de energia dentro do britador. Nesse ponto também será possível verificar a velocidade média das partículas, na boca do tubo de alimentação, que será utilizada na próxima etapa de simulação.

Com os dados da Tabela VI-5 foram simuladas as partículas com posição e velocidade correspondentes ao do cascadeador e caindo sobre alimentador do rotor. Pode-se então ver na Tabela VI-6 a quantidade e velocidade das partículas que seguem para a parte superior do rotor. Somente quando a taxa mássica é relativamente alta é que existe uma parcela maior de partículas

que não entram no rotor e caem pela sua lateral. O valor de percentual de partículas que não entram no rotor chega no máximo a 3%. A partir desses dados foram realizadas as simulações do rotor com a câmara de britagem.

Tabela VI-6 Perda de massa da saída do cascateador para o tubo que alimenta o rotor

Taxa mássica (t/h)	Fração mássica perdida (%)	Velocidade média (m/s)
8,17	3	1,60
4,79	1	1,60
2,46	1	1,60
1,43	0	1,60

VI.5.3 Simulação do rotor e da câmara de britagem

Nesta etapa da simulação, foram utilizados os mesmos dados de alimentação das simulações anteriores. Os dados utilizados referentes a cada ensaio foram: frequência do rotor, taxa de alimentação e a existência ou não do cascateamento. A construção da geometria do britador utilizado na simulação foi feita pela observação de imagens e medidas do equipamento. No britador há uma abertura lateral na qual é possível verificar o leito formado sendo tomadas as imagens por essa abertura. Para o rotor a parte superior do equipamento foi desmontada e as imagens foram obtidas com uma câmara dentro do rotor.

Verificou-se que existe, no caso do Barmac®, um acúmulo de partículas de rocha fragmentada nas paredes internas do rotor que formam um leito sólido e compactado. Na Figura VI-19 pode-se ver a camada de rocha compactada formada sobre as paredes internas do rotor.



Figura VI-19 – Na foto, as linhas sobre o leito interno do rotor mostram o caminho das partículas para saída. No desenho esquemático é representada a imagem sendo indicado o mesmo caminho

Na parte externa ao rotor, verificou-se uma grande área que têm como função o enchimento da câmara de britagem para proteção do equipamento. Mostrado na Figura VI-20 e na Figura VI-21. Esse leito radial é chamado de morto, e é sobre esse leito é que ocorre parte da fragmentação. As partículas nessa área do britador na simulação seriam computadas em cada passo de integração, fazendo com que o tempo de simulação fosse aumentado consideravelmente. Em uma simulação com o desenho integral do britador, como mostrado na Figura VI-11, a simulação tomou um tempo de quase dois meses e não foi obtida nem uma camada razoável do leito.



Figura VI-20 Volume ocupado pelas partículas na lateral inferior do britador (morto)



Figura VI-21 Volume ocupado pelas partículas na parte superior lateral do britador

Para liberar essa área da simulação, foram construídas formas geométricas semelhantes àquelas formadas pelas partículas quando em operação no britador. Como visto na Figura VI-22 e Figura VI-23 e também para o rotor mostrado na Figura VI-19. Essas geometrias possibilitaram reduzir o tempo de simulação pois não demanda que a simulação acumule partículas para formar o leito. No rotor a forma geométrica inserida tinha o intuito de garantir a trajetória mais próxima à realidade do que ocorre com as partículas.

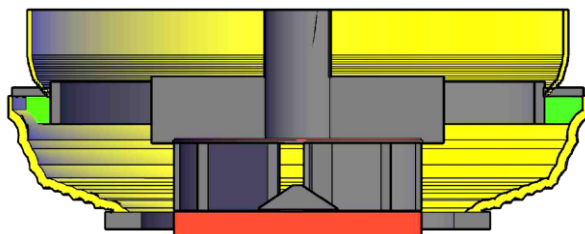


Figura VI-22 Vista em corte da geometria representativa das partículas acumuladas na lateral do britador

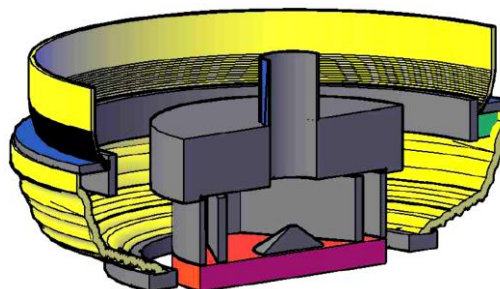


Figura VI-23 Vista em corte em perspectiva da geometria representativa das partículas acumuladas na lateral do britador

O primeiro ensaio simulado foi com a taxa de alimentação de 8,2 t/h, abertura do cascadeador com 8 cm e velocidade na ponteira do rotor de 55 m/s (3.524 rpm). Esse ensaio foi escolhido por que nele não ocorreu cascadeamento e também é o ensaio com a maior quantidade de partículas alimentando o rotor. A partir dessa simulação, os outros ensaios seriam simulados pela diminuição da taxa de alimentação para essa abertura. Assim, a simulação foi realizada até alcançar regime estacionário. A verificação dessa condição se fez interrompendo a simulação, e analisando por meios de volumes de controle a quantidade de partículas. Um exemplo disso pode ser visto na Figura VI-24. Um volume de controle é colocado na entrada e outro imediatamente abaixo da saída do equipamento. São destacados na figura pela sua cor azul. Considerava-se o sistema em regime estacionário quando o valor da saída apresentava uma diferença arbitrária inferior a 10 % do valor esperado. Quando o valor se situava no intervalo de 10 %, a simulação rodava por mais 10 segundos para confirmação.

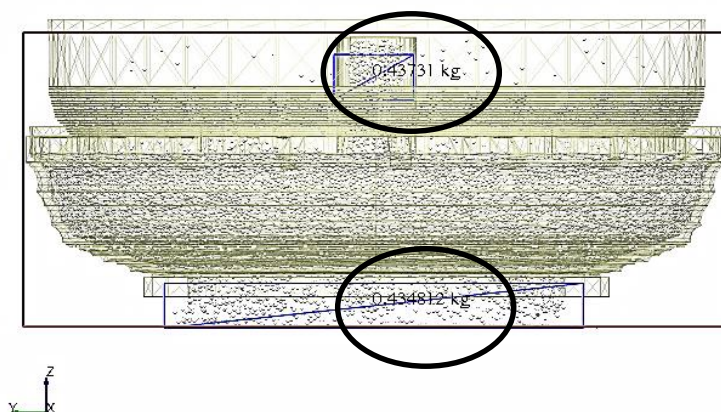


Figura VI-24 Exemplo esquemático da análise do fluxo de massa no britador realizada diretamente no software EDEM

A primeira simulação da câmara de britagem levou cerca de 20 segundos para atingir regime estacionário. Cada segundo de simulação a partir do regime estacionário teve um tempo de execução de quase 120 horas, mesmo com todas as simplificações adotadas. Na Figura VI-25 e Figura VI-26, pode-se observar, respectivamente, a simulação descrita com cerca de 400 mil partículas em regime, e uma vista em corte.

A distribuição do tempo de residência (DTR) de todas as partículas da simulação foi medida e serão discutidos na seção IX.2. Além disso, dividiu-se o leito em torno do rotor do equipamento em várias regiões radiais sendo dez ao total (Figura VI-27). A primeira região foi criada imediatamente ao final do rotor e terminou logo no início do leito. Os volumes da região dois até a região dez foram construídos com mesma distância radial. A intenção dessa análise foi verificar se havia alguma região que poderia ser retirada da simulação, a fim de diminuir ainda mais o tempo de processamento. Essa divisão teve também a intenção de verificar até que ponto o volume do morto adaptado na simulação estava funcionando adequadamente.

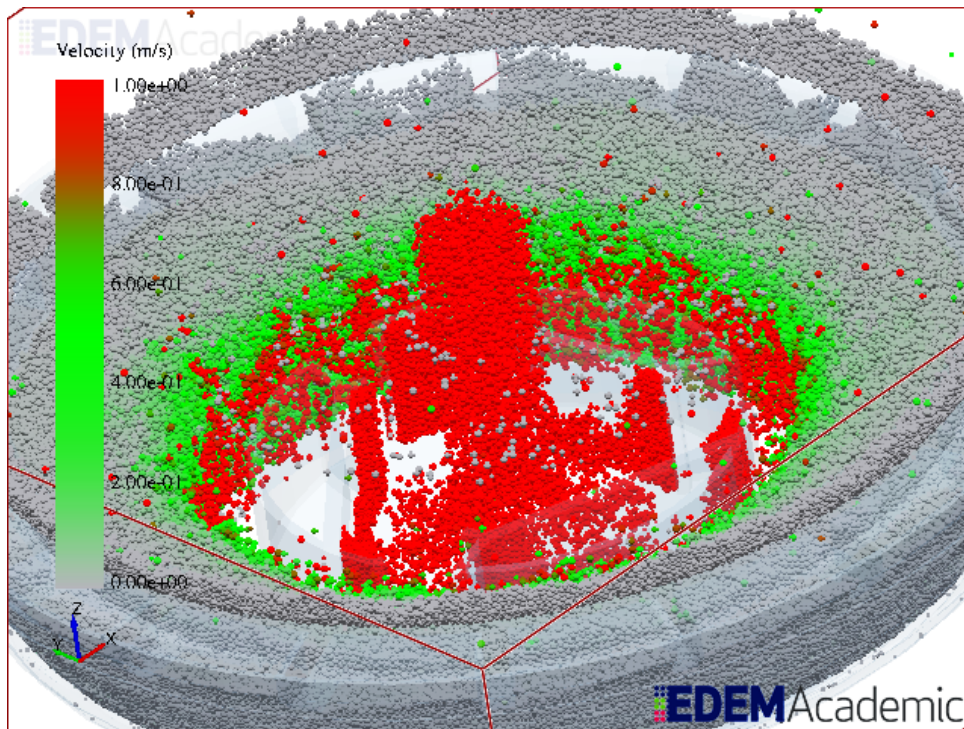


Figura VI-25 Visão geral da simulação com mais de 400.000 partículas. A cor vermelha indica partículas com velocidade acima de 1 m/s , as cinzas indicam partículas com 0 m/s e as verdes são intermediárias entre 0 e 1 m/s

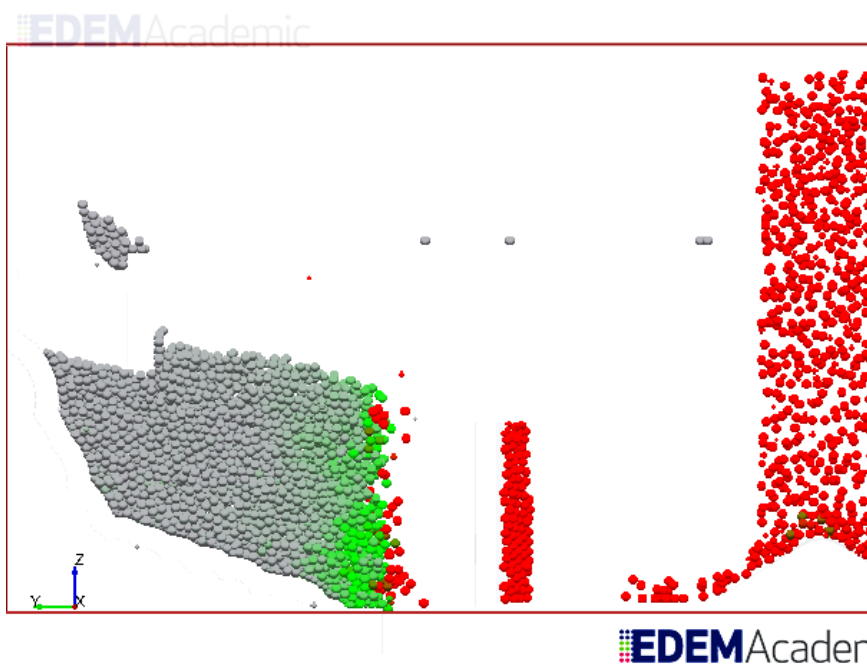


Figura VI-26 Corte da simulação mostrando alimentação e leito. A cor vermelha indica partículas com velocidades acima de 1 m/s, as cinzas indicam partículas com 0 m/s, e as verdes são intermediárias entre 0 e 1 m/s – as superfícies do britador foram omitidas para facilitar a visualização das partículas

Na Figura VI-28 observa-se o tempo de residência para partículas contidas em cada região conforme a numeração da Figura VI-27.

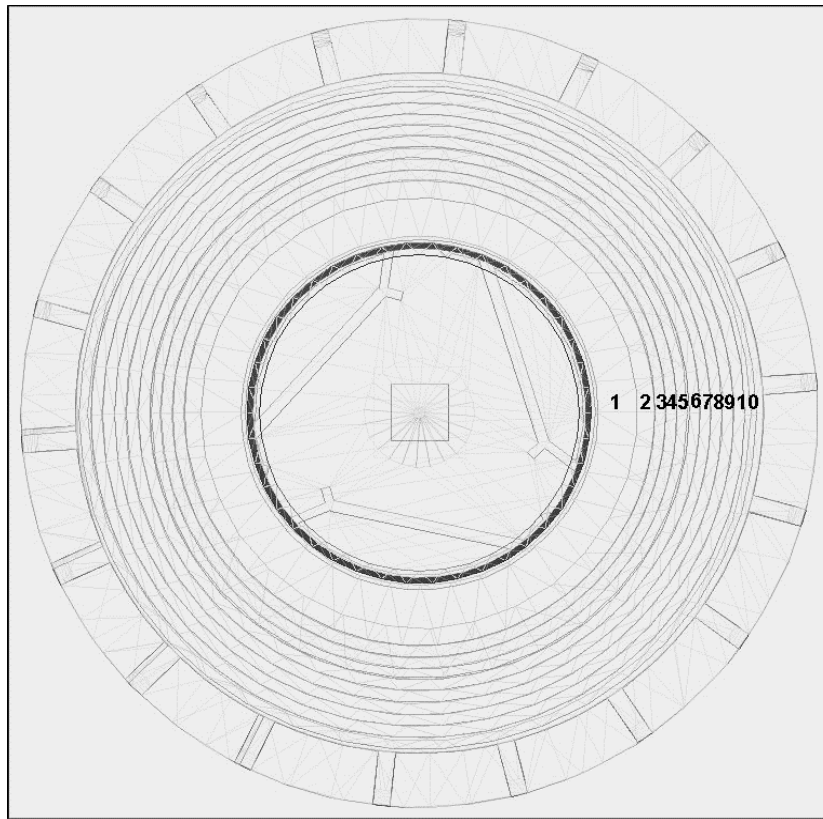


Figura VI-27 Regiões dentro do britador para análise do fluxo de massa. Vista superior do equipamento

Pode-se notar que as regiões mais próximas ao rotor são aquelas na qual o tempo de residência é menor. Ao final de dois mil milissegundos, na primeira região cerca de 6% das partículas restaram. Na última região (dez) ocorre o oposto, pois quase todas as partículas permaneceram onde estavam no início da simulação. Isso indica que, dentro do tempo medido, o volume colocado não afetou significativamente as trajetórias das partículas na simulação. Verifica-se que ainda houve espaço para a formação de um leito, só que de menor tamanho. Não se pode afirmar, por esse gráfico, que as partículas contidas nas camadas próximas ao rotor saem da simulação quando saem do volume da região. Essas partículas poderiam simplesmente passar para outra região próxima. Ainda assim, esse gráfico já nos fornece uma referência sobre o que acontece no britador e valida o volume do morto construído para a simulação.

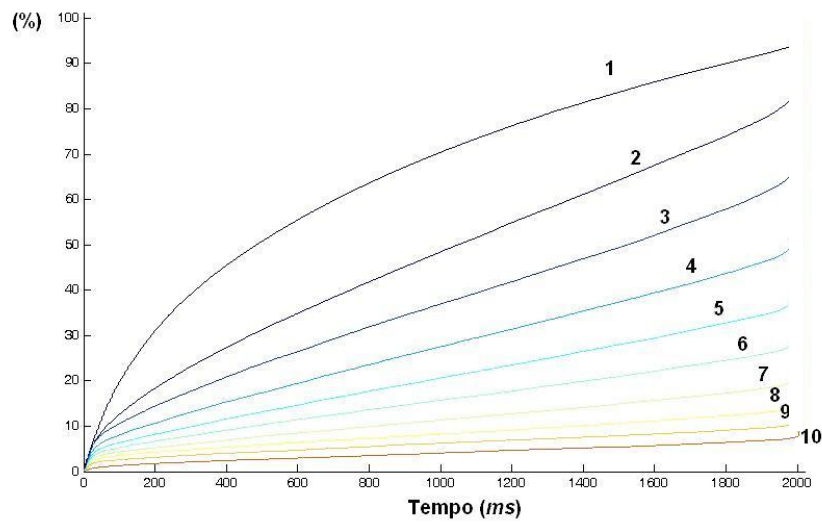


Figura VI-28 Tempo de residência referente para as dez regiões radiais do britador

Complementando a validação da geometria utilizada, pode-se ver na Figura VI-29 as trajetórias das partículas selecionadas para construir a DTR do equipamento. Visualmente essas trajetórias mostram também que há a formação de um leito e que as trajetórias não foram afetadas pela limitação da geometria do britador utilizado para a simulação.

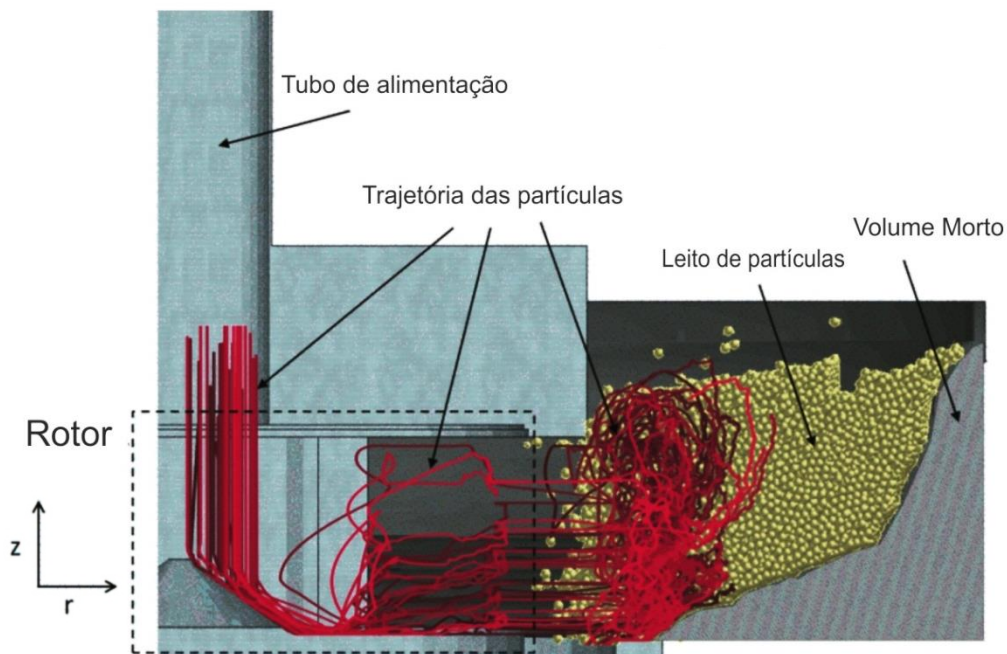


Figura VI-29 Trajetória das partículas dentro do VSI (com base em Cunha *et al.*, 2013)

VI.5.4 Extração de dados

A extração de dados foi feita diretamente no programa EDEM[®] em uma aba chamada *Analyst*, onde existem várias informações que podem ser requisitadas. Dependendo de quantos itens forem escolhidos para extração, essa pode ser outra etapa que demanda um tempo significativo para ser concluída. Em função também do tamanho dos arquivos de simulação que são lidos durante a extração.

As informações que podem ser extraídas do EDEM[®] são referentes a contatos, colisões, geometria e partículas. Em cada um destes itens existem vários subitens e seleções específicas que podem ser feitas. Por exemplo, pode-se selecionar somente um tipo de partícula e verificar somente para essa partícula algum dado específico. Pode-se ainda comparar esse dado com a totalidade das partículas. Por fim, pode-se também selecionar uma parte da geometria, ou uma peça do equipamento e extrair somente os dados de contatos nessa parte, o que pode ser usado para verificar quanto energia ela recebe, tornando possível, por exemplo, relacionar esse dado com o desgaste de uma peça. Pode-se também limitar a extração dentro de uma faixa específica, como por exemplo, solicitar somente energias de contato acima de 1 J/kg. Isso diminuiria o tamanho do arquivo da extração e faria com que essa etapa fosse realizada mais rapidamente.

Para a análise do VSI, foram selecionadas informações sobre as colisões para gerar o espectro de energias, tais como: energia normal dissipada, energia tangencial dissipada, tempo de início e fim de cada colisão, posição da colisão em cada eixo x, y e z. Informações das partículas, tais como massa, volume, posição nos eixos x, y e z, velocidade em algum eixo ou absoluta também podem ser extraídas. Além disso, também foi requisitada a identificação de todas as partículas e das partículas constantes na seleção de partículas rastreadas. Cada partícula possui um número único na simulação e esse é utilizado para diferenciá-la das restantes. Com todos esses dados conseguiu-se construir o espectro de energias como também verificar os dados.

Os dados depois de extraídos necessitam ser processados, pois o formato de saída do simulador é de arquivos texto. São necessárias rotinas para essa conversão dos arquivos de saída do EDEM[®]. Essas rotinas foram escritas em ambiente do programa Matlab[®] (licenciado para o LTM). As rotinas resultaram em um programa denominado *LTM Analyst*. Este programa converte os arquivos do EDEM e fornece como resultado dados em formato de matrizes e tabelas de números que então podem ser pós-processadas (Carvalho, 2013).

VII. APLICAÇÃO DO MODELO MECANICISTA AO VSI

A aplicação do Modelo UFRJ ao VSI tem como base o trabalho de Tavares e Carvalho (2009). As aplicações já realizadas dessa modelagem consistiram da modelagem da quebra de partículas individuais, da modelagem da fragmentação em equipamentos de laboratório, e da modelagem em moinhos de bolas, autógenos e semi-autógenos contínuos e descontínuos.

A forma de operação do VSI, contudo, difere em muito dos moinhos principalmente no nível de energia aplicada e na interação entre as partículas que, apesar do curto espaço de tempo que ela permanece no britador, se mostra complexo.

VII.1 Modelo UFRJ aplicado ao VSI

O Modelo UFRJ descreve a cominuição de forma mecanicista. Utiliza uma combinação de informações provenientes dos mecanismos de quebra e características fundamentais do material e do ambiente mecânico, desacoplando os seus componentes. Baseia-se na descrição detalhada de cada evento que aplica esforços sobre as partículas. Este modelo pode ser usado para descrever a redução de tamanho de partículas em diferentes tipos de britadores e moinhos usando as mesmas características fundamentais.

Para que um equipamento de cominuição seja modelado dentro dessa abordagem, ele precisa ter bem definidos os mecanismos relacionados à fragmentação de partículas que atuam em determinado processo. São desacoplados inteiramente os efeitos de material e do ambiente de moagem, ao contrário dos modelos clássicos baseados no MBP. Os modelos de fratura procuram descrever, por exemplo, a fratura por impacto, a fratura por abrasão, por compressão, a fratura autógena, o transporte de partículas, a seleção de partículas para impacto, etc.

Tavares (Tavares e Carvalho, 2007) sugere que os mecanismos de quebra devem ser modelados separadamente, desacoplando os fenômenos de quebra. O que torna esse modelo capaz de ser aplicado até na previsão de resultados de ensaios clássicos de caracterização de materiais e na indústria mineral. Desta forma, os tipos de fragmentação no modelo são separados em fragmentação volumétrica (por impacto, por compressão, autógena etc) ou superficial (por abrasão, lascamento, autógena etc).

Cada equipamento deve ser analisado quanto ao tipo de solicitações que proporciona as partículas e dos seus modos de impacto (Tabela VII-1).

Tabela VII-1 Exemplos de mecanismos de quebra considerados no Modelo UFRJ para diversos equipamentos de cominuição (Carvalho e Tavares, 2009)

Mecanismo de quebra	Contato	Moinho de bolas	AG*	SAG*	VSI*	Manuseio
Volumétrica	Corpo moedor-partícula	Sim	Não	Sim	Não	Não
	Partícula-partícula	Não	Sim	Sim	Sim	Sim
	Partícula-geometria**	Não	Sim	Sim	Sim	Sim
Superficial	-	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim

*AG-Autógeno, SAG –Semi-autógeno, VSI - britador de impacto vertical, **geometria – superfície, revestimento ou bigornas.

No caso de britadores de impacto as colisões podem ser tanto entre as partículas ou entre as partículas e as partes metálicas do equipamento (Figura VII-1) em função do modo de operação.

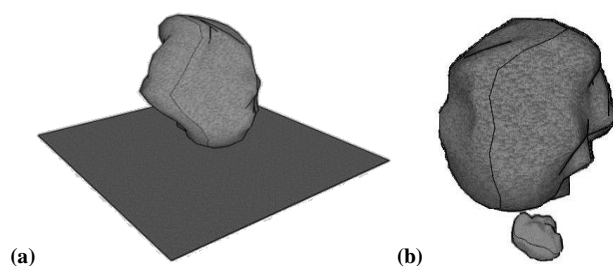


Figura VII-1 Exemplos de modos de impacto para o VSI (a) Partícula-metal (b) Partícula-partícula

A energia que cada partícula recebe dentro do leito formado no VSI, ou em muitos outros equipamentos, não é plenamente conhecida, mas pode ser estimada. Além disso, em cada colisão as partículas envolvidas recebem uma parte dessa energia. Essa repartição de energia que ocorre em cada colisão é baseada nas propriedades das partículas ou dos materiais envolvidos. Assim as

rochas, aços, dependendo do conjunto envolvido na colisão, resultará em uma quantidade diferente de energia absorvida pelas partículas.

Os exemplos mostrados na Figura VII-1 mostram impactos entre partículas e metal, e de partículas com partículas, e são situações plausíveis de serem encontradas no VSI. Esse efeito da superfície sobre as quais as partículas são impactadas pode ser estimado. Isso é feito a partir da teoria de contato de Hertz, considerando um impacto elástico, como é descrito por Tavares (Tavares, 2004) pela Equação VII-1:

$$e = \left(\frac{k_{\text{superfície}}}{k_{\text{superfície}} + k_p} \right) \left(\frac{k_{\text{aço}} + k_p}{k_{\text{aço}}} \right) \quad \text{Equação VII-1}$$

na qual $k_{\text{aço}}$ é a rigidez do aço, e comumente é utilizado o valor de 230 GPa, que é usado na medida das propriedades de quebra das partículas em laboratório, k_p é a rigidez da partícula e $k_{\text{superfície}}$ é a rigidez da superfície de impacto, que pode ser feita de um dos materiais anteriormente citados. O parâmetro e representa a repartição de energia, podendo significar também a fração da energia aplicada que é efetivamente absorvida pelas partículas.

Pode-se considerar que no caso do VSI autógeno os impactos são exclusivamente entre partículas da mesma rocha, o valor de k_p , por exemplo, para a rocha da Pedra Sul tem valor aproximado de 12 GPa (Tavares e Neves, 2008); logo para o caso autógeno a Equação VII-1 pode ser simplificada como mostrado na Equação VII-4:

$$e = \left(\frac{k_{\text{superfície}}}{k_{\text{superfície}} + k_p} \right) \quad \text{Equação VII-2}$$

Logo, quando a operação do VSI for autógena, a Equação VII-4 será utilizada para a repartição de energia, sendo a energia recebida dividida entre as partículas em contato (Tavares, 2004). Quando a operação for semi-autógena com impactos sobre as bigornas a Equação VII-1 será utilizada. Como as partículas são rastreadas e identificáveis é possível distinguir cada impacto. Então, é somente necessário escolher a expressão apropriada para cada caso. Especificamente nos britadores semi-autógenos ocorrem esses dois modos (a e b). Enquanto que

nos britadores autógenos ocorrem somente impactos entre partículas (b) mostrados na Figura VII-1.

O modelo UFRJ com sua estrutura maleável permite que um equipamento possa ser analisado de formas diferentes. Basta que se defina claramente as características do material processado, o modo de transporte e a forma de aplicação de energia de um equipamento. Para moinhos, por exemplo, o modelo UFRJ descreve o processo da moagem como se fosse um reator de mistura perfeita (Carvalho, 2009).

No caso do VSI com a abordagem na qual as partículas são selecionadas aleatoriamente dentro da alimentação e rastreadas individualmente desde a alimentação até a saída do britador, tal analogia não é necessária. A limitação clara do método de rastreamento seria que as mesmas não sofrem quebra dentro do DEM.

Cabe aqui lembrar que a quebra das partículas dentro do ambiente do EDEM[®] poderia, em princípio, ser realizada. Quando a energia de impacto que uma partícula recebeu fosse maior que a sua energia de fratura, a partícula fraturaria. A partícula seria então substituída por um conjunto de partículas definidas em uma tabela construída a partir de dados de fragmentação do DWT (função quebra). As partículas criadas (filhas) não sofreriam fragmentação. Existem outras formas de operação do EDEM[®] no qual a partícula é representada por *clusters* ou aglomerados de partículas menores. Elas são ligadas por algo como uma energia de ligação que representaria a energia de fratura das partículas. O valor dessa energia de ligação seria definido por calibração, mas com um valor fixo, pois não há possibilidade prática para criar uma distribuição. Nas simulações do VSI existe um grande número de partículas contidas na câmara de britagem, e por isso, nenhuma dessas técnicas foi utilizada em favor de um tempo de simulação menor. Assim, as partículas foram simuladas dentro desse contexto e consideradas inquebráveis nas simulações em DEM para o britador VSI.

As informações sobre o histórico de colisões no interior do britador VSI foram então relacionadas às características de fragmentação da rocha. Uma ilustração esquemática dos princípios do modelo mecanicista específico para o VSI, baseado na modelagem desenvolvida no LTM/UFRJ, é ilustrada na Figura VII-2.

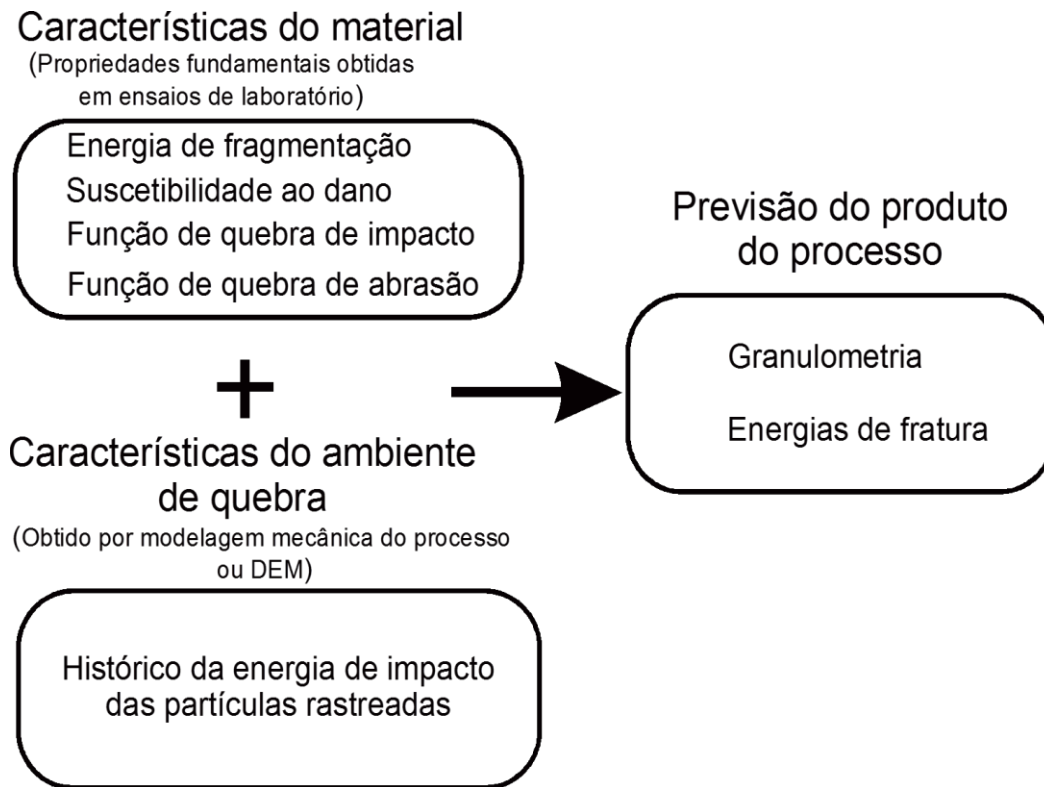


Figura VII-2 Esquema representativo do MGC aplicado ao VSI (com base em Carvalho, 2009)

A Figura VII-2 tem como base o trabalho de Carvalho (Carvalho, 2009), para a descrição da britagem em britadores de impacto de eixo horizontal (martelos), adaptado para o VSI. As características do ambiente de quebra contemplam a geometria e funcionamento do britador, que no caso possui um eixo vertical com uma frequência característica. O ambiente mecânico no VSI é caracterizado dentro do modelo pelo espectro de energias de impacto. Que é parte das informações do histórico das partículas rastreadas. O histórico informa como o britador aplica a energia para cada partícula rastreada, e quanto.

Para moinhos, o Modelo UFRJ demanda que as propriedades de mistura e transporte sejam informadas. Como por exemplo, se o moinho pode ser considerado como um reator de mistura perfeita, ou se no moinho há ou não efeito de classificação interna, bem como quais as relações de transferência de massa. No VSI a utilização do rastreamento de uma parte da população de partículas torna desnecessário esse tipo de análise.

Para cada partícula virtual no algoritmo de solução é atribuído inicialmente um valor de energia de fratura. Nesse caso a totalidade da distribuição de energias de fratura do material deve ser representada (Figura VII-3). A partir da distribuição de energias de fratura para uma

determinada rocha, foram calculados os percentis em função do número de partículas simuladas para uma classe de tamanhos. De maneira que o conjunto dessas partículas representa a distribuição referente àquele tamanho de partícula. Quanto mais partículas forem utilizadas na simulação do algoritmo de quebra, melhor representada será a distribuição das energias de fratura.

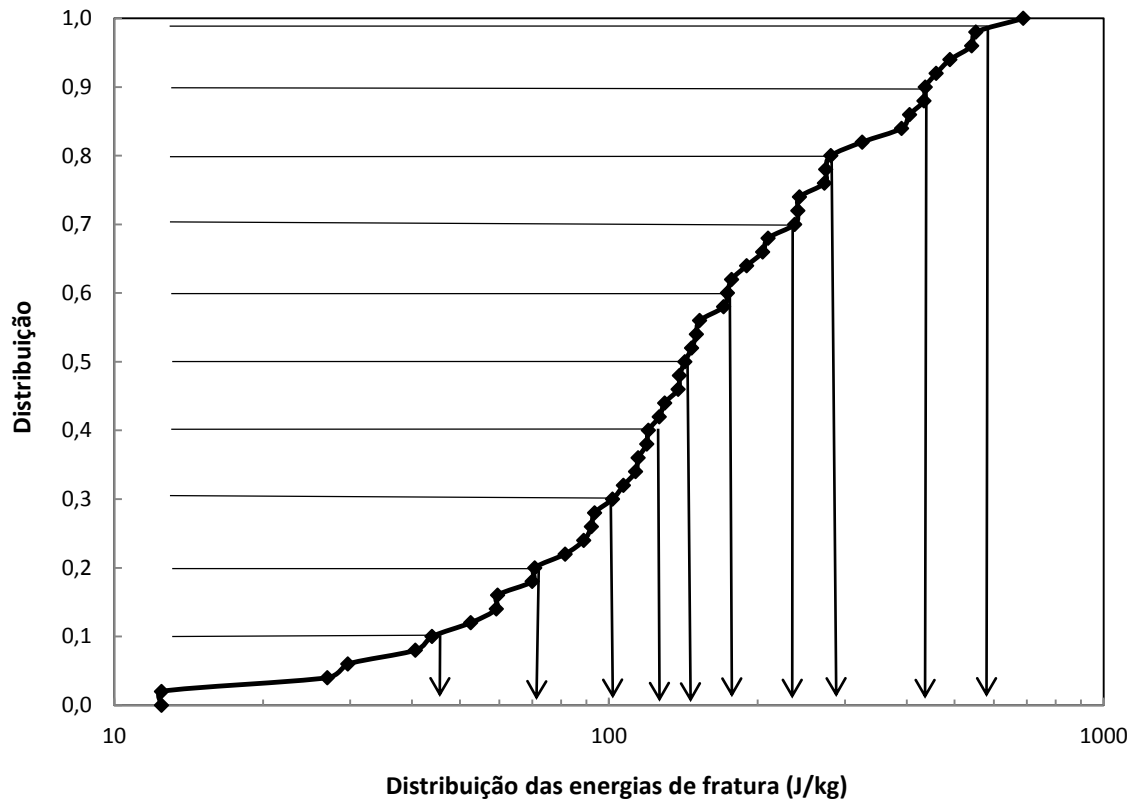


Figura VII-3 Exemplo da aplicação dos percentis da distribuição de energias de fratura para cada uma das partículas virtuais

Na Figura VII-3 é mostrado um exemplo esquemático da determinação do valor da energia de fratura para cada partícula de uma classe de tamanhos. Se é definido tal qual a Figura VII-3 em que dez partículas representarão uma classe de tamanhos. A curva de distribuição de energia de fratura é dividida em 10 frações através do cálculo dos percentis. No modelo são utilizadas mil partículas, o que garante que a distribuição das energias de fratura estará adequadamente representada dentro do modelo. Cada tipo de rocha tem a sua característica de fragmentação analisada para cada tamanho, como mostrado no exemplo da Figura VII-4 para as rochas das pedreiras Santa Luzia, Pedra Sul e Vigné, na qual cada ponto representa uma distribuição.

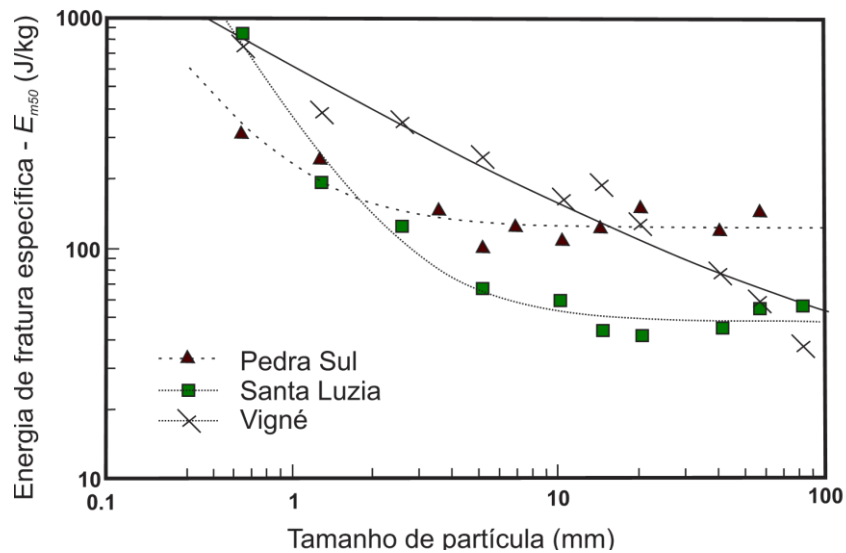


Figura VII-4 Variação de energia de fratura em função do tamanho de partícula (com base em Tavares e Neves, 2008)

Na Figura VII-5 pode-se ver como o modelo UFRJ, a partir dos dados rastreados do DEM, trata cada impacto sobre as partículas. Se uma partícula virtual, a qual tem um valor de energia de fratura atribuído, recebe uma energia de impacto E_k , é verificado se a energia que ela recebeu é maior ou menor que a sua energia de fratura E . Se estiver acima, a quebra segue o modelo de quebra volumétrico e, a partir dos dados da função quebra de impacto, é determinada a sua distribuição de fragmentos. Se a energia do impacto que essa partícula recebeu de magnitude E_k for inferior à energia de fratura (E). A quebra é considerada superficial e segue conforme o modelo de abrasão. A massa da quebra por abrasão que foi calculada é distribuída por uma função quebra de abrasão. Além disso, é ainda calculada a quantidade do dano que cada partícula sofreu, podendo em razão disto a partícula ter a sua classe de energia de fratura alterada a despeito da sua classe de tamanho no modelo UFRJ.

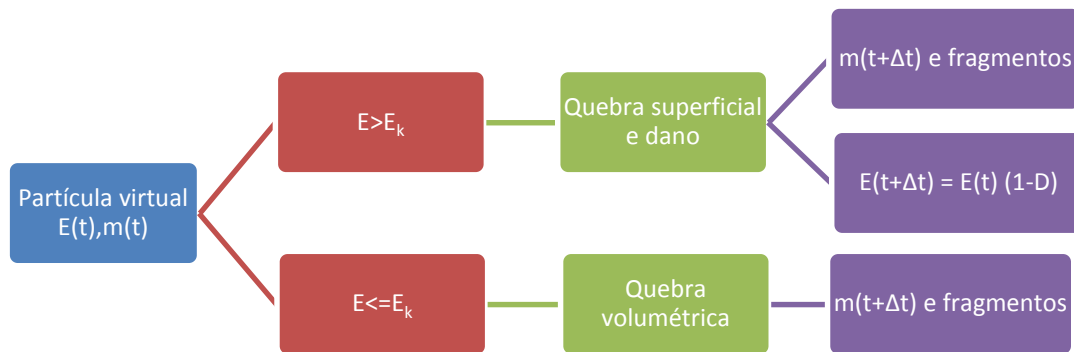


Figura VII-5 Ilustração do processo de quebra no britador de impactos de eixo vertical no modelo UFRJ (com base em Cunha et al, 2014)

A partícula virtual no algoritmo de solução receberá sequencialmente o histórico de colisões registrado, seguindo o roteiro da Figura VII-5. Enquanto ela não atingir o ponto no qual a energia de impacto E_k é maior que a energia de fratura (E), ela continuará recebendo impactos e trocando de classe de energia de fratura segundo o modelo de dano.

Alguns pressupostos fundamentais no modelo UFRJ para o VSI foram:

- Os produtos da fragmentação são calculados somente em função da aplicação da componente normal das colisões.
- A fragmentação é calculada sobre uma seleção de partículas rastreadas que não sofrem fragmentação no DEM.
- Uma partícula filha pode ser produzida a partir de um evento de baixa ou de alta energia, em ambos os casos a partícula possui o mesmo valor de resistência à fratura.
- Dada a função de distribuição de energia utilizada, é considerado que a energia da colisão é igualmente dividida entre as partículas.
- Mecanismos de quebra superficiais, tais como: lascamento, abrasão e atrição são descritos por um processo de primeira ordem, com uma taxa única constante.

A rotina computacional com essas premissas foi escrita usando o programa Matlab®. No código cada partícula selecionada e rastreada tem atribuída as suas propriedades iniciais como tamanho, energia de fratura, etc. A partícula então é submetida ao histórico de colisões e o seu

comportamento é regido pelos modelos de quebra (volumétrica e superficial). Computando também ao modelo de dano, até que a mesma sofra fragmentação volumétrica.

VII.2 Modelagem da quebra volumétrica

Para a modelagem da quebra volumétrica, as partículas são consideradas quebradas quando perdem mais que 10% de sua massa original. Mesmo que não deixem a classe de tamanho original. Esta definição é importante para manter a consistência com a definição de quebra utilizada nos ensaios de determinação da energia de fratura de partículas na célula de carga de impacto (Tavares e King, 1998). Com essa definição, uma partícula tendo uma perda de massa inferior a 10% ainda permanece na classe de tamanhos original. A relação massa-energia, tal como para a abrasão, é definida pela função quebra, aqui chamada de função de quebra volumétrica.

A relação entre a energia aplicada e o nível de quebra tem sido caracterizada pela relação t_{10} versus Ecs . Contudo, sabe-se que essa relação descrita na Equação III-4 é dependente do tamanho de partícula. Foram feitas algumas tentativas de representar essa influência em uma equação simples. Dentre elas, Tavares (Tavares, 2009) propôs uma modificação dessa equação, pela incorporação do efeito da energia de fratura, a qual varia como uma função do tamanho de partícula. Isso foi feito pela incorporação na equação da mediana da distribuição de energia de fratura das partículas que quebram, a qual é apresentada na Equação VII-3:

$$t_{10} = A \left(1 - e^{-b \cdot \frac{E}{E_{50b}}} \right) \quad \text{Equação VII-3}$$

Nessa expressão os parâmetros A e b' são funções do minério ajustados pela equação de t_{10} utilizando dados da fratura das partículas a partir de várias classes. O termo E_{50b} representa a mediana da distribuição da energia de fratura das partículas que efetivamente quebraram naquele impacto. O resultado da aplicação dessa equação pode ser visto na Figura VII-6 na qual são mostrados resultados de medidas para vários tamanhos de partícula do minério.

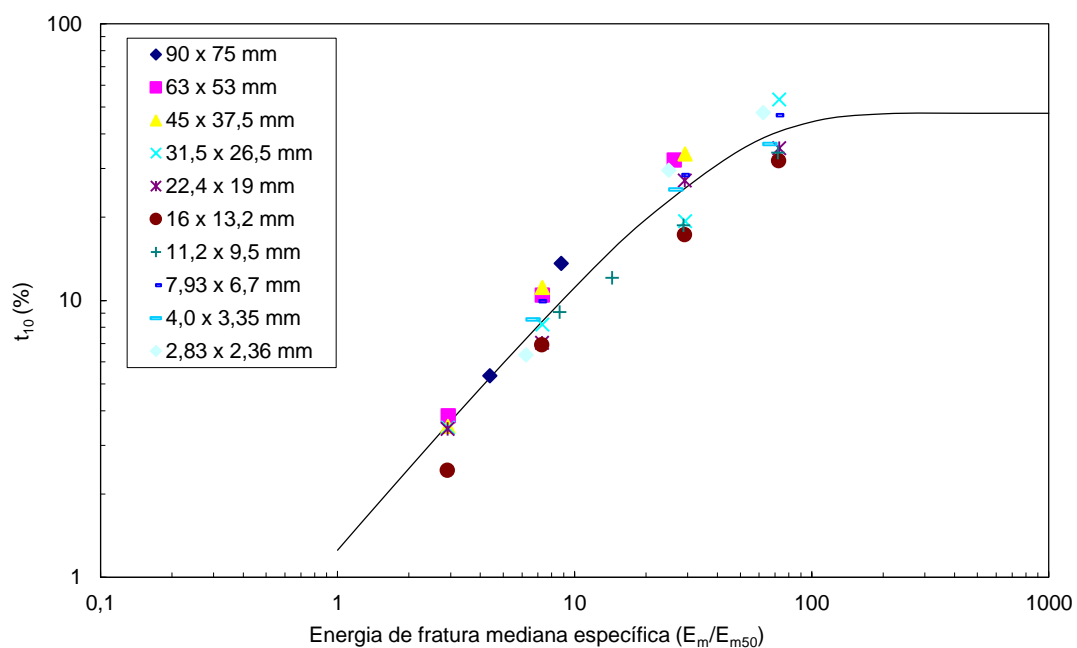


Figura VII-6 Valores de t_{10} medidos em ensaios DWT para a rocha da pedreira Pedra Sul . A linha sólida é calculada utilizando a Equação VII-3 (com base em Tavares e Neves, 2008)

Tabela VII-2 Resumo dos parâmetros da quebra volumétrica (Tavares e Neves, 2008)

Parâmetro	Vigné	Pedra Sul	Santa Luzia
E_{∞} (J/kg)	26,50	122,95	48,62
d_{p0} (mm)	101,00	0,91	2,81
ϕ	0,67	1,68	1,82
γ	7,55	4,69	3,48
$A*b'$	0,966	1,270	1,502
Densidade (g/cm ³)	2,64	2,79	2,80

VII.3 Modelagem da quebra superficial

Esse mecanismo de quebra é considerado como fundamental para o VSI. O produto gerado por esse equipamento, devido às suas características operacionais, pode conter muitos finos resultantes da fragmentação superficial. De fato, esse é considerado como o principal modo de fratura no equipamento por alguns autores (Nikolov, 2002; Djordjevic et al, 2003; Bengtsson e Evertsson, 2008).

A modelagem da quebra superficial usada no modelo mecanicista original (Tavares e Carvalho, 2009; Carvalho, 2009) difere deste apresentado aqui. O modelo aplicado a moinhos trabalha com taxas constantes. O modelo aplicado ao VSI para a quebra superficial é uma função da energia aplicada em cada impacto e da perda mássica registrada que é então distribuída por uma função quebra da abrasão.

Dentro do contexto do modelo a abrasão, atrição e o lascamento são considerados como um só fenômeno. Aqui é descrito genericamente como fragmentação superficial ou abrasão. Estes mecanismos de quebra ocorrem na superfície das partículas sem afetar o seu núcleo, como ilustrado na Figura III-1 (King, 2001).

Para a modelagem da quebra por abrasão no VSI foram utilizados dados dos ensaios de auto fratura com valores de queda de 1, 4 e 8 metros de altura. Esses valores de altura abrangem grande parte das energias envolvidas nos impactos que ocorrem no leito formado ao redor do rotor. A Figura VII-7 mostra a perda mássica percentual para o ensaio de queda livre a partir de uma altura oito metros para amostras da rocha da pedreira Pedra Sul, separadas em duas classes. A primeira distribuição se refere aos cinco primeiros impactos e a segunda distribuição são referentes aos impactos subsequentes. Nos primeiros impactos seria esperado que houvesse uma perda mássica maior devido ao formato irregular das partículas, possivelmente mais associada à fragmentação por lascamento. Entretanto, isso não ocorreu para todos os casos avaliados. Presume-se ainda no modelo que o tamanho inicial das partículas não influencia a taxa de geração e a distribuição dos tamanhos dos fragmentos da abrasão.

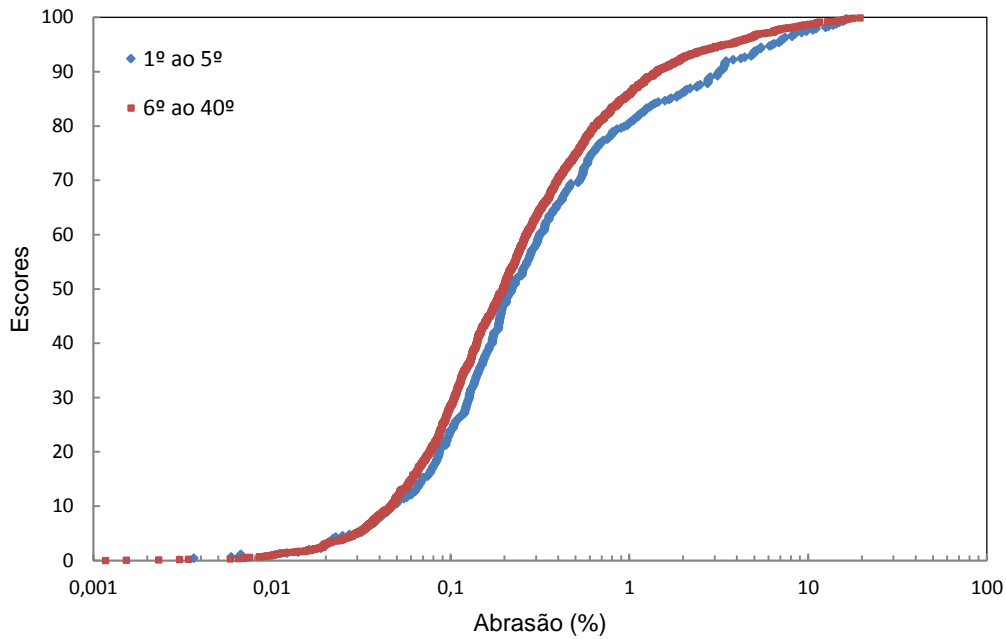


Figura VII-7 Resultado dos ensaios de autofratura para ensaios de queda livre. Com altura de 8 metros para o tamanho de partícula de 22,4 x 19,2 mm da rocha da pedreira Pedra Sul

Os dados da Figura VII-7 foram utilizados para o cálculo da perda de massa das partículas em função da energia, como apresentado na Figura VII-8. A figura claramente mostra a relação potência entre a energia específica de impacto e a percentagem em massa perdida por impacto para os materiais estudados.

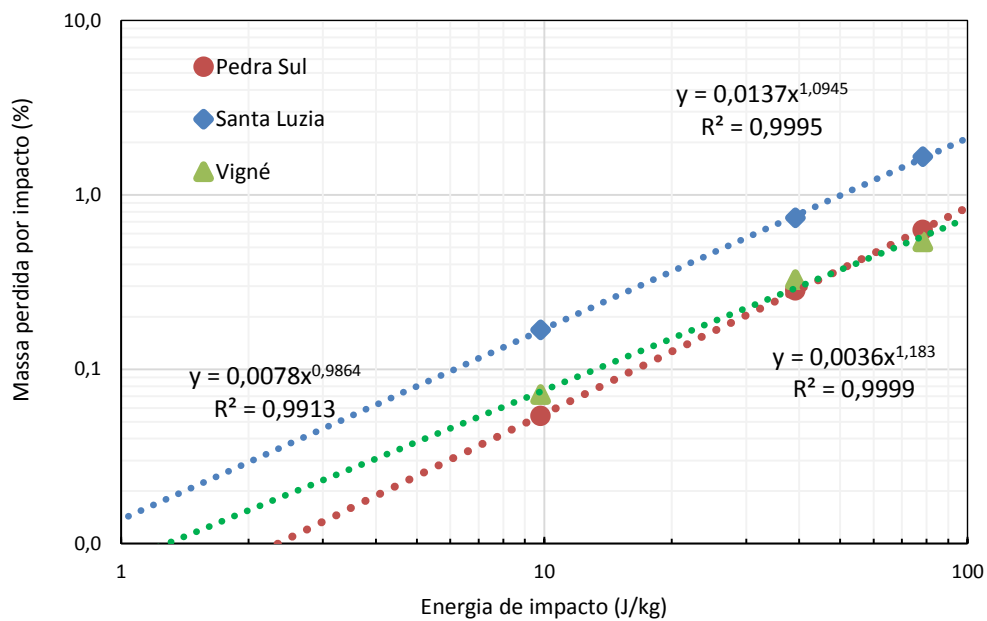


Figura VII-8 Resultado dos ensaios de autofratura para alturas de queda de 1, 4 e 8 metros para o tamanho de partícula de 22,4 x 19,2 mm

Assim, as curvas da Figura VII-8 foram ajustadas pela Equação VII-4:

$$y = n_1 x^{n_2} \quad \text{Equação VII-4}$$

Depois de calculada a massa perdida por abrasão em um determinado impacto, a função quebra de abrasão distribui essa massa entre as classes de tamanho. Essa função foi construída a partir dos dados do ensaio de auto fratura, pois em cada impacto foram recolhidos os fragmentos separadamente e analisados. Quando na pesagem a partícula fragmentava mais que 10% essa massa não era considerada para o cálculo por estar, pela definição do modelo, fragmentada de forma volumétrica. Essa partícula então era retirada do ensaio e considerada quebrada. A função utilizada para cálculo da função quebra é da forma $B(x; x')$ (Equação V-7). Na Figura VII-9 são apresentados os valores do ajuste da função quebra para os parâmetros da rocha da pedreira Vigné mostrados na Tabela VII-3.

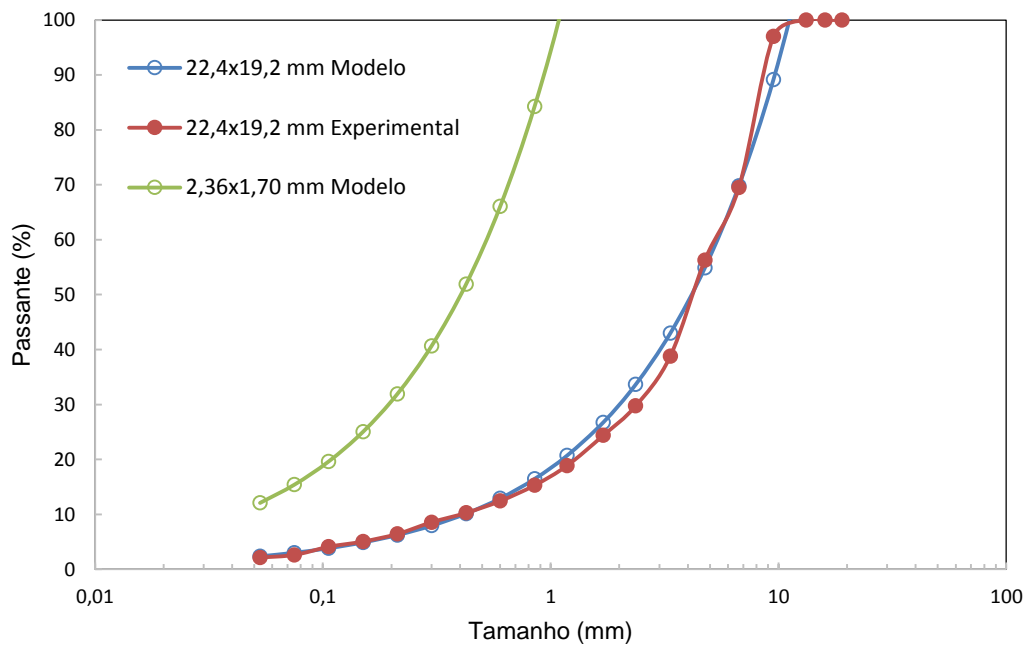


Figura VII-9 Função quebra superficial com dados da autofratura de 4 metros para a rocha da pedreira Vigné. Símbolos cheios são dados experimentais, símbolos vazios de 22,4 x 19,2 mm são para o ajuste do modelo, símbolos vazios de 2,36 x 1,70 mm são um exemplo da extrapolação do modelo para partículas menores

Na Figura VII-9 está apresentado, ao lado do ajuste, um exemplo do resultado do modelo para a fragmentação por abrasão de uma partícula de 2 mm.

Tabela VII-3 Valores dos parâmetros utilizados para a função quebra da fragmentação volumétrica

Parâmetro	Valor
ϕ	0,95
n_1	0,70
n_2	0,70

Na Figura VII-10 e na Figura VII-11 são ilustradas a aplicação dos modelos de quebra superficial e volumétrica apresentados para o modelo UFRJ. Na Figura VII-10 é aplicado o modelo para a classe de tamanho de 22,4 x 19,2 mm para várias energias de impacto. Mostra-se que conforme as energias de impacto aumentam, a distribuição granulométrica conjunta das partículas após o impacto vai apresentando uma transição desde a quebra superficial exclusiva até a quebra volumétrica exclusiva. Isso se torna mais claro na Figura VII-11. Na qual é apresentado o resultado com o mesmo modelo, mas para os valores de t_{10} aparente para três classes de tamanhos de partículas, mostrando a mesma transição.

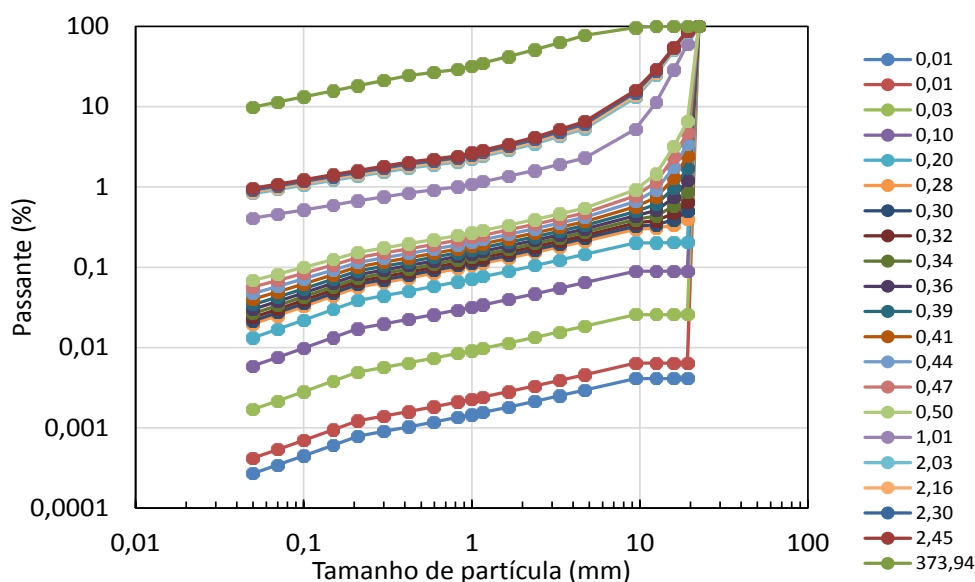


Figura VII-10 Cálculo do produto da quebra volumétrica e superficial para classe de tamanho 22,4 x 19,2 mm, considerando a aplicação das energias em destaque na lateral direita do gráfico

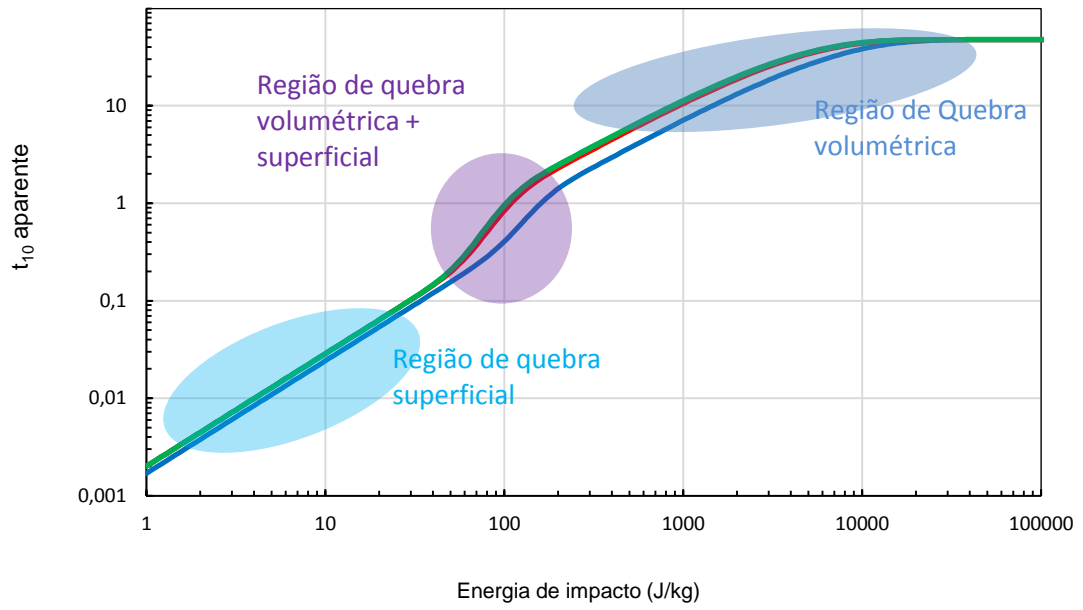


Figura VII-11 Demonstração da mudança do t_{10} aparente com os modelos de quebra utilizados no VSI. A linha verde é da classe 22,4 x 19,2 mm, a linha vermelha é da classe 4,7 x 3,3 mm e a linha azul é da classe 1,7 x 1,0 mm

VIII. ANÁLISE DAS VARIÁVEIS OPERACIONAIS DO VSI

Neste tópico são apresentados alguns dos resultados das análises dos ensaios de campo, e mostram a influência das variáveis avaliadas no processo de britagem do VSI. Essas variáveis são: cascadeamento, a taxa de alimentação, a frequência de operação do rotor e o tipo de rocha.

VIII.1 Abertura do cascadeador

A influência da abertura da saída do cascadeador, que é o responsável pelo aumento ou diminuição do fluxo para o rotor, pode ser observada na Figura VIII-1. Esse parâmetro somente apresenta influência significativa se, em função das taxas de alimentação, houver cascadeamento. Assim, se compararmos duas taxas de alimentação semelhantes e as aberturas do cascadeador mesmo em aberturas diferentes não produzirem cascadeamento, possivelmente o resultado do produto do britador será similar. Para esse mesmo caso explicado, se a abertura do cascadeador estiver fechada o suficiente para produzir cascadeamento. A distribuição granulométrica do produto do britador tenderá para uma granulometria mais grossa.

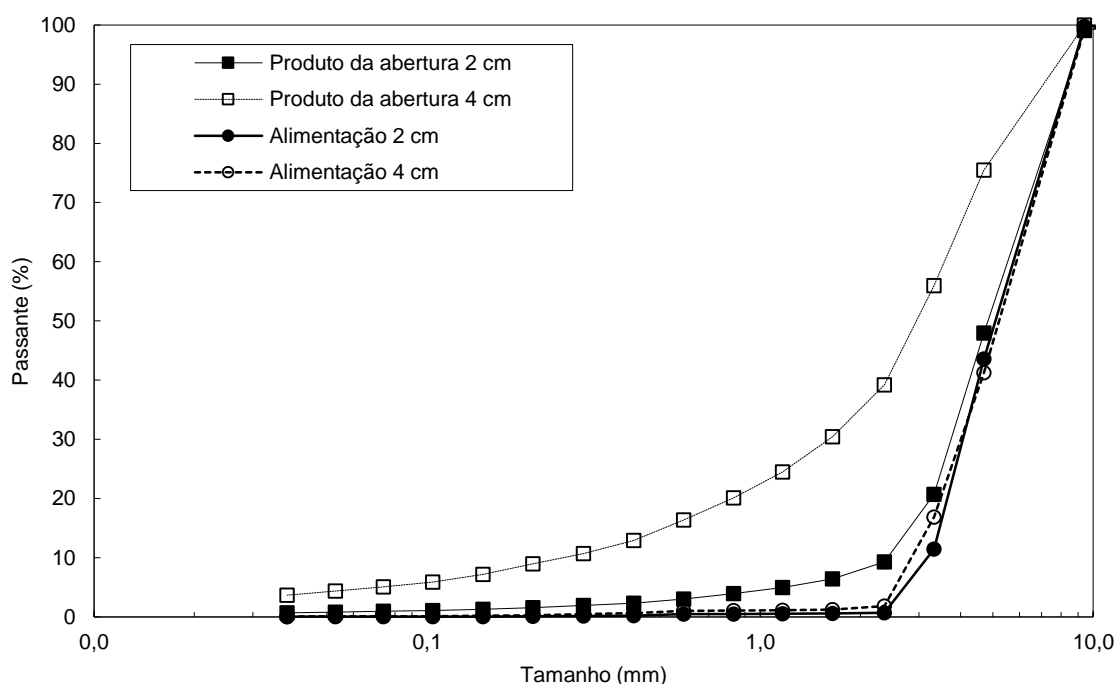


Figura VIII-1 Influência da abertura do cascadeador no produto do britador, comparando 2 e 4 cm. Condições de operação: Taxa de alimentação de 9,3 t/h e 9,9 t/h e cascadeamento 78 e 40% respectivamente, frequência 3524 rpm, velocidade da ponteira de 55 m/s, rocha da pedreira Vigné

A Figura VIII-2 mostra que, mesmo com aberturas diferentes do cascadeador, os produtos do britador nesses ensaios são muito semelhantes. Isso mostra que o efeito da abertura do cascadeador está diretamente ligado à taxa de alimentação.

Na Figura VIII-3 observa-se a mesma influência da Figura VIII-1, mas com um cascadeamento bem menos intenso, sendo 25% inferior para 40% e 61% para o cascadeamento de 78%. O resultado é que no ensaio com abertura em 4 cm, no qual ocorre cascadeamento, mesmo que de baixo fluxo mássico, ele desloca a curva em direção aos grossos. Há também o fato de a quantidade de material que entra no rotor com abertura em 4 cm ser um pouco menor. No ensaio que apresenta abertura igual a 8 cm, todo o fluxo mássico segue para o rotor, não havendo cascadeamento. A consequência é o afinamento da distribuição granulométrica, tendo em vista a maior energia de impacto por unidade de massa.

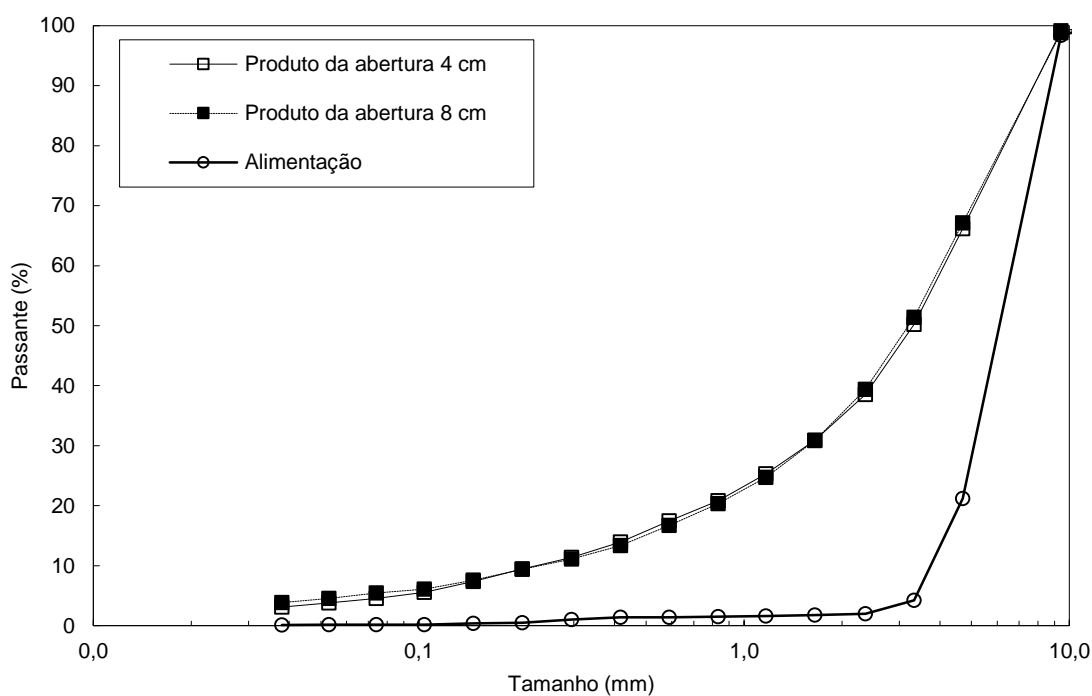


Figura VIII-2 Influência da abertura do cascadeador na distribuição granulométrica do produto do britador, comparando 4 e 8 cm. Condições de operação: Taxa de alimentação de 3,3 t/h e 3,5 t/h respectivamente, frequência 3524 rpm, velocidade da ponteira de 55 m/s, sem cascadeamento em ambos casos, rocha da pedreira Vigné

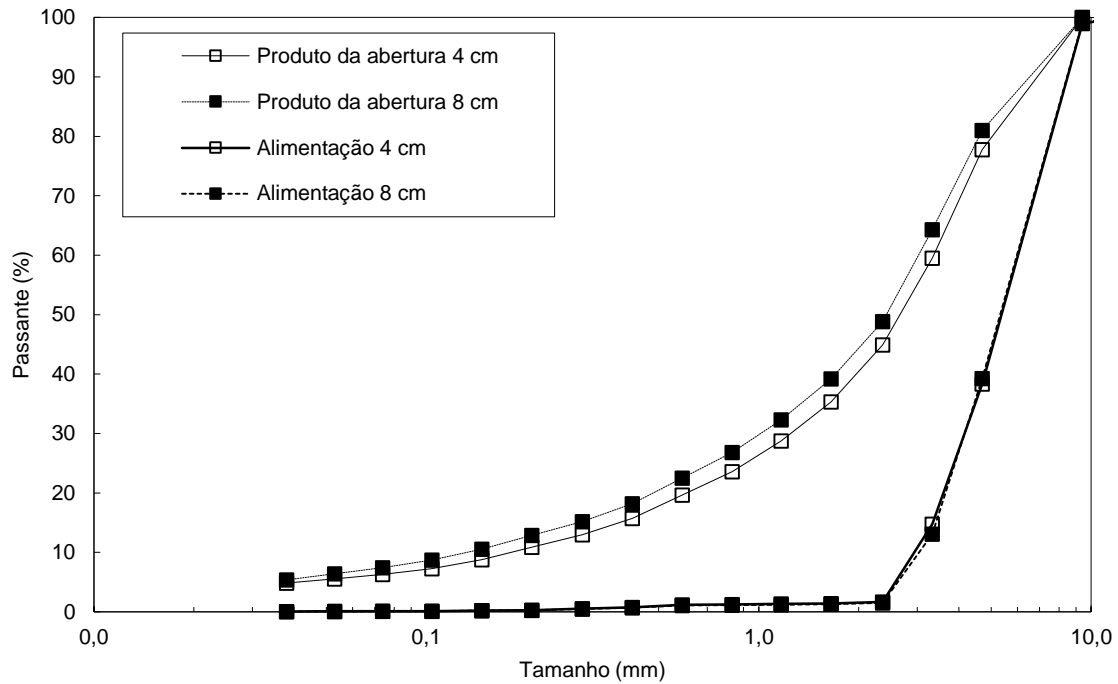


Figura VIII-3 Influência da abertura do cascadeador no produto do britador, comparando 4 e 8 cm. Condições de operação: Taxa de alimentação de 5,9 t/h e 5,7 t/h, cascadeamento 30 e 0% da taxa total alimentada respectivamente, velocidade da ponteira 64 m/s (frequência 4066 rpm), rocha da pedreira Vigné

VIII.2 Taxa de alimentação

A influência da taxa de alimentação na distribuição granulométrica do produto é muito significativa (Figura VIII-4). Nesse caso, observa-se que o aumento da taxa gera um produto mais fino. Isso demonstra que a probabilidade de uma partícula ser cominuída é maior com o aumento da taxa de alimentação, pois aumenta a probabilidade da partícula interagir com outras.

Pode-se verificar ainda, um aumento significativo da proporção de material pulverulento (finos $-0,075$ mm) ao final da curva, com o aumento da taxa de alimentação de 1,5 a 5,7 t/h. O aumento de 5,7% para 7,5% na proporção de finos, mostra que está ocorrendo fragmentação por abrasão devido ao contato maior entre as partículas. Já que a energia aplicada às partículas se mantém aproximadamente constante.

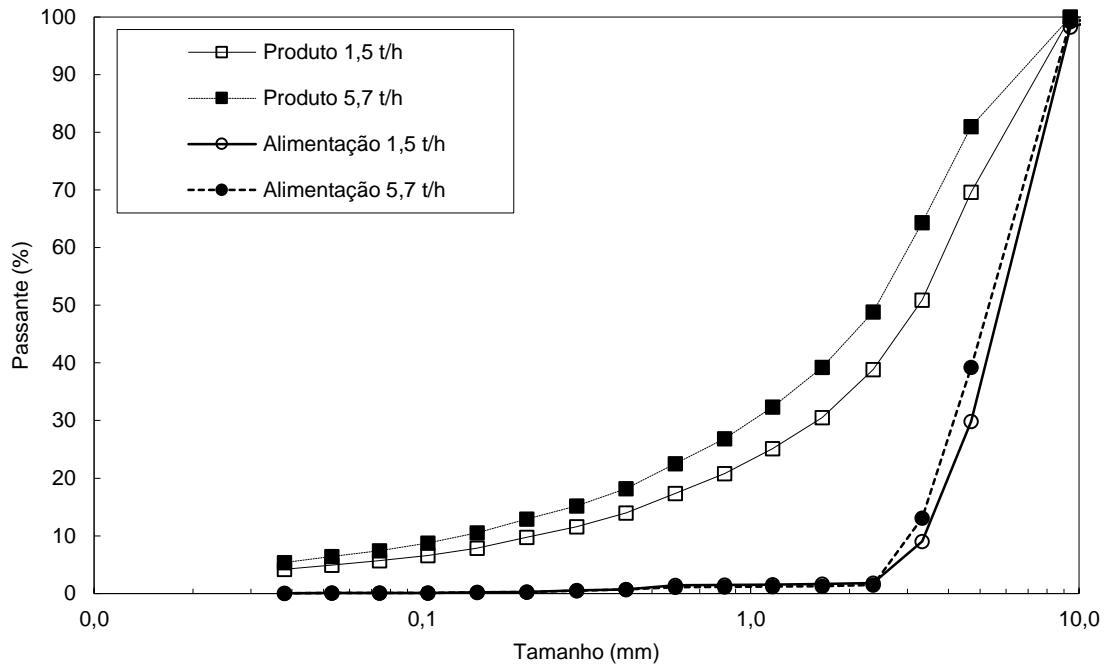


Figura VIII-4 Influência da taxa de alimentação no produto do britador, comparando 1,5 e 5,7 t/h. Condições de operação: velocidade da ponteira 64 m/s (frequência 4066 rpm), abertura do cascadeador 8 cm, sem cascadeamento para ambos, rocha da pedreira Vigné

Na Figura VIII-5 apresenta-se a influência da taxa de alimentação de 6,5 para 13,1 t/h, operando em baixa frequência, na distribuição granulométrica do produto. Ela mostra que, nessas condições o fluxo mássico que é direcionado ao rotor é muito semelhante quando ocorre algum cascadeamento. Observa-se que a taxa de alimentação mais alta resulta nessas condições em uma distribuição granulométrica mais grossa do produto do britador.

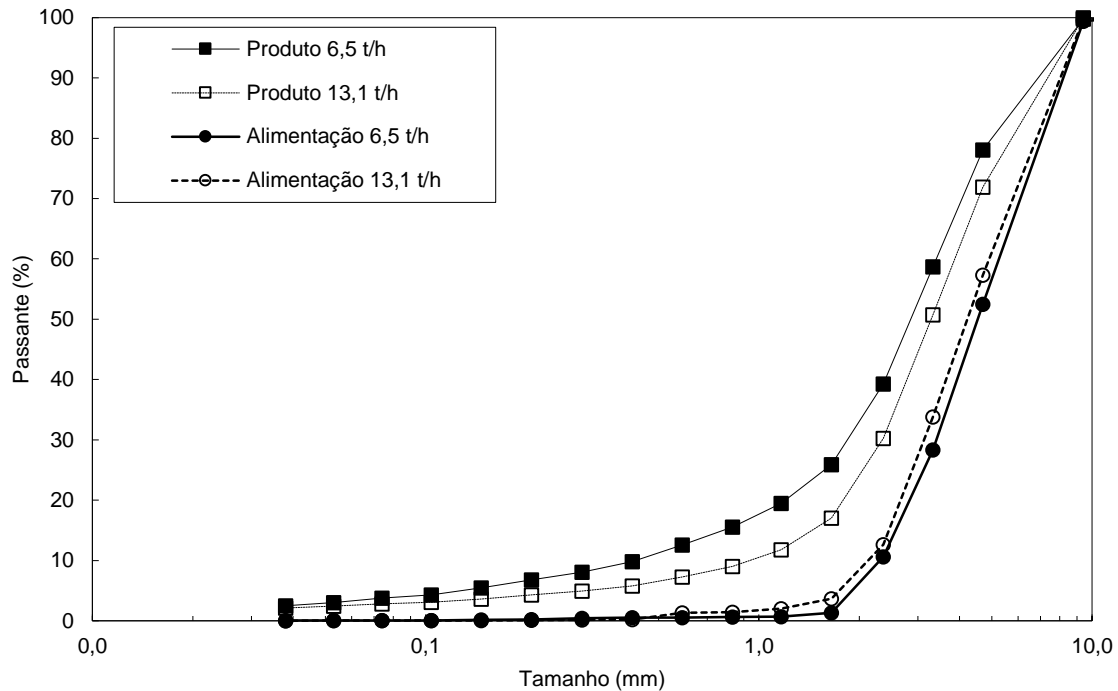


Figura VIII-5 Influência da taxa de alimentação no produto do britador, comparando 6,5 e 13,1 t/h, cascateamento de 38 e 70% respectivamente. Condições de operação: frequência 3524 rpm, velocidade da ponteira de 55 m/s, abertura do cascateador 4 cm, rocha da pedreira Vigné

VIII.3 Frequência de operação do rotor

A frequência do rotor também exerce forte influência sobre a distribuição granulométrica do produto da peneira (Figura VIII-6). Isso ocorre porque o aumento da velocidade de operação aumenta a energia aplicada sobre as partículas. Intensificando a fragmentação no interior da câmara de britagem do VSI. O efeito da alta frequência nas primeiras classes da alimentação é mais claro ainda. Observa-se que na primeira classe tem-se quase 80% de material retido, e que depois de britado à frequência do rotor de 3524 rpm a classe se reduz para 38% e, com o rotor a 4066 rpm, para 13%. Esse efeito se estende por boa parte da distribuição granulométrica, sendo que ao final da curva essa diferença não é tão significativa. A operação com alta frequência de rotações gera um produto com uma quantidade de material pulverulento de 9,8%. Quando operado com a frequência mais baixa gera 7,7%.

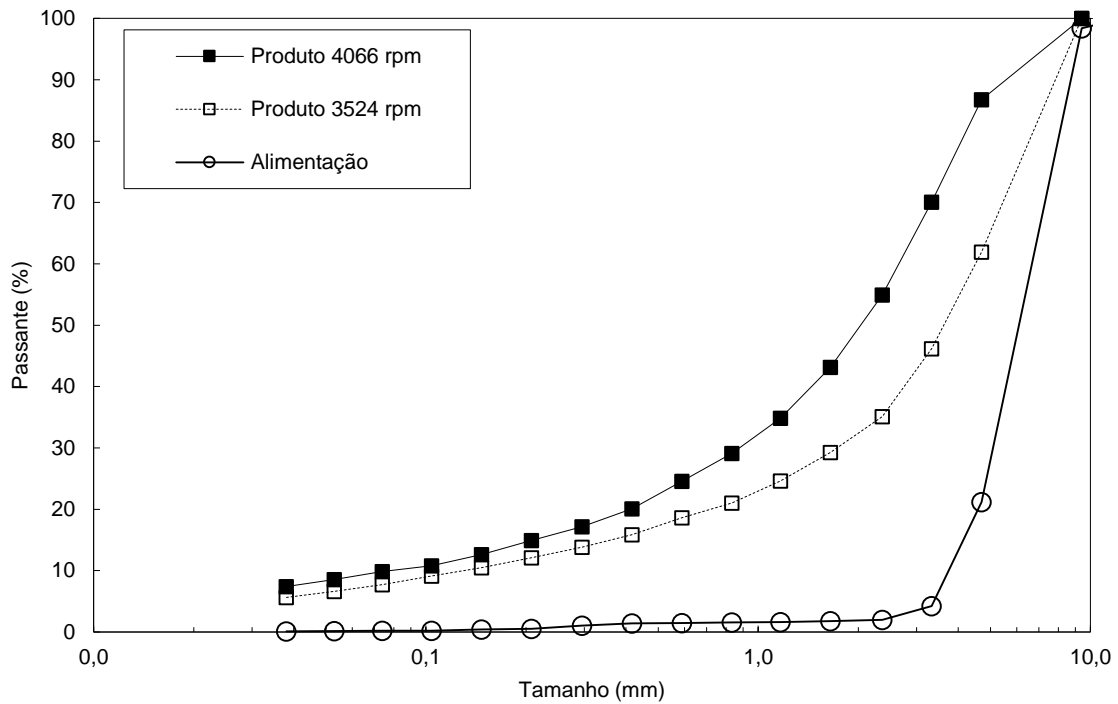


Figura VIII-6 Influência da frequência do rotor no produto do britador, comparando 4066 rpm e 3524 rpm (64 e 55 m/s de velocidade da ponteira do rotor respectivamente). Condições de operação: Taxa de alimentação 2,4 t/h e 2,6 t/h respectivamente, abertura do cascadeador 4 cm, sem cascadeamento, para a rocha da pedraira Vigné

Na Figura VIII-7 é mostrada a influência da frequência, mas para o caso do britador industrial REMco®. Pode-se verificar que da mesma forma tal qual os britadores autógenos, o aumento da frequência de rotações do rotor resulta na distribuição granulométrica mais fina do produto.

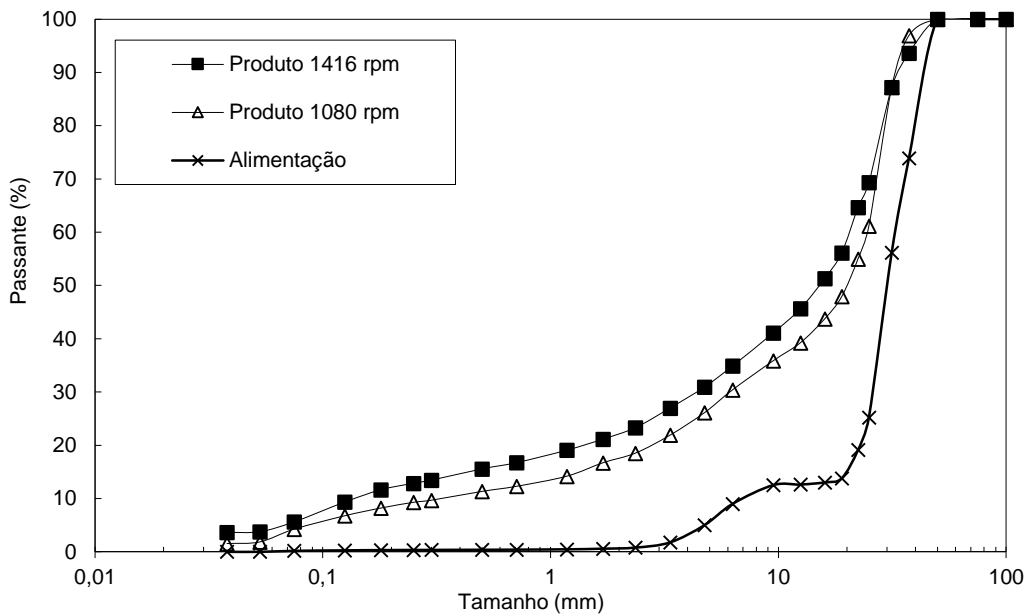


Figura VIII-7 Influência da frequência do rotor no produto do britador industrial. Taxa de alimentação de 210 t/h (1080 rpm) e 240 t/h (1416 rpm), velocidades das ponteiras de 53 m/s e 70 m/s respectivamente

VIII.4 Natureza da rocha

Para ilustrar como a natureza da rocha pode influenciar a distribuição granulométrica do produto do britador pode-se observar o resultado de ensaios na Figura VIII-8. Nessa figura, são mostrados resultados obtidos com a rocha da pedreira Vigné e da pedreira Santa Luzia. Com o britador operando com a frequência de 4066 rpm, com taxa de alimentação de 13,1 e 14,4 t/h respectivamente, e abertura de 4 cm do cascadeador. Vê-se que a rocha mais resistente que é a da pedreira Vigné, dentro da faixa de alimentação dos ensaios, produz uma curva com quantidade de materiais finos (entre 2,4 e 0,2 mm) em menor quantidade do que a rocha da pedreira Santa Luzia.

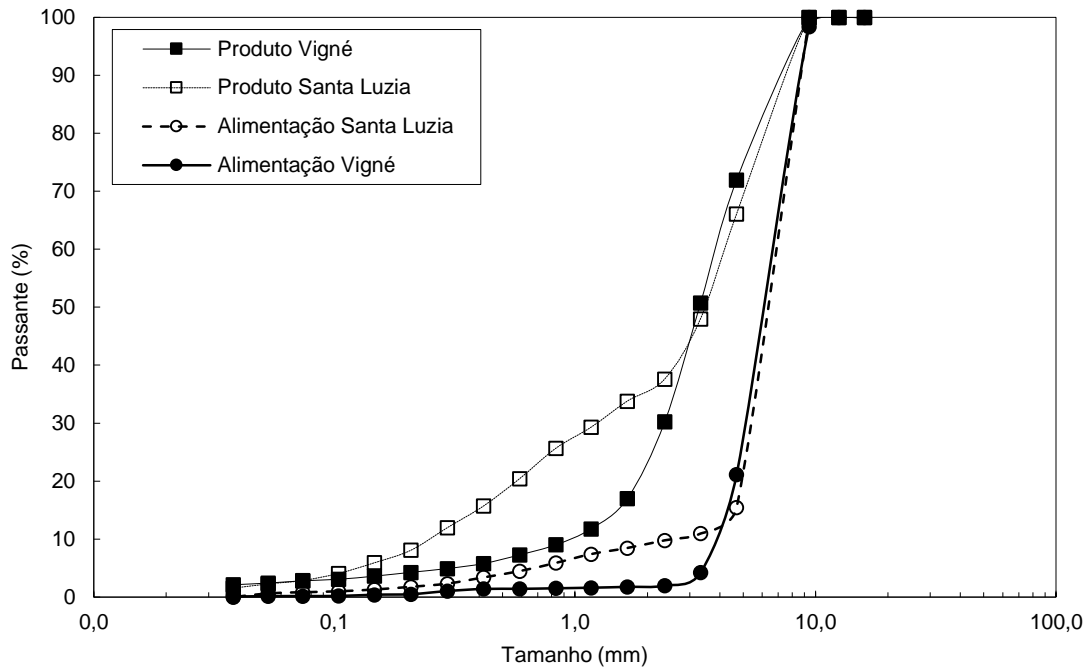


Figura VIII-8 Comparação dos produtos do britador da pedra Vigné (VG) e da pedra Santa Luzia (SL) com condição de operação semelhante

Isso pode ser explicado em parte pela Figura VII-4, na qual se compara as energias de fratura em função do tamanho para as rochas das pedreiras Vigné, Santa Luzia e Pedra Sul. Vê-se que a diferença das energias de fratura da rocha da pedra Vigné para a rocha da pedra Santa Luzia é significativa ao longo de quase todos os tamanhos analisados. Dentro da faixa da alimentação destes ensaios vê-se o mesmo comportamento. Curiosamente a faixa dos grossos d_{50} e d_{80} para ambas as rochas é muito semelhante. A diferença é significativa na região fina da distribuição granulométrica, na qual a rocha da pedra Santa Luzia produz muito mais finos. Uma explicação seria que os valores das energias de fratura da Figura VII-4 são médias de uma distribuição, podendo existir quantidade relativa de partículas com energia de fratura comparável à da rocha da pedra Vigné. As partículas de com menor energia de fratura contribuiria então para a parte fina da curva granulométrica. Mais dados sobre as características dessas rochas podem ser vistos em outros trabalhos (Tavares e Neves, 2008; Neves, 2005).

VIII.5 Dados operacionais do circuito piloto

As taxas de alimentação máximas, considerando-se a alimentação com brita zero (12 x 4,8mm), foram de cerca de 10 t/h para a rocha da pedra Pedra Sul, São Pedro e 13 t/h para a pedra Vigné. Para a rocha da pedra Santa Luzia o máximo alcançado foi de 17 t/h e para a rocha da pedra Ibrata foi de 12 t/h.

Em termos de carga circulante, pode-se ver na Tabela VIII-1 que existe uma tendência de que quanto menos competente é a rocha, menor é a carga circulante. As taxas são referentes à saída do britador. Comparando a taxa de 5,7 t/h vê-se que para a Santa Luzia corresponde a um valor de carga circulante de 22% da taxa. Isso significa que 1,2 t/h estão na carga circulante. Para a Pedra Sul, vê-se que em condições semelhantes a carga circulante está em 73% com a mesma taxa. Significa dizer que 4,1 t/h estão na carga circulante. Comparando essas rochas vê-se que a rocha da pedreira Pedra Sul tem mais de três vezes mais carga circulante do que a rocha da pedreira Santa Luzia. A mesma relação pode ser feita com a rocha da pedreira Vigné com a taxa de 5,9 t/h a qual tem uma carga circulante de 86 %.

Vê-se que para uma mesma rocha, no caso a da pedreira São Pedro, a mudança de frequência não teve um impacto significativo na carga circulante, passando de 134 para 128 %. Mas mostra que o aumento de frequência tende a diminuir a carga circulante.

Tabela VIII-1 Valores das cargas circulantes da unidade piloto relacionadas com as condições operacionais

Rocha	Taxa (t/h)	Frequência do rotor (rpm)	Abertura do cascadeador (cm)	Carga Circulante (%)
Pedra Sul	9,2	4066	4	183
	8,3	4066	8	104
	5,7	4066	8	73
Vigné	9,9	3524	4	122
	9,2	3524	8	160
	5,9	4066	4	86
Santa Luzia	5,7	4066	8	22
	11,5	3524	8	51
	14,4	3524	4	122
São Pedro	10,2	3524	4	134
	10,3	4066	4	128

Para a rocha da pedreira Vigné, vê-se que o aumento da abertura do cascadeador tem influência significativa na carga circulante. Para as aberturas de 4 e 8 cm, com taxas semelhantes, o valor da carga circulante é de 122 % e 160% respectivamente. Mostrando que uma abertura

maior do cascadeador possibilita uma maior quantidade de partículas dentro do rotor, e para esta rocha, acaba por aumentar a carga circulante.

Mas curiosamente o mesmo efeito não se verifica na rocha da pedreira Santa Luzia, mesmo considerando que há uma discrepância nas taxas, no caso 11.5 e 14.4 t/h. O efeito sugere que o aumento da abertura do cascadeador, de 4 para 8 cm, diminui a carga circulante de 122% para 51%. Isso mostra claramente a influência da rocha no processo. Para a pedreira Pedra Sul, vê-se algo semelhante a pedreira Santa Luzia para as taxas de 9,2 e 8,3 t/h. O aumento da abertura do cascadeador de 4 cm para 8 cm diminui a carga circulante de 183% para 104%.

IX. SIMULAÇÕES: AVALIAÇÃO DO AMBIENTE VSI NO DEM

Nesse capítulo são apresentados os resultados das simulações em DEM, discutindo-se alguns dos desafios encontrados e formas usadas em contorná-los. Primeiramente serão apresentados resultados das simulações referentes à calibração no cascadeador. Estimativas da distribuição de tempo de residência nos britadores e do espectro de energias comparando três modos de operação do VSI. Uma das simulações para avaliação do modo de operação é realizada a partir de um britador idealizado, mas com desenho semelhante aos britadores industriais existentes. Esse britador tem como base o Barmac® simulado sendo mantido o desenho original do rotor.

Essas simulações foram executadas para formar o entendimento inicial de como o VSI aplica a energia sobre o fluxo de partículas e qual é o comportamento desse fluxo em seu interior. Após essa primeira etapa, as simulações com dados dos ensaios de campo que poderiam apresentar informações sobre a influência das condições operacionais foram selecionadas e realizadas.

IX.1 Escoamento das partículas no cascadeador

A calibração dos parâmetros de contato permitiu que o fluxo de material no cascadeador pudesse ser reproduzido conforme observado nos experimentos. Adicionalmente isso tornou possível estimar a vazão mássica de cada fluxo descarregado. Isso tanto pela abertura inferior em direção ao rotor, quanto pelas aberturas superiores.

A Figura IX-1 mostra o resultado da calibração, evidenciando que o ajuste de um conjunto de valores dos coeficientes permitiu descrever adequadamente um intervalo amplo de condições de operação. A Figura IX-1 mostra que não ocorreu o cascadeamento quando a abertura do cascadeador no silo de alimentação foi de 8 cm. Isso se deve ao fato que, para a taxa de alimentação de aproximadamente 8 t/h de alimentação para o rotor, o motor do britador chegou ao limite da sua potência. Pela simulação nota-se que, com essa abertura, o cascadeamento só tem início em taxas de alimentação superiores a 19 t/h. A condição de simulação do cascadeamento com abertura em 5 cm foi simulada para analisar o efeito da cascata sendo uma simulação com e outra sem cascata.

resultados do DTR para o rotor e outras três configurações de trabalho para os VSI. Incluindo a operação semi-autógena sem cascata (Bigornas) e a autógena (Barmac) operando com e sem fluxo da cascata.

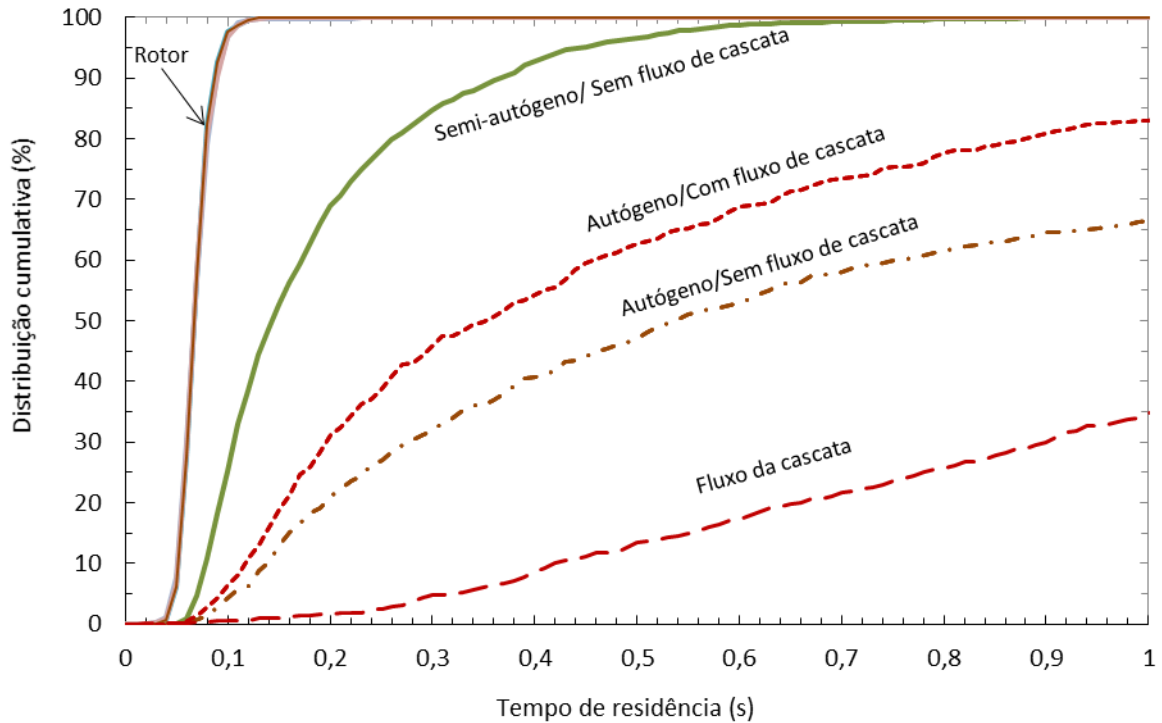


Figura IX-2 Distribuição do tempo de residência para três condições operacionais: Semi-autógeno (Bigornas) sem cascata, Autógeno com e sem fluxo da cascata. Os DTRs do rotor e da cascata isolados também são apresentados (com base em Cunha et al, 2013)

A configuração do britador com bigornas visto na Figura IX-3, é um equipamento idealizado no qual a carcaça externa do Barmac® foi subtraída e no lugar no qual estaria o leito de rochas foram posicionadas bigornas. O rotor simulado do equipamento original foi mantido. Foram ainda mantidas as relações, de forma aproximada, de distância rotor/bigornas semelhante aos equipamentos industriais. A necessidade de criar um britador virtual foi para que fosse possível comparar de forma mais adequada os diferentes modos de operação do VSI.

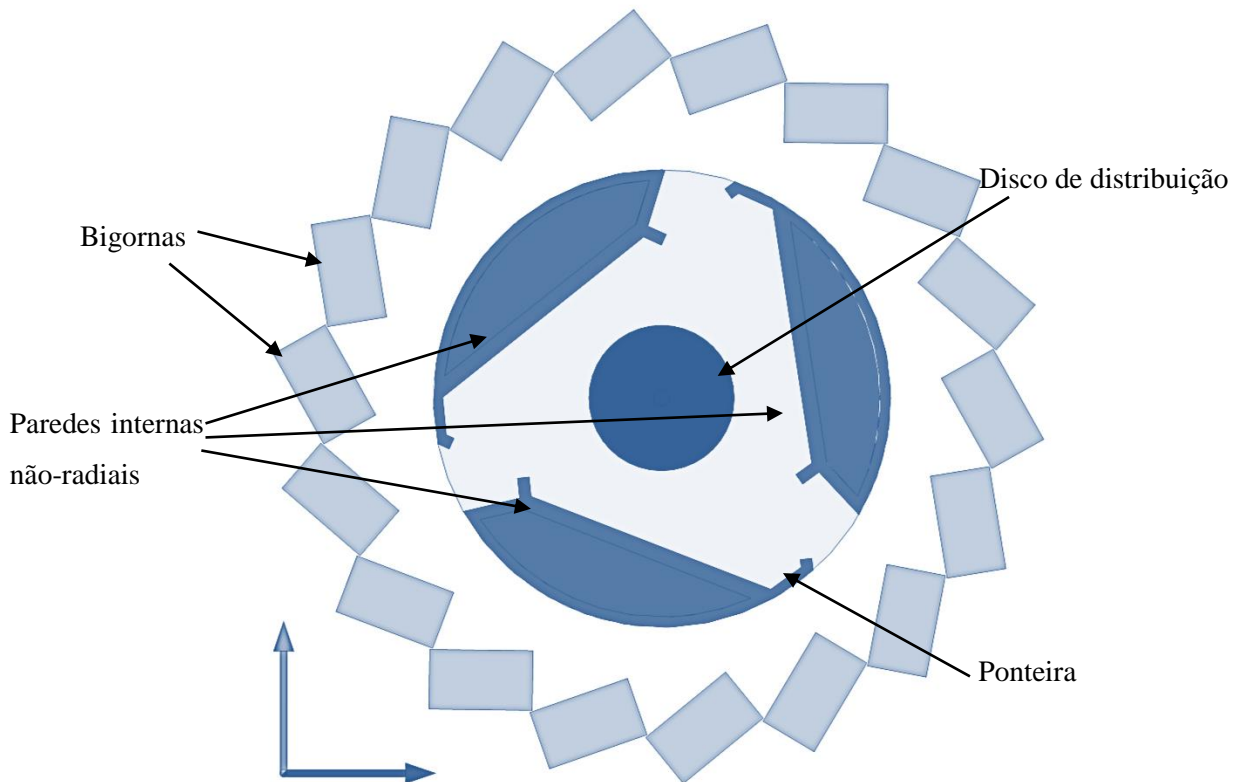


Figura IX-3 Esquema do britador com anteparo de bigornas idealizado (com base em Cunha *et al.*, 2013)

Como esperado, a DTR do rotor resultou em tempos de residência muito curtos. A primeira partícula sai do rotor em cerca de 0,06 segundos para a frequência de rotação simulada (4.066 rpm) e com o tempo de 0,15 segundos 100% das partículas rastreadas deixam o rotor.

O tempo médio de residência das partículas dentro do britador é igual à cerca de 0,14 segundos quando as partículas da rocha são projetadas de encontro ao anel de bigornas de aço. E de 0,54 segundos quando partículas são projetadas contra o leito de rocha. O registro começa na parte superior da alimentação do rotor até a saída da câmara de britagem (sem cascata).

A simulação na qual o britador opera com cascata, o tempo de residência médio das partículas a partir do rotor é reduzido para cerca de 0,36 segundos. Para as partículas que fluem como uma cascata os tempos de residência são significativamente mais longos. Com um valor mediano tão elevado como 1,3 segundos.

A Figura IX-2 também mostra que na operação com o leito de rochas, uma parte da população projetada do britador permanece um tempo relativamente longo na máquina,

possivelmente, movendo-se circularmente em torno do rotor como uma nuvem de partículas (Figura VI-29).

IX.3 Espectro de energia de colisão

O espectro de energia de colisão é aqui considerado como a energia dissipada ou perdida nas colisões que ocorrem no interior do britador. Desmembrou-se a energia (total) em componentes normais e tangenciais, também chamadas aqui simplesmente de normais ou cisalhantes, respectivamente. Na Figura IX-4 é mostrado o resultado de duas simulações relativas ao rotor. Em uma o rotor operou sem o leito interno. Em outra foi adicionado ao rotor um leito, conforme explicado na Figura VI-19. O resultado é que quando não há um leito as energias aplicadas às partículas são muito maiores, tanto em frequência como em intensidade. Isso demonstra como esse leito é formado no interior do rotor do britador e que, após a sua formação, as magnitudes das energias aplicadas nas partículas são substancialmente mais baixas como também a sua frequência.

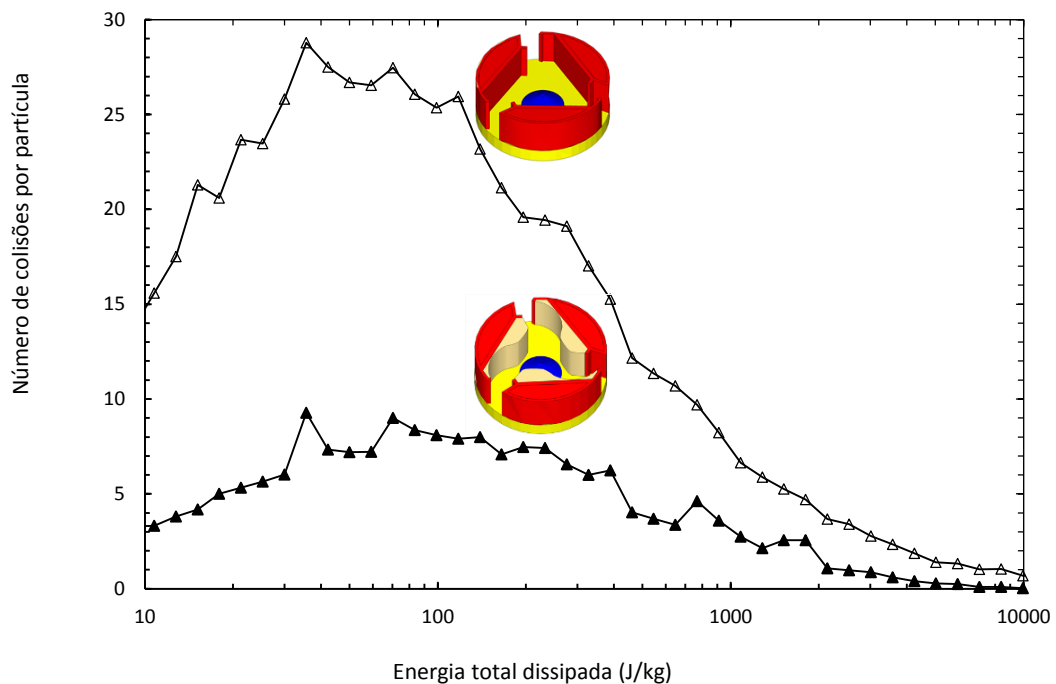


Figura IX-4 A energia de quebra das partículas no interior do rotor do VSI no início da operação e posteriormente com o leito formado junto às placas verticais não radiais no rotor. Condições operacionais: frequência de rotação de 4066 rpm e taxa de alimentação de 8,1 t/h (com base em Cunha *et al.*, 2013)

Outro ponto interessante é a análise do efeito da forma sobre a distribuição de energias que a partícula recebe, como é ilustrado na Figura IX-5. Essa avaliação foi feita com as partículas sendo lançadas de forma individual e sem possibilidade de contato com outras partículas em um britador semi-autógeno. O resultado evidencia que mesmo quando a partícula é esférica cerca de 90% das partículas recebem uma energia específica muito inferior (cerca de 3.000 J/kg) ao valor teórico estimado a equação proposta por Nikolov (2004). Essa energia é calculada sobre a velocidade da ponteira do rotor (cerca de 4.000 J/kg). Quando comparada com a partícula com formato não isométrico a parcela das partículas que recebem colisão à magnitude de 3.000 J/kg cai para 20% das partículas. Isso mostra claramente a influência da forma em um evento isolado, embora não seja possível afirmar que uma diferença tão significativa ocorra também em um fluxo de partículas. Para isto seria necessário realizar uma simulação completa com a informação da forma.

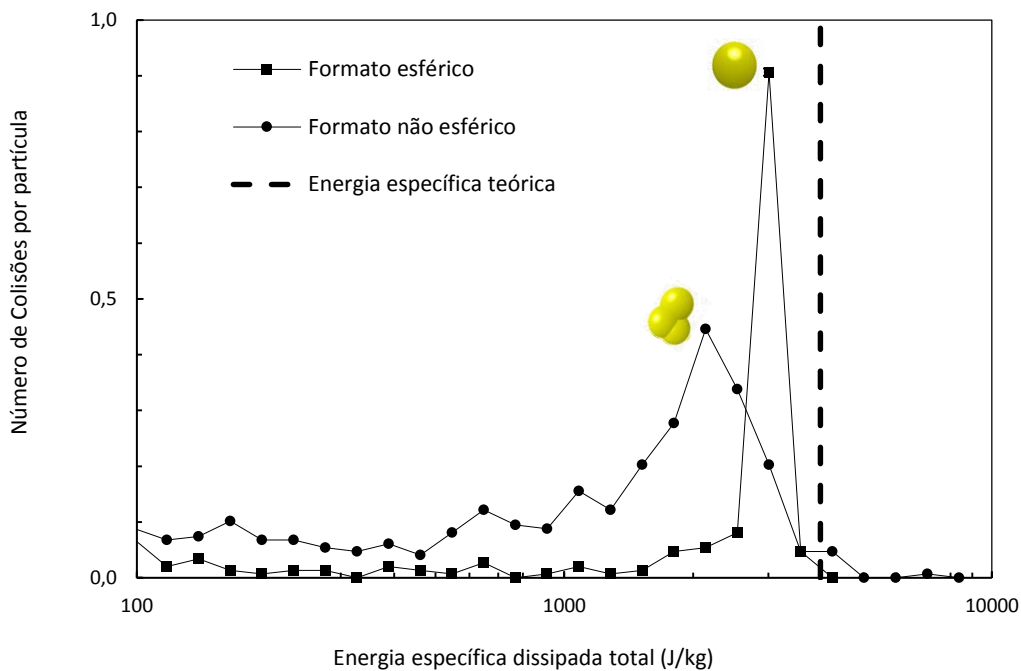


Figura IX-5 Influência da forma sobre a distribuição da energia em lançamentos individuais no britador VSI semi-autógeno (com base em Cunha *et al.*, 2013)

Para a condição de funcionamento semi-autógeno (Figura IX-3), as perdas de energia que estão associadas aos componentes normal e tangencial das velocidades de colisão foram registradas. A Figura IX-6 mostra a predominância da dissipação da energia pelo componente normal de energia em comparação à cisalhante. Existem questionamentos importantes sobre a

validade das estimativas da energia cisalhante no modelo de Hertz-Mindlin (Weerasekara *et al.*, 2013). Por essas duas questões, apenas a perda de energia na direção normal foi utilizada a partir deste ponto no trabalho. Entretanto, cabe ressaltar que a componente cisalhante das colisões provavelmente tenha um papel importante no arredondamento das partículas no interior do britador VSI. Mesmo que a intensidade desta componente seja muito mais baixa.

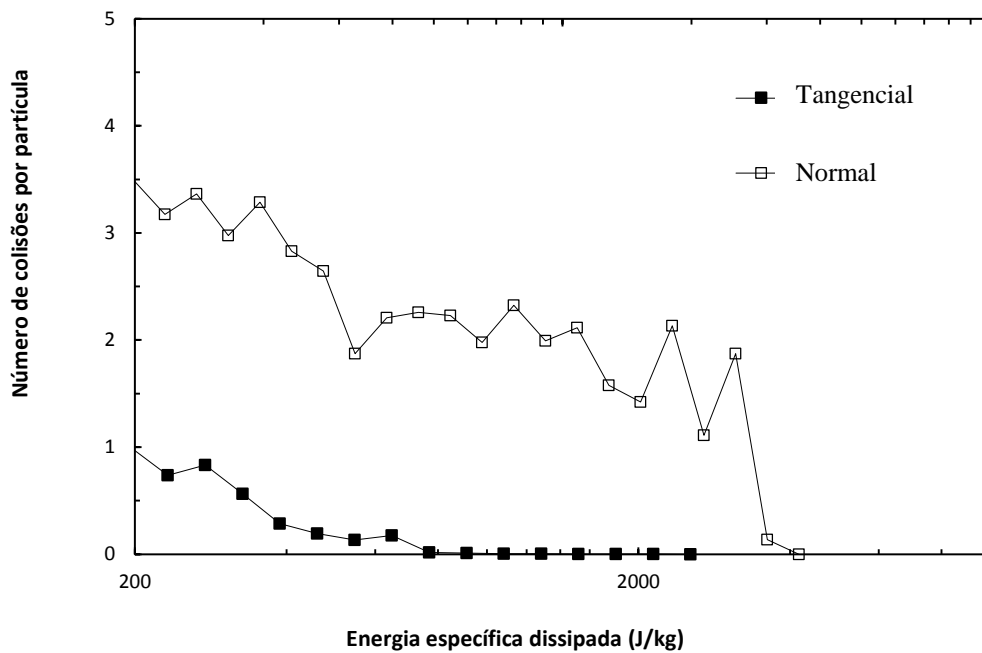


Figura IX-6 Contribuições das componentes normal e tangencial das colisões para o caso de impacto de rocha contra metal com frequência de operação do rotor de 4066 rpm (com base em Cunha *et al.*, 2013)

No funcionamento do Barmac, sabe-se que um leito é formado ao redor do rotor no início da operação e que as partículas projetadas circulam entre o leito e o rotor. Na Figura IX-7 é mostrada a componente normal da energia dissipada específica para quatro partículas aleatoriamente selecionadas, as quais foram escolhidas da simulação autógena ao longo do tempo que permaneceram no britador. Nota-se que as partículas simuladas recebem uma energia normal específica relativamente alta, entre 500 e 1000 J/kg, imediatamente na saída do rotor em um tempo inferior a 0,5 segundo. Após esse impacto de maior magnitude, os impactos posteriores não ultrapassam o valor de 10 J/kg. Essa energia relativamente baixa representa os impactos ocorridos enquanto a partícula permanece no leito.

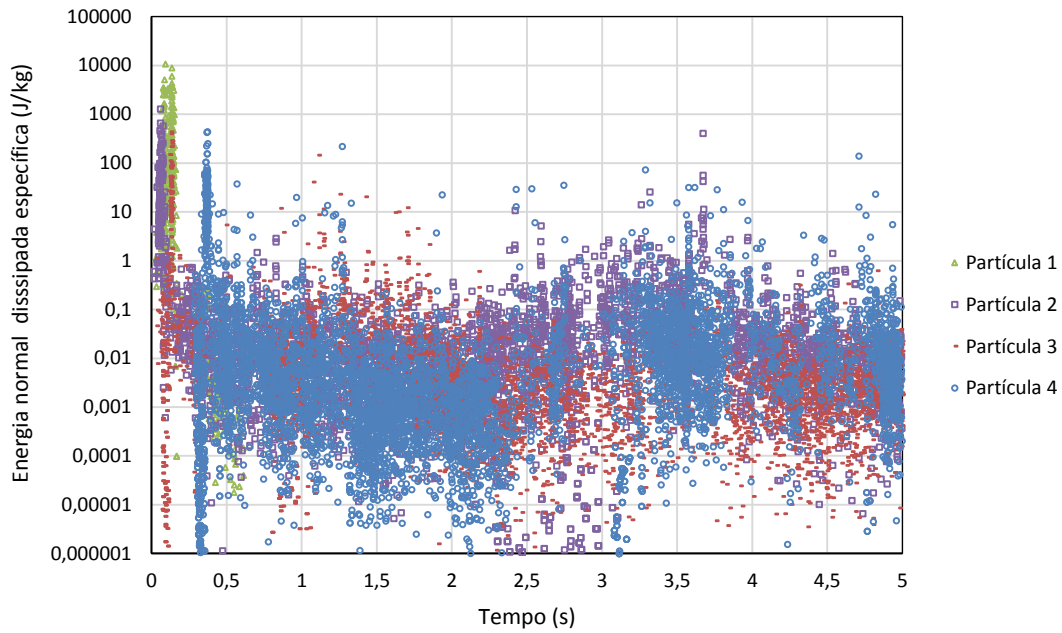


Figura IX-7 Distribuição de colisões para quatro partículas escolhidas aleatoriamente ao longo do tempo. (com base em Cunha *et al.*, 2014)

A Figura IX-8 mostra o efeito da frequência de rotação do rotor, na operação do VSI com bigornas, sobre os espectros de energia de colisão das partículas de rocha projetadas do rotor. É demonstrado, como se esperava, que o efeito da frequência de rotação afeta diretamente a perda máxima de energia na colisão das partículas. Mas não afeta de forma significativa a frequência relativa de colisões de menor magnitude. A Figura IX-8 também mostra que o máximo de energia disponível para a quebra é apenas marginalmente inferior à energia cinética estimada (teórica) da partícula que deixa o rotor (Nikolov, 2002). No entanto, os impactos de partículas contra outras partículas de rocha dentro da câmara de britagem podem resultar em uma gama de energias de colisão, mesmo quando as colisões ocorrem diretamente contra o anel de bigornas de aço como é este caso.

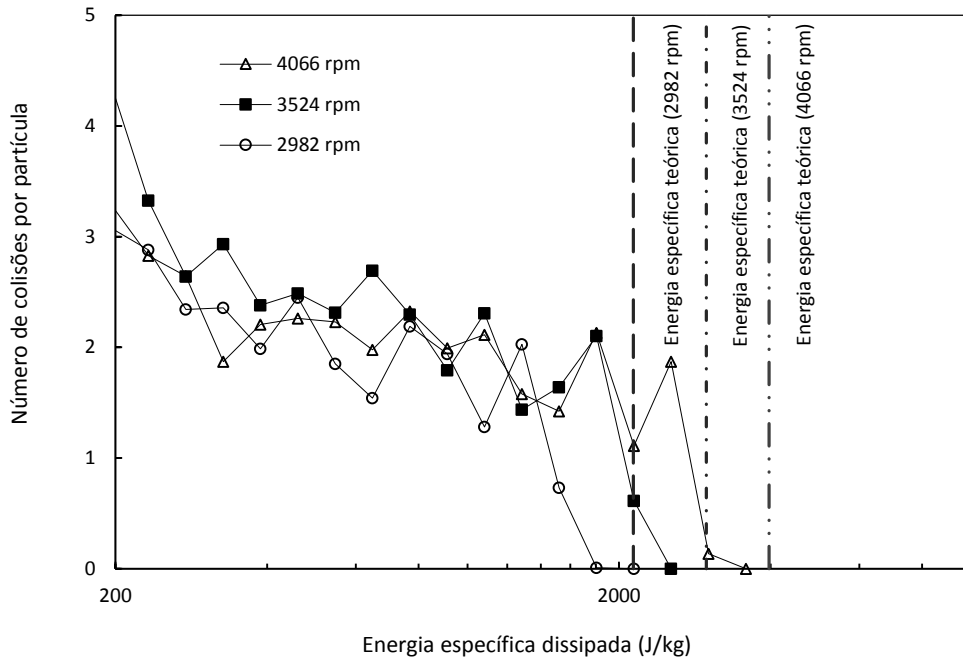


Figura IX-8 Efeito da frequência do rotor no espectro de energias normais dissipadas, para o caso do VSI projetando partículas contra bigornas. Linhas verticais tracejadas representam a energia de colisão teórica para diferentes frequências (com base em Cunha *et al.*, 2013)

A Figura IX-9 compara os espectros de energias de colisão de partículas de rocha projetados a partir do rotor, quando o VSI se encontra operando com um de leito de rochas (Figura IX-9) ou um anel de bigornas de aço (Figura IX-3). É evidente que, quando as colisões ocorrem sobre o leito de rocha, as magnitudes das colisões são reduzidas, ainda que a frequência dos impactos de menor energia aumente consideravelmente.

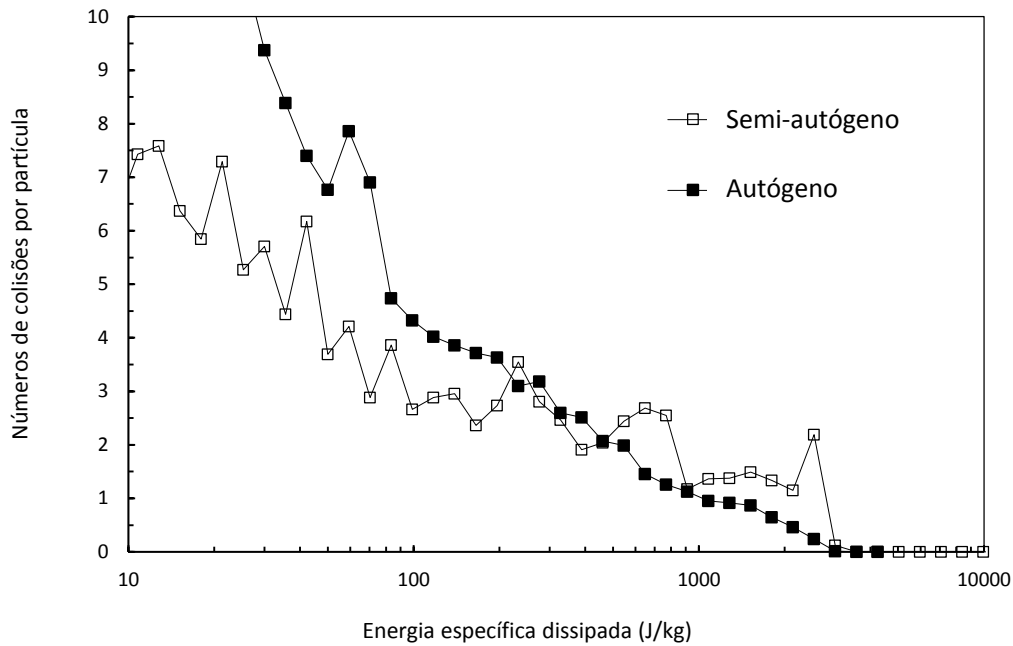


Figura IX-9 Efeito do tipo de anteparo, se leito de rochas ou bigornas, no espectro de energia de colisão de partículas projetadas do rotor. Ambos os casos sem cascateamento (com base em Cunha *et al.*, 2013)

Pode-se comparar os casos em que as partículas são projetadas a partir do rotor, tendo em seu entorno a presença ou ausência de cascata (Figura IX-10). Nesta figura, o fluxo da cascata tem taxa idêntica à da alimentação do rotor. O que resultou em duplicação da taxa de alimentação total do britador no caso simulado (16,4 t/h). Nota-se uma redução na frequência das colisões sofridas pelas partículas projetadas. Quando comparado com o caso no qual as partículas de rocha são lançadas diretamente contra o leito de rochas (8,2 t/h), na ausência de fluxo em cascata.

A Figura IX-10 também mostra que as energias de colisão experimentadas pelas partículas da rocha que desceram em cascata são muito mais baixas que aquelas experimentadas por partículas de rocha que passaram através do rotor. A frequência de colisões envolvendo partículas em cascata é também significativamente inferior à das partículas projetadas pelo rotor. Estas observações são consistentes com o que se espera deste tipo de VSI, pois com o fluxo da cascata é esperado que seu produto seja mais grosso (Hamer, 1990).

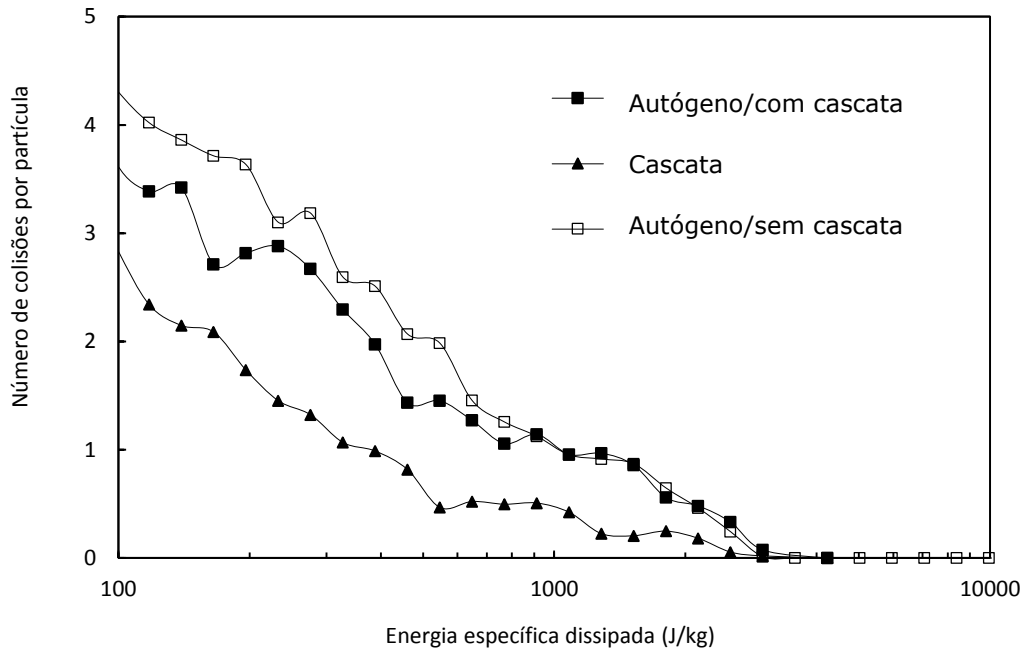


Figura IX-10 Comparação do espectro de energia de colisão para o britador VSI autógeno, quando o equipamento estiver operando com e sem fluxo de partículas de cascata (com base em Cunha *et al.*, 2013)

A Figura IX-11 mostra o efeito da cascata no espectro de colisões quando se eleva o fluxo cascadeado de aproximadamente 23% sobre a alimentação do britador para 62%. As condições operacionais das duas simulações são as mesmas. Pode-se observar que a magnitude das energias é semelhante em ambas as simulações. Sendo que a diferença está na maior frequência de colisões das partículas projetadas pelo rotor para a simulação na qual o cascadeamento é menor. É interessante observar que mesmo em condições de cascadeamento tão distintas, ambas possuem praticamente o mesmo espectro de colisões.

A Figura IX-12 mostra o efeito da variação da frequência de operação do britador de 3524 para 4066 rpm (55 e 64 m/s respectivamente) no espectro de colisões. A maior velocidade da ponta do rotor representou um aumento significativo na frequência de colisões para toda a faixa de energias de colisão. Este efeito foi análogo ao observado na operação com cascadeamento.

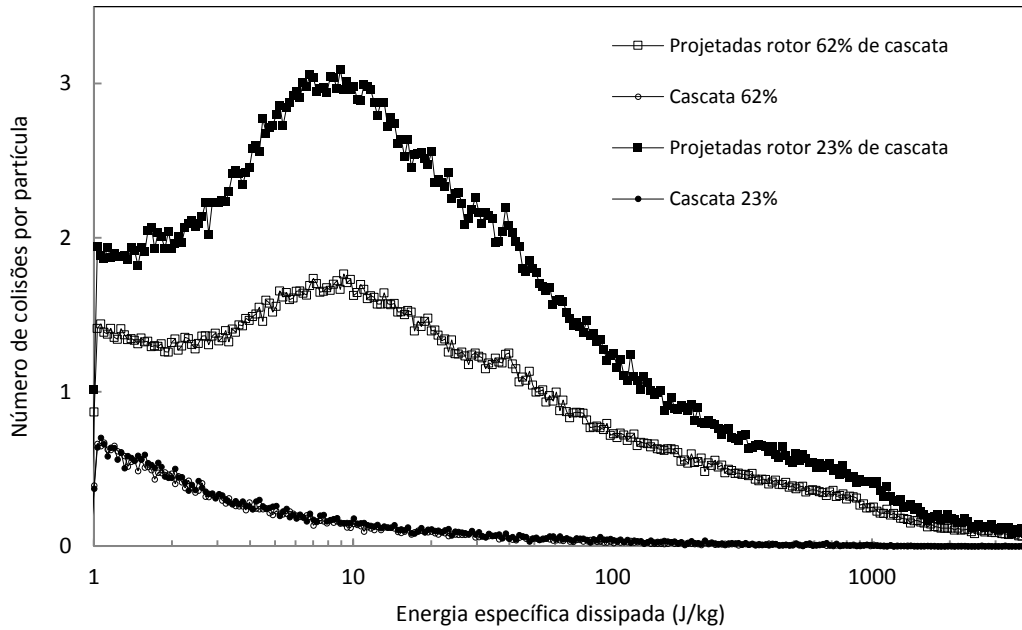


Figura IX-11 Espectro de colisões mostrando a influência da cascata quando o fluxo alimentado por cascateamento é elevado de 23% para 62% da alimentação total do britador. Condições operacionais: taxa de alimentação 6,5 t/h e 17,1 t/h respectivamente, frequência do rotor 3524 rpm, velocidade de ponteira de 55 m/s, abertura do cascateador 4 cm

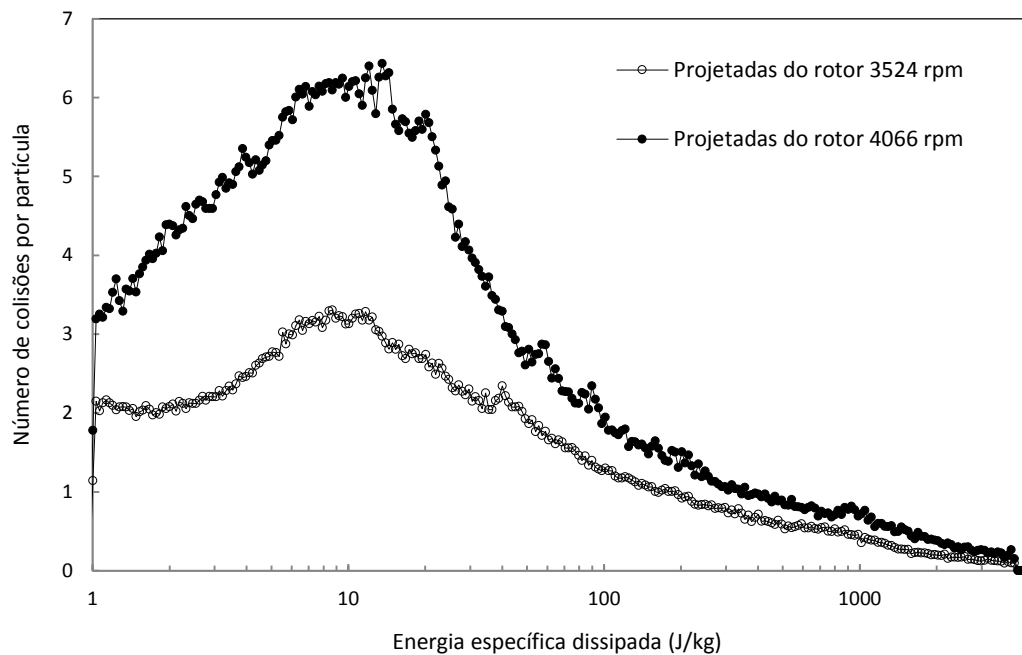


Figura IX-12 Espectro de energias de colisão mostrando a influência da frequência do rotor. Condições operacionais: para a frequência de 3524 rpm ou velocidade de ponteira de 55 m/s, a taxa de alimentação foi 6,5 t/h e a abertura do cascateador igual a 4 cm. Para a simulação a frequência de 4066 rpm ou velocidade de ponteira de 64 m/s, operou-se com 5 t/h de alimentação e abertura de 8 cm

X. AVALIAÇÃO DO MODELO UFRJ E ADERÊNCIA AOS RESULTADOS

EXPERIMENTAIS

A fim de verificar a aplicabilidade do modelo mecanicista UFRJ direcionado ao caso do VSI, diversas simulações foram realizadas. Nestas simulações usando o DEM, foram extraídas o histórico de colisões de partículas selecionadas. Tal como os dados exemplificados na Figura IX-7. Conforme relatado no Capítulo VII, foi realizado o pós-processamento destas informações e posteriormente a simulação do algoritmo de quebra (Figura VII-5) utilizando rotinas computacionais escritas em Matlab[®].

O primeiro efeito avaliado foi o da frequência de rotações do rotor para o VSI industrial REMco[®] 9500ST. A distribuição de tamanhos de partículas do produto, para o mesmo britador é apresentado na Figura VIII-7. Enquanto que os resultados para o britador em escala piloto (Barmac[®]) são apresentados na Figura VIII-6. Em ambos os casos houve a geração de produto mais fino com o aumento da frequência de rotações.

Conforme apresentado na Seção IX.3 (Figura IX-12) as simulações em DEM mostraram que a frequência de colisões é maior quando maior a velocidade do rotor. Esta diferença também foi evidenciada ao analisar a distribuição granulométrica do produto calculado nas simulações do material da Pedra Sul. O algoritmo de quebra utilizado está conforme apresentado na Figura X-1. São mostrados os valores de d_{50} e d_{80} para o produto gerado no VSI REMco, em função da velocidade do rotor. Adicionalmente também são apresentados os valores de d_{50} e d_{80} obtidos nos testes industriais. Pode-se afirmar que as simulações reproduziram as tendências na granulometria do produto que foram obtidas com os testes.

Em todas as três situações a aderência do modelo para partículas com tamanhos acima de 10 mm se mostrou muito boa. Isso mostra a aplicabilidade do modelo proposto para a simulação da operação do VSI industrial. Sem qualquer ajuste aos dados da britagem, ou seja, sem ajuste paramétrico a qualquer saída de processo medida. Entretanto, ao comparar as distribuições granulométricas completas com aquelas medidas nos testes são verificadas discrepâncias para a faixa de tamanhos de partículas mais finas. Esses resultados são apresentados nas Figura X-2, Figura X-3 e Figura X-4 para as frequências de rotações do rotor de 1416 rpm, 1240 rpm e 1080 rpm, respectivamente. A discrepância para a faixa menor que 10 mm pode ter ocorrido devido a incapacidade do modelo em simular as quebras das partículas filhas. A partícula mãe quando recebe uma energia de impacto maior do que sua resistência fragmenta, e o produto dessa fragmentação já é o resultado computado pelo modelo para essa partícula. Têm-se indícios que o

tempo de residência das partículas pode ser maior do que o tempo necessário para a primeira fragmentação. Logo, as partículas filhas ainda poderiam receber impactos, fragmentando também e contribuindo com a região dos produtos finos da distribuição granulométrica.

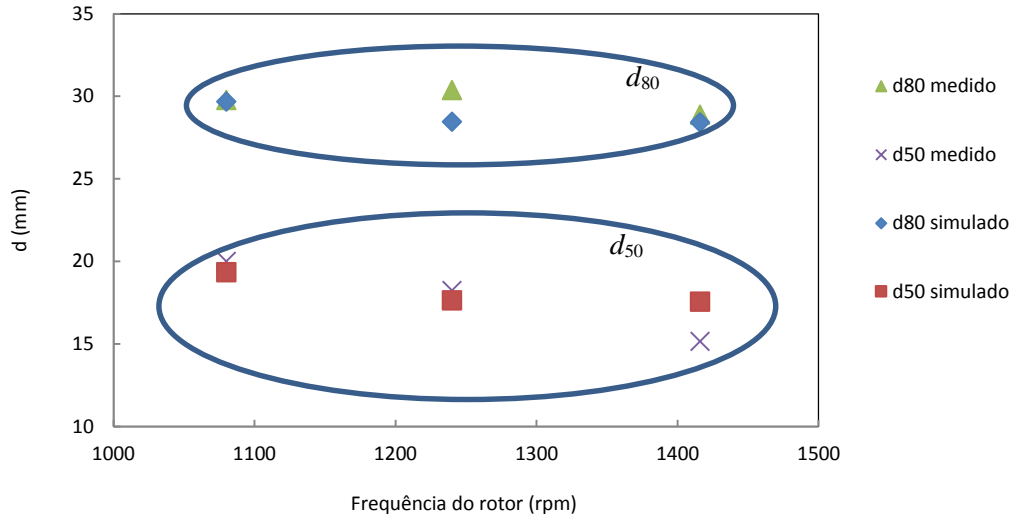


Figura X-1 Valores de d_{50} e d_{80} para o produto do britador REMco® realizado com a rocha da pedreira Pedra Sul, medido experimentalmente e simulado com o modelo UFRJ

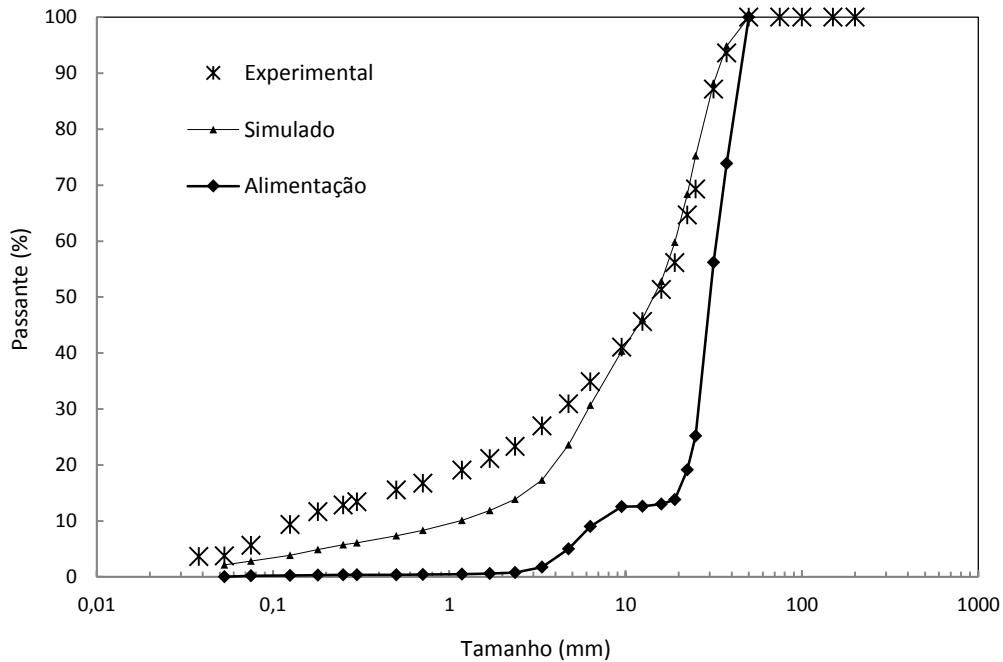


Figura X-2 – Produto da britagem do material da Pedra Sul no VSI REMco® medido experimentalmente e comparado ao produto simulado para a frequência de 1416 rpm

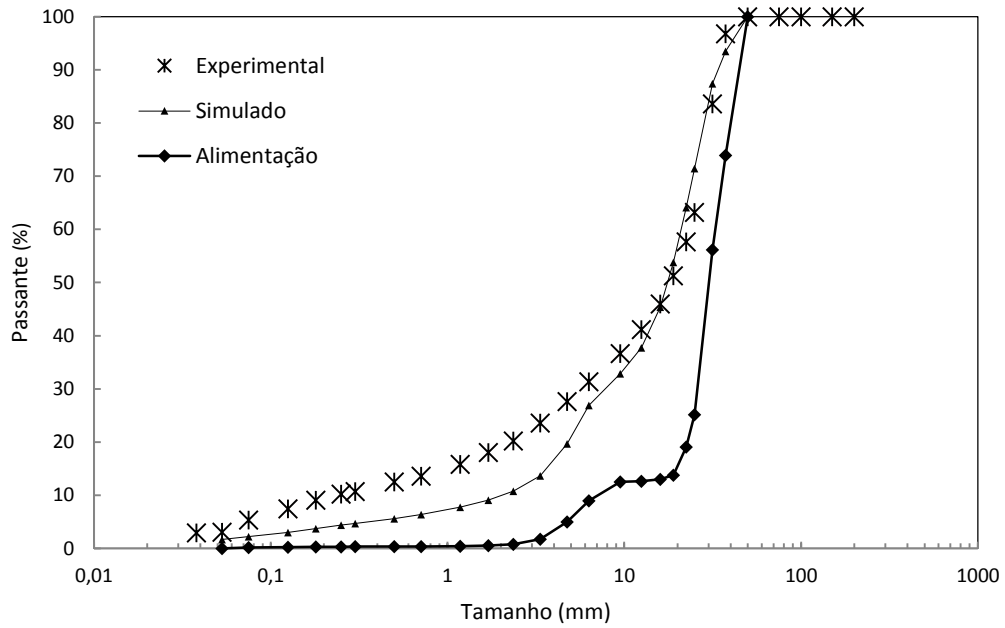


Figura X-3 – Produto da britagem do material da Pedra Sul no VSI REMco® medido experimentalmente e comparado ao produto simulado para a frequência de 1280 rpm

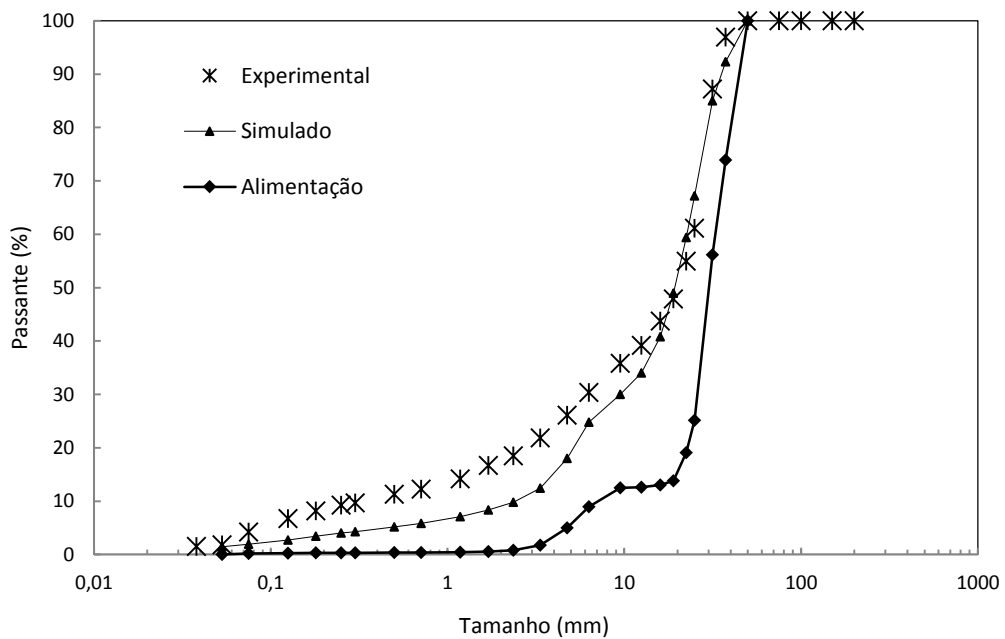


Figura X-4 – Produto da britagem do material da Pedra Sul no VSI REMco® medido experimentalmente e comparado ao produto simulado para a frequência de 1080 rpm

O efeito da taxa de alimentação foi verificado para o britador VSI em escala piloto (Barmac) processando a rocha da Pedra Sul. A Figura X-5 apresenta o efeito da taxa de alimentação nos parâmetros d_{50} e d_{80} do produto. Com resultados tanto para as medições experimentais quanto para as simulações realizadas. Em ambos os casos, a frequência do rotor foi mantida em 4066 rpm, e a abertura do alimentador fixada em 8 cm. Sendo que sob estas condições o britador não operou com presença de cascadeamento na câmara de alimentação. O valor do d_{80} não foi alterado significativamente com o aumento da taxa de alimentação, ou seja, o topo da curva de distribuição granulométrica pouco se alterou. Entretanto, para os valores de d_{50} a redução foi significativa, indicando a geração de um produto ligeiramente mais fino com o aumento da taxa de alimentação. Para ambas as simulações com diferentes taxas de alimentação ocorreu um desvio sistemático entre o valor de d_{50} medido e simulado.

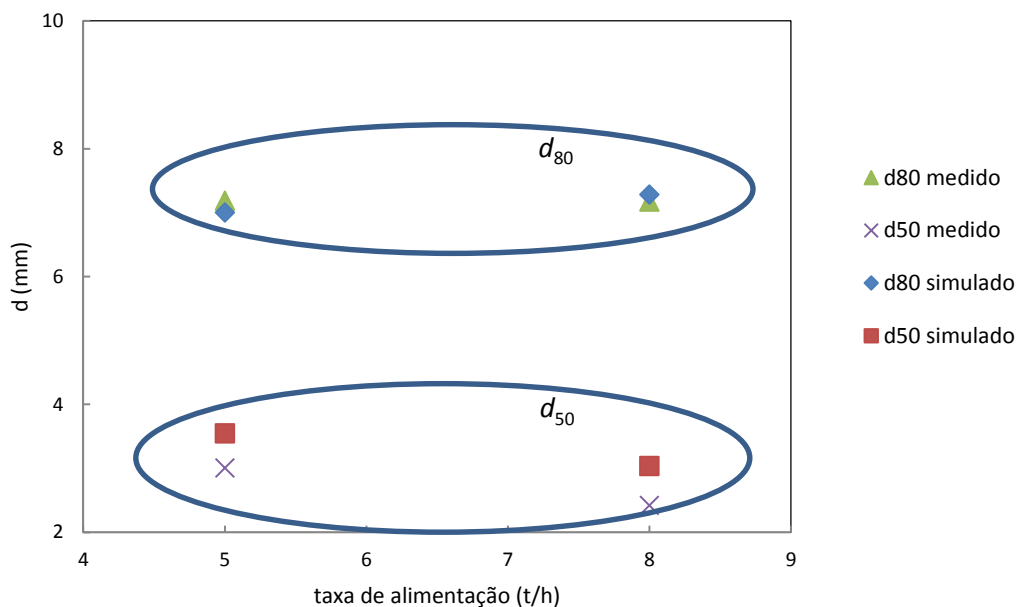


Figura X-5 – Efeito da taxa de alimentação nos parâmetros d_{50} e d_{80} do produto do britador VSI em escala piloto operando a 4066 rpm sem presença de cascadeamento

As comparações entre a distribuição granulométrica completa do produto simulado e a medida nos experimentos para as diferentes taxas de alimentação são apresentadas nas Figura X-6 e Figura X-7. Pode-se observar que a distribuição granulométrica do produto simulado apresentou boa correlação com aquela medida experimentalmente para tamanhos de partículas maiores que 2,36 mm. Assim, como observado nas simulações do britador industrial, a quebra primária das

partículas é bem descrita pela modelagem, entretanto os efeitos de quebra secundária que tendem a gerar um material mais fino não são descritos adequadamente pelo modelo.

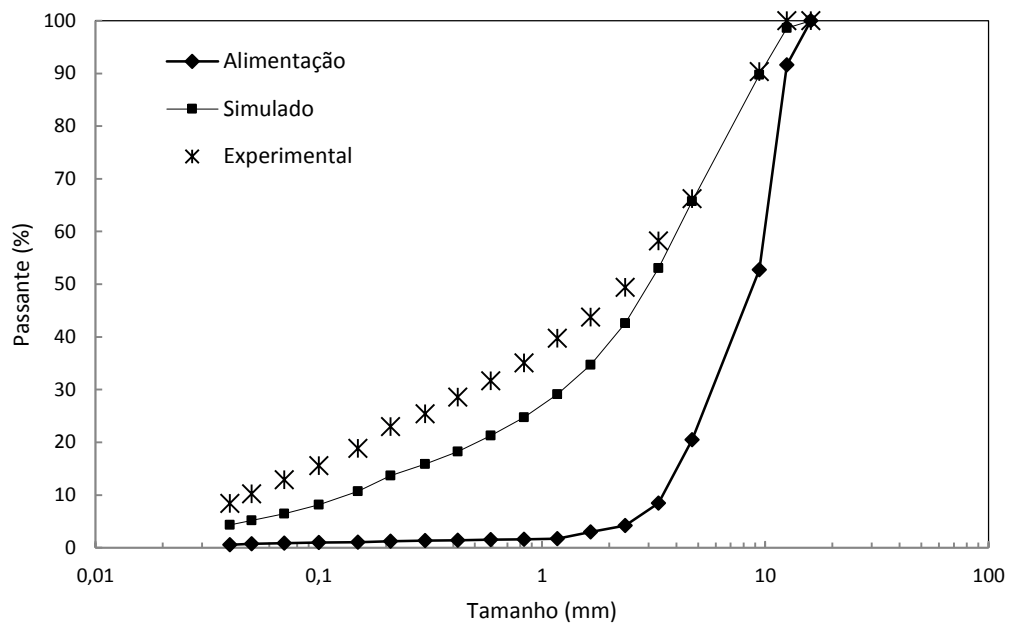


Figura X-6 Distribuições granulométricas da alimentação e do produto dos ensaios piloto com a rocha da Pedra Sul para a taxa de alimentação de 5,3 t/h, frequência de rotação de 4066 rpm e abertura do alimentador fixa em 8 cm

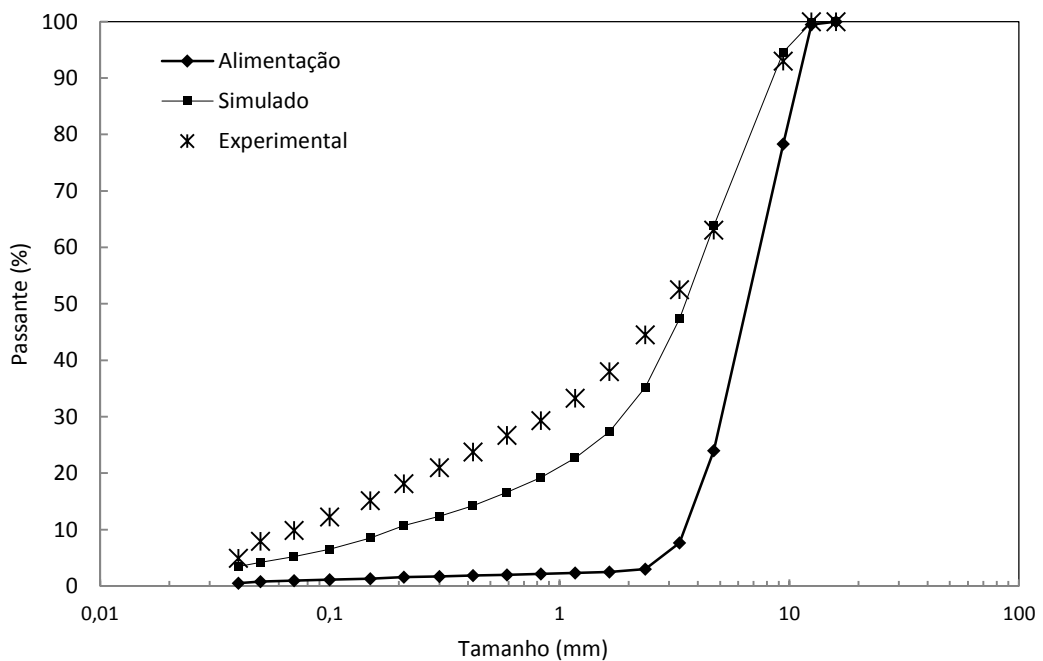


Figura X-7 Distribuições granulométricas da alimentação e do produto dos ensaios piloto com a rocha da Pedra Sul para a taxa de alimentação de 8 t/h frequência de rotação de 4066 rpm e abertura do alimentador fixa em 8 cm

A capacidade preditiva do modelo também foi testada para um tipo de rocha bem mais competente que aquela oriunda da Pedra Sul. Neste caso, há indícios que a fragmentação sofrida pelas partículas seja referente a fratura primária. Em um evento de transferência de energia, a partícula alvo é tão resistente que faz com que a energia seja utilizada na geração de fragmentos, porém esses fragmentos gerados na quebra primária não são quebrados. A Figura X-8 apresenta uma comparação entre as distribuições granulométricas do produto medido e o simulado para a britagem do sienito Vigné a uma taxa de alimentação de 4,3 t/h, frequência do rotor de 3524 rpm e abertura do alimentador de 4 cm, operando a um regime sem cascadeamento do alimentador. Observa-se excelente aderência do modelo nesse caso.

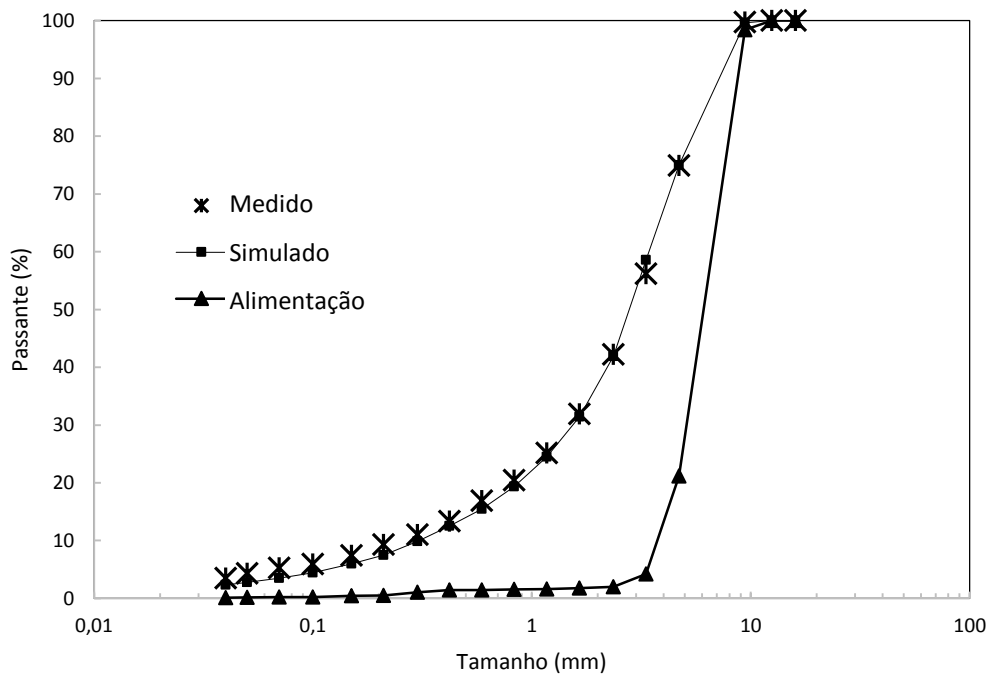


Figura X-8 Distribuições granulométricas da alimentação e do produto dos ensaios piloto com a rocha da Vigné para a taxa de alimentação de 4,3 t/h, frequência de rotação de 3524 rpm (55 m/s) e abertura do alimentador fixa em 4 cm sem regime de cascadeamento

XI. CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES

Os resultados dos experimentos em escala piloto mostram que a distribuição granulométrica do produto da britagem no VSI é dependente principalmente da taxa de alimentação, da velocidade de operação e das características mecânicas do material processado (rocha). A característica da rocha a ser britada altera significativamente a distribuição granulométrica do produto, basicamente em função da sua resistência mecânica.

A abertura do cascadeador, que reguladora de fluxo da alimentação para o rotor do britador VSI autógeno, exerce uma importante influência no processo. Um aumento da abertura do cascadeador resulta em um aumento do fluxo de partículas para o rotor. Com mais partículas é aproveitado melhor a energia do rotor. Assim aumenta a probabilidade de quebra e a razão de redução. A energia que o rotor pode aplicar é constante e determinada pela potência do motor. Ou seja, sua capacidade de manter a velocidade mesmo com o aumento do fluxo de partículas. Como foi verificado nesse trabalho a partir de certa taxa de alimentação o motor desligava por não suportar a carga.

As influências da abertura do cascadeador e da taxa de alimentação nova mostraram-se relacionadas. Em geral, observou-se que a melhor condição de operação – sob o ponto de vista de capacidade do circuito e consumo de energia – é a operação a altas taxas de alimentação. Desde que abaixo daquela que resulta na sobrecarga do equipamento, como observado no Barmac®.

Diversas tentativas já foram realizadas no passado de modelar matematicamente britadores de impacto de eixo vertical. Isso foi feito até com a utilização de modelos desenvolvidos para outros equipamentos, tais como o britador cônico. Considerando que elas se limitaram a uma descrição empírica ou fenomenológica do processo, a descrição mecanicista proposta no presente trabalho inaugura uma nova era na modelagem desse tipo de britador.

O espectro de energias de colisão é uma peça chave para a modelagem mecanicista. A trajetória de um conjunto de partículas rastreadas nos fluxos descritos neste trabalho para os VSI e seu correspondente histórico de colisões é um dos requisitos principais para este modelo.

A energia específica aplicada pode sofrer variações significativas, dependendo da frequência do rotor, taxa de alimentação e tamanho da partícula. Sendo então necessário para essa metodologia determinar precisamente a energia cinética para cada partícula. Valor esse que é determinante para os cálculos dos produtos da fragmentação.

O EDEM[®] pode facilitar esse trabalho, embora ele seja uma ferramenta que demanda grande esforço computacional e cuidados no ajuste de seus parâmetros. Os esforços no sentido de racionalizar as simulações realizadas nesse trabalho resultaram em reduções importantes do tempo de processamento, de meses para menos de uma semana por simulação. Não é computado aqui o tempo necessário para o tratamento dos dados extraídos. O rastreamento das partículas dentro do VSI é extremamente válido. Muda a forma de trabalho do modelo UFRJ tornando-o simples quando comparado com a aplicação da mesma filosofia aos moinhos.

O trabalho mostrou que o modelo descreve adequadamente as influências da frequência de rotações, da taxa de alimentação e do tipo de material na distribuição granulométrica do produto. Uma aderência muito boa foi obtida para a porção mais grossa do produto, com aderência apenas marginal na parte fina da distribuição.

A utilidade do modelo mesmo não aderindo perfeitamente os produtos reais, é que ele poderia ser utilizado em projeto de circuitos. O valor do d_{80} está muito bem ajustado pode indicar a provável taxa da carga circulante em um circuito com um VSI. Algo fundamental, pois muitas vezes a carga circulante chega a ser muito maior do que a taxa de alimentação como visto na Tabela VIII-1.

A aderência dos dados do modelo aos reais poderia ser melhorada na fração fina com a utilização de um fator de correção. Mas o interesse na modelagem mecanicista é além do ajuste ter uma boa aderência é desenvolver um modelo que entenda realmente o que acontece dentro de determinado sistema. Assim, o modelo ainda precisa ser trabalhado nesse sentido.

XII. RECOMENDAÇÃO PARA TRABALHOS FUTUROS

Dentro do que foi apresentado neste trabalho, ainda são necessários ajustes no algoritmo do modelo UFRJ para o VSI. Esses ajustes são necessários pois a intenção que ele consiga reproduzir de maneira mais próxima os seus produtos em função das variáveis operacionais. Dentre eles pode-se citar:

- Incorporar a componente tangencial da energia dissipada em uma versão refinada do modelo matemático da britagem.
- Incorporar a influência do fluxo de ar no interior da câmara de britagem e seu efeito na classificação para as partículas da faixa fina da granulometria.
- Incorporar a quebra sucessiva das partículas filhas.

Com relação ao DEM ainda existem tópicos que podem ser explorados e que são de grande importância, tais como:

- Calcular a potência do britador em operação a partir de resultados de simulações no DEM.
- Incorporação da fragmentação das partículas na simulação.
- Validar de maneira mais completa a capacidade do britador em função das variáveis operacionais.
- Determinação de forma mais ampla do tempo de residência das partículas.

REFERÊNCIAS

ANDERSEN, J.S., 1988, **Development of a cone crusher model**. Dissertação de mestrado, University of Queensland (JKMRC), Austrália.

ANDERSEN, J.S., NAPIER-MUNN, T.J., 1990, **The influence of liner condition on cone crusher performance**. Minerals Engineering, v.3. n. 1/2. 105-116.

AUSTIN, L.G., KLIMPEL, R.R., LUCKIE, P.T., 1984, **Theory of grinding operations**. Industrial and Engineering Chemistry, v. 56. 18-29.

AUSTIN, L., 2004, **A preliminary simulation model for fine grinding in high speed hammer mills**. Powder Technology, 143-144. 240-252.

AWACHIE, S.E.A., 1983, **Development of crusher models using laboratory breakage data**. Tese de Doutorado, University of Queensland (JKMRC), Austrália.

BARRIOS, G.K.P, CARVALHO, R.M.; TAVARES L. M., 2014, **A DEM model of HPGR operation using bed compression models calibrated with a piston die test**. Proc. 9th International Comminution Symposium, Cape Town.

BATTERHAM, R., 2011, **Trends in comminution driven by energy**. Advanced Powder Technology, Volume 22, Issue 1, p.138-140.

BEARMAN, R.A., BRIGGS, C.A., KOJOVIC, T., 1997, **The application of rock mechanics parameters to the prediction of comminution behavior**. Minerals Engineering. v.10. n.3. 255-264.

BECHLER D. J., BUTTS S. R., 1988, **Vertical shaft impact crusher with interchangeable crusher ring segments**. US 4756484-A Patent.

BENGTSSON, M., EVERTSSON M., 2008, **Modelling of output and power consumption in vertical shaft impact crushers**. International Journal of Mineral Processing, Volume 88, Issues 1–2, 1 August 2008, p 18-23.

BROCHOT, S., VILLENEUVE, J., GUILLANEAU, J.C., DURANCE, M.V., BOURGEOIS, F., 2002, **USIMPAC 3: Design of mineral processing plants from crushing to**

refining. Proc. Mineral. Processing, Plant Design, Pratic and Control, SME, Vancouver, p. 479-494.

BRYAN, A.B., 1992, **High intensity autogenous impact breaking**. In: Comminution: Theory and Practice, S. K. Kawatra (ed.), SME. pp. 381-391.

BWALYA, B.W., MOYS, M.H., HINDE, H.L., 2001, **The use of discrete element method and fracture mechanics to improve grinding rate predictions**. Minerals Engineering, 14(6). 565-573.

CARVALHO, R.M., 2009, **Desenvolvimento de modelo matemático generalizado da cominuição**. Tese de mestrado, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Programa de Engenharia Metalúrgica e de Materiais, Rio de Janeiro.

CARVALHO, R.M., TAVARES L. M., 2009, **Dynamic Modeling of Comminution Using a General Microscale Breakage Model**. Computer Aided Chemical Engineering, 27. p. 519-524.

CARVALHO, R.M., 2013, **LTM Analyst**. Programa sem registro, Currículo Lattes.

CLEARY, P.W., 2001, **Modelling comminution devices using DEM**. Int J. Numer. Anal. Meth. Geomechan, 25. 83-105.

CLEARY, P., 2009, **Industrial particle flow model using discrete element method**. Int. J. Computer-Aided Eng. Soft, 26(6) 698-743.

CLEARY, P. W., 2013, **Particulate mixing in a plough share mixer using DEM with realistic shaped particles**. Powder Technology, Volume 248, November 2013, pp 103-120.

CONCHA, A.F., 1995, **Value of first principle and phenomenological modeling in mineral processing**. Anais, International Mineral Processing Congress. San Francisco, USA, Vol. 2. pp. 9-15.

COOK, P.J., 1999, **Svedala Barmac "High Intensity" Crushing**. SME, AIME Transactions Volume 2, 86 pp. 36-46.

CUNDALL, P.A., STRACK, O.D.L., 1979, **A discrete numerical model for granular assemblies**. Géotechnique, 29. 47-65.

CUNHA, E.R., CARVALHO, R.M., TAVARES L. M., 2013, **Simulation of solids flow and energy transfer in a vertical shaft impact crusher using DEM**. Minerals Engineering, 43–44, pp. 85–90.

CUNHA, E.R., CARVALHO, R.M., TAVARES L. M., 2014, **A Predictive Model of Vertical Shaft Impact (VSI) Crusher**. Proc. 9th International Comminution Symposium, Cape Town.

DATTA, A., MISHRA, B.K., RAJAMANI, R.K., 1999, **Analysis of power draw in ball mills by the discrete element method**. Canadian Metallurgical Quarterly 38, 133–140.

DEM Solutions, 2013, **EDEM 2.5 user guide**. 131-132.

DEY, S.K., DEY, S., DAS A., 2013, **Comminution features in an impact hammer mill**. Powder Technology 235, pg 914–920.

DJORDJEVIC, N., SHI, F. N., MORRISON, R.D., 2003, **Applying discrete element modeling to vertical and horizontal shaft impact crushers**. Minerals Engineering, 16, 983-991.

DJORDJEVIC, N., SHI, F. N., MORRISON, R.D., 2004, **Determination of lifter design speed and filling effects in AG mills by 3D DEM**. Minerals Engineering, 17(11-12), 1135-1142.

DJORDJEVIC, N., 2005, **Influence of charge size distribution on net-power draw of tumbling mill based on DEM modeling**. Minerals Engineering, 18(3). 375-378.

DJORDJEVIC, N., MORRISON, R., 2006, **Exploratory modelling of grinding pressure within a compressed particle bed**. Minerals Engineering, 19(10). 995-1004.

EVERTSSON, C.M., BEARMAN, R.A., 1997, **Investigation of interparticle breakage as applied to cone crushing**. Minerals Engineering, 10. 199-214.

FERREIRA, A.B.H., 2004, **Aurélio Século XXI. O Dicionário da Língua Portuguesa**. 3ª. Edição, 1ª. Impressão, Editora Positivo.

FUERSTENAU, D.W., ABOUZEID, Z. M., 2002, **The energy efficiency of ball milling in comminution**. International Journal of Mineral Processing, 67(1-4). 161-185.

GOREN-INBAR, N., SHARON, G., ALPERSON-AFIL, N., 2002, **Nuts, Nut Cracking, and Pitted Stones at Gesher Benot Ya'aqov, Israel'**. Proc. Natl. Acad. Sci, USA.

HAMER, M.D., 1990, **The Barmac autogenous crushing mill – the new development in autogenous crushing and milling**. Proc. AusIMM Annual Conference, p. 207-215.

HEDVALL, P., NORDIN, M., 2002, **Plant Designer: A crushing and screening modeling tool**. Processing Plant Design, Practice and Control, SME, Vancouver, Canadá, 421-441.

HERBST, J.A., GRANDY, G.A., MIKA, T.S., 1971, **On the development and use of lumped parameter models for continuous open and closed circuit grinding systems**. Transactions of the Institution of Mining and Metallurgy, 80. C193.

HERBST, J.A., FUERSTENAU, D.W., 1973, **Mathematical Simulation of Dry Ball Milling Using Specific Power Information**. AIME Transactions, 254-348. 3173.

HERBST, J., LO, Y.C., FLINTOFF, B., 2003, **Size reduction and liberation**. In: Principles of Mineral Processing. Littleton, Colorado, SME, Cap 2. 61-115.

HERBST, J.A., 2004, **A microscale look at tumbling mill scale-up using high fidelity simulation**. International Journal of Mineral Processing, 74. S299-S306.

INOUE, T., OKAYA, K., 1995, **Analysis of grinding actions of ball mills by discrete element method**. Anais, XIX Int. Min. Proc. Cong, 1. SME, 191-196.

JANKOVIC, A., VALERY. W., DAVIS, E., 2004, **Cement grinding optimization**. Minerals Engineering, 17. 1075–1081.

KANLI, H., SMITH, M.R., 1995, **Extension of mathematical model of a crusher to an impactor**. Transactions of the institution of mining and metallurgy, Section C, mineral processing and extractive metallurgy, 104. C51-116.

KELLY, E.G., SPOTTISWOOD, D.J., 1982, **Crushing and grinding**. In.: **Introduction to Mineral Processing**. New York, John Wiley & Sons Ed, cap.8, 127-165.

KELLY, E. G., DAWE, G. A., 1989, **Modified Bond method for the evaluation of crusher efficiency**. SME, AIME Transactions Volume 286.

KING, R.P., 2001, **Modeling and simulation of mineral processing systems**. Butterworth-Heinemann. pp. 5-210.

KODAM, M., BHARADWAJ, R., CURTIS, J., HANCOCK, B., WASSGREN, C., 2010a, **Cylindrical object contact detection for use in discrete element method simulations, Part I — Contact detection algorithms**. Chemical Engineering Science, Volume 65, Issue 22, pp 5852-5862.

KODAM, M., BHARADWAJ, R., CURTIS, J., HANCOCK, B., WASSGREN, C., 2010b, **Cylindrical object contact detection for use in discrete element method simulations, Part II — Experimental validation**. Chemical Engineering Science, Volume 65, Issue 22, pp 5863-5871.

KOJOVIC, T., 1996, **Vertical shaft impactors: predicting performance**. Quarry Aust. J, 4 (6). 35–39.

KROGH, S.R., 1980, **Crushing characteristics**. Powder Technology, Volume 27, Issue 2, November–December 1980, Pages 171-181.

LYNCH, A.J., ROWLAND, C.A., 2005, **The history of grinding**. Society for Mining, Metallurgy, and Exploration, Inc. (SME).

METSO MANUAL, 2011, **Manual de operação do barmac duopactor 3000-AIB044**.

MISHRA, B. K, RAJAMANI, R. K., 1992, **The discrete element method for the simulation of ball Mills**. Applied Mathematical Modelling, 16. 598-604.

MISHRA, B. K., RAJAMANI, R. K., 1994, **Simulation of charge motion in Ball Mills. Part 1: Experimental verifications**. Int. J. Min. Proc, 40. 171-186.

MORRISON, R.D., RICHARDSON, J.M., 2002, **JKSimMet – a Simulator for analysis, optimization and design of comminution circuits**. Proc. Mineral Processing Plant Design, Practice and Control, SME, Vancouver. 442-460.

NAPIER-MUNN, T.J., MORREL, S., MORRISON, R.D., KOJOVIC, T., 1996, **Mineral Comminution Circuits: Their Operation and Optimization**. JKMRRC Monograph Series in Mining and Mineral Processing, n.2.

NARAYANAN, S.S., 1986, **Single particle breakage tests: a review of principles and applications to comminution modeling.** Bull. Proc. Australas. Inst. Min. Metall, v.291. n.4 Australia, 49-58.

NARAYANAN, S.S., WHITEN, W.J., 1988, **Determination of comminution characteristics from single-particle breakage tests and its application to ball-mill scale-up.** Transactions of the Institution of Mining and Metallurgy, Section C, 97. C115-124.

NEVES, P.B., 2005, **Características de fragmentação e microestruturais de rochas e seu comportamento na britagem para a produção de agregado.** Tese de mestrado, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Programa de Engenharia Metalúrgica e de Materiais, Rio de Janeiro.

NIKOLOV, S., 2002, **A performance model for impact crushers.** Minerals Engineering, 15, 715–721.

NIKOLOV, S., 2004, **Modelling and simulation of particle breakage in impact crushers.** Int. J. Miner. Process, 74S, S219-225.

NORDEL, L., POTAPOV, A.V., HERBST, J.A., 2001, **Comminution simulation using discrete element method (DEM) approach – from single particle breakage to full-scale SAG mill operation.** SAG2001 Conf, Vancouver, Canada, 4. 235-236.

PAUW O.G., MARÉ M.S., 1988, **The determination of optimum impact-breakage routes for an ore.** Powder Technology, Volume 54, Issue 1, January 1988, Pages 3-13.

POWELL, M.S., MORRISON, M.D., 2007, **The future of comminution modeling.** International Journal of Mineral Processing, 84(1-4), 228-239.

RAJAMANI, R. K., MISHRA, B. K., 1996, **Dynamics of Ball and rock charge in SAG Mills.** SAG1996 Conf., Vancouver. Canadá. 700-712.

RODRIGUEZ, D.E., 1990, **The Tidco Barmac autogenous crushing mill- A circuit design primer.** Minerals Engineering, Volume 3, Issues 1–2, 1990, pgs 53-65.

RYCHEL, R., 2001, **Modellierung des Betriebsverhaltens von Rotorschleuderbrechern.** Ph. D.Thesis, Technischen Universität Bergakademie Freiberg.

SAKAGUCHI H., OZAKI E., 1993, **Analysis of the formation of arches plugging the flow of granular materials**. Proceedings of the Second International Conference on Micromechanics of Granular Media, July 12–16, Aston University, Birmingham (1993), p. 351.

SCHÖNERT, K. 1972. **Role of fracture physics in understanding comminution phenomena**. Trans. SME/AIME. 252. 21-26.

SHI, F., KOJOVIC, T., ESTERLE, J.S., DAVID, D., 2003, **An energy-based model for swing hammer mills**. International Journal of Mineral Processing, 71(1-4). 147-166.

SHI, F., KOJOVIC, T., LARBI-BRAM, S., MANLAPIG, E., 2009, **Development of a rapid particle breakage characterization device – The JKRB**. Minerals Engineering, 22, 602–612.

TANG, C.A., XU, X.H., KOU, S.Q., LINDQVIST, P.A., LIU H.Y., 2001, **Numerical investigation of particle breakage as applied to mechanical crushing – Part I: Single-particle breakage**. Int. Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences, 38, 1147-1162.

TAVARES, L.M.M., 1997, **Microscale investigation of particle breakage applied to the study of thermal and mechanical predamage**. Tese de doutorado, University of Utah, EUA.

TAVARES, L.M., 2004, **Optimum routes for particle breakage by impact**. Powder Technology, 142. 81-91.

TAVARES, L.M., 2005, **Viabilidade da produção de areia manufaturada em unidade via seca a ser instalada na Pedreira Embu – SP**. Relatório Final de Atividades, Fundação COPPETEC.

TAVARES, L. M., 2009, **Analysis of particle fracture by repeated stressing as damage accumulation**. Powder Technology, 190. 327-339.

TAVARES, L. M., LIMA, A, S., 2006, **Célula de carga de impacto na caracterização de materiais para a cominuição. Parte 2: fratura de partículas**, Rem: Rev. Esc. Minas, vol.59 n°.2 Ouro Preto Abril.

TAVARES, L.M., KING, R.P., 1998, **Single-particle fracture under impact loading**. International Journal of Mineral Processing, 54. 1-28.

TAVARES, L.M., KING, R.P., 2002, **Modeling particle breakage by repeated impacts using continuum damage mechanics**. Powder Technology, 123(2-3). 138-146.

TAVARES, L.M., KING, R.P., 2004, **Measurement of the load–deformation response from impact-breakage of particles**. International Journal of Mineral Processing, Volume 74, Supplement, pgs S267-S277.

TAVARES, L. M., 2007, **Breakage of particles: Quasi-Static**. In: SALMAN, A.D., GHADIRI, M. and HOUNSLOW, M.J. (eds.), Handbook of Powder Technology: Particle Breakage, 1 ed. Amsterdam: Elsevier B.V, v. 12. pp. 3-68.

TAVARES, L.M., CARVALHO, R.M., 2007, **Impact work index prediction from continuum damage model of particle fracture**. Minerals Engineering, 20(15), 1368-1375.

TAVARES, L.M., CARVALHO, R.M., 2009, **Modeling breakage rates of coarse particles in ball mills**. Minerals Engineering, 22. 650-659.

TAVARES, L.M., CARVALHO, R.M., 2011, **Modeling ore degradation during handling using continuum damage mechanics**. International Journal of Mineral Processing, 101(1-4), pp. 21-27.

TAVARES, L.M., NEVES, P.B., 2008, **Microstructure of quarry rocks and relationships to particle breakage and crushing**. International Journal of Mineral Processing, Volume 87, Issues 1–2, 30 April 2008, 28-41.

Y. TSUJII, T. TANAKA, T. ISHIDA, 1992, **Lagrangian numerical simulation of plug flow of cohesionless particles in a horizontal pipe**. Powder Technology, Volume 71, Issue 3, September, pgs. 239-250.

UNLAND, G., AL-KHASAWNEH, Y., 2009, **The influence of particle shape on parameters of impact crushing**. Minerals Engineering, 22(3). 220-228.

VERVORN, P., AUSTIN, L., 1990, **The analysis of repeated breakage events as an equivalent rate process**. Powder Technology, 63, pp. 141-147.

WEERASEKARA, N.S., POWELL, M.S., CLEARY, P.W., TAVARES, L.M., EVERTSSON, M., MORRISON, R.D., QUIST, J., CARVAHLO, R.M., 2013, **The contribution**

of DEM to the science of comminution: Review Article. Powder Technology, Volume 248, pg. 3-24.

WHITEN, W.J. 1972, **A model for simulating crushing plants.** J. South African Inst. Min. Metall, 72. 257-264.

WHITEN, W.J., WHITE, M.E., 1979, **Modeling and simulation of high tonnage crushing plants.** In: Anais, 12th International Mineral Processing Congress, São Paulo, Brasil, 2. pp. 148–158.

WHITEN, W.J., 1992, **Models and control techniques for crushing plants – Comminution – Theory and Practice.** Society for Mining, Metallurgy and Exploration, Littleton, c.22. 217-224.

WILLS, B.A., 2007, **Mineral Processing Technology.** 7ª edição, Butterworth Heinemann.

ANEXO

Dados das análises granulométricas dos ensaios

As análises granulométricas (passante acumulado) de alguns dos ensaios realizados para este trabalho estão apresentadas aqui e nomeadas utilizando um código segundo o formato: 1,8-4-A-B0-VG, no qual: O primeiro termo se refere a taxa de alimentação em t/h. O segundo termo se refere a abertura do cascadeador em centímetros, que no exemplo é 4 cm. O terceiro termo se refere a frequência de operação do equipamento, no caso A é para frequência de 4066 rpm ou 64 m/s de velocidade na ponteira do rotor, e B é para frequência de 3524 rpm ou 55 m/s. O termo B0 é referente ao tipo da alimentação, que no caso é a brita zero. O último termo se refere a origem da rocha, que no caso VG é Vigné, para as empresas restantes os códigos são: SL para Santa Luzia, SP para São Pedro e PS para Pedra Sul.

Os dados apresentados a seguir são distribuições granulométricas de ensaios produzidos sem carga circulante. Esses dados das amostras das pedreiras são referentes a alimentação e produto do britador.

Para os ensaios industriais, o código é construído da seguinte forma: taxa de alimentação, frequência do rotor e origem. O VSI REMco não possui cascadeador e a alimentação é feita de forma direta. As velocidades relativas as frequências de operação são: 53 m/s para 1080 rpm, 61 m/s para 1240 rpm e 70 m/s para 1416 rpm.

Tabela 1 - Análises granulométricas dos ensaios de campo da pedraira Vigné (parte 1)

Tamanho (mm)	Alim.	1,8-4-A-B0- VG	2,4-4-A-B0- VG	4,3-4-B-B0- VG	7,6-4-B-B0- VG	3,3-8-B-B0- VG	1,3-8-B-B0- VG	2,8-2-B-B0- VG	5,9-2-B-P- VG	6-2-B-P- VG	9-2-B-P- VG
12,50	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
9,41	98,39	100,00	100,00	99,75	100,00	98,82	99,25	98,69	100,00	100,00	100,00
4,70	21,18	75,44	86,79	74,90	78,85	67,12	66,51	64,15	89,16	99,27	100,00
3,33	4,23	58,90	70,07	56,18	63,76	51,36	54,12	45,14	80,41	94,65	99,90
2,36	1,98	44,98	54,94	42,22	50,25	39,39	40,18	30,61	69,07	83,07	96,62
1,65	1,77	35,41	43,16	31,92	38,71	30,86	31,56	24,55	57,35	70,87	83,85
1,17	1,63	28,49	34,83	25,16	31,04	24,71	24,97	20,30	47,14	59,73	73,99
0,83	1,53	23,70	29,10	20,46	25,68	20,37	20,83	17,14	38,75	49,79	59,34
0,59	1,43	21,04	24,59	16,87	21,42	16,74	17,11	14,23	31,48	41,27	49,53
0,42	1,42	18,47	20,06	13,36	17,47	13,37	13,55	11,23	24,43	32,73	39,27
0,30	1,05	16,31	17,15	11,03	14,71	11,10	11,06	9,03	20,09	26,88	33,11
0,21	0,51	14,28	14,92	9,28	12,58	9,39	9,01	7,17	16,95	22,48	28,42
0,15	0,42	11,98	12,64	7,42	10,26	7,61	6,82	5,14	13,69	17,86	23,30
0,10	0,21	9,99	10,78	5,93	8,27	6,12	4,99	3,47	11,55	14,46	19,06
0,07	0,19	9,03	9,83	5,24	7,33	5,47	4,17	2,78	10,15	12,30	17,08
0,05	0,17	7,52	8,55	4,29	5,99	4,54	3,06	1,94	8,96	10,36	14,20
0,04	0,11	6,13	7,38	3,45	4,69	3,86	2,26	1,50	7,74	8,43	11,89
-0,04	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Tabela 1 - Análises granulométricas dos ensaios de campo da pedra Vigné (parte 2)

Tamanho (mm)	Alim.	2,6-4-B-B0- VG	4,6-4-B-B0- VG	2,7-4-B-B0- VG	3,5-4-B-B0- VG	1,6-2-A-B0- VG	3,5-2-A-B0- VG	1-4-A-B0- VG	0,8-8-A-B0- VG	2,8-8-A- B0-VG
12,50	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
9,41	98,39	100,00	100,00	100,00	99,13	99,24	99,74	100,00	99,56	99,39
4,70	21,18	61,94	73,05	69,31	66,16	76,08	60,17	72,59	66,75	72,34
3,33	4,23	46,17	55,93	50,98	50,22	59,55	42,27	55,79	51,75	55,89
2,36	1,98	35,11	43,44	37,78	38,51	45,24	32,39	43,77	41,37	42,62
1,65	1,77	29,24	34,08	29,45	30,91	36,05	26,02	35,21	34,48	33,63
1,17	1,63	24,63	28,22	23,52	25,33	29,14	21,45	28,77	29,24	27,34
0,83	1,53	21,02	23,22	19,07	20,81	23,75	17,99	23,52	25,04	22,66
0,59	1,43	18,62	19,17	15,46	17,48	19,32	15,16	19,28	21,52	19,11
0,42	1,42	15,83	15,40	12,08	13,92	14,95	12,49	14,74	17,66	15,85
0,30	1,05	13,81	12,90	9,87	11,40	11,82	10,58	11,31	14,66	13,66
0,21	0,51	12,10	10,95	8,11	9,49	9,49	9,11	8,69	12,29	12,00
0,15	0,42	10,48	8,86	6,87	7,38	6,99	7,56	6,04	9,72	10,30
0,10	0,21	9,10	7,24	5,83	5,56	5,29	6,41	4,34	7,95	8,90
0,07	0,19	7,72	6,18	4,79	4,58	4,28	5,61	3,55	6,75	7,84
0,05	0,17	6,63	5,25	4,06	3,81	3,51	4,95	2,99	5,76	6,91
0,04	0,11	5,63	4,28	3,30	3,12	2,88	4,27	2,54	4,79	5,90
-0,04	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Tabela 2 - Análises granulométricas dos ensaios de campo da pedreira Santa Luzia (parte 1)

Tamanho (mm)	Alim.	4,4-2-B-B0- SL	8-4-B-B0- SL	8,2-8-B-B0- SL	2,5-8-B-B0- SL	2,2-4-B-B0- SL	2,2-2-B-B0- SL	1,8-2-A-B0- SL	1,6-4-A-B0- SL	1,4-8-A-B0- SL
16,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
12,50	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
9,41	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
4,70	15,47	79,4	77,0	84,5	82,9	81,8	80,5	52,7	87,3	86,9
3,33	10,97	69,3	65,5	74,9	71,4	72,1	71,1	39,4	78,6	79,0
2,36	9,80	61,0	58,1	66,6	62,9	64,8	64,9	33,1	71,4	73,2
1,65	8,47	56,2	53,9	61,9	58,0	60,5	61,0	30,0	67,0	69,3
1,17	7,43	49,7	48,4	55,4	51,3	54,3	55,6	26,1	60,8	63,7
0,83	5,90	44,9	43,6	50,5	45,8	49,3	50,6	23,4	55,2	59,3
0,59	4,49	36,3	36,0	41,7	37,1	40,1	42,4	18,9	45,8	50,7
0,42	3,40	28,0	28,3	33,1	28,5	30,9	34,0	14,7	36,1	41,7
0,30	2,33	21,4	22,0	26,1	21,4	23,3	26,7	11,3	27,4	33,7
0,21	1,78	14,3	15,1	18,2	13,6	14,9	18,5	7,6	17,6	23,8
0,15	1,32	10,4	11,3	13,6	9,5	10,1	13,8	5,3	12,1	17,4
0,10	1,00	7,2	7,9	9,9	5,7	6,4	9,4	3,5	7,1	11,4
0,07	0,84	4,9	5,5	7,1	3,3	3,7	6,2	2,2	3,9	6,1
0,05	0,64	3,6	4,4	5,5	2,2	2,3	4,7	2,0	2,5	3,8
0,04	0,00	2,3	3,0	3,8	1,0	1,1	2,6	0,6	1,0	1,1
-0,04	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0

Tabela 2 - Análises granulométricas dos ensaios de campo da pedreira Santa Luzia (parte 2)

Tamanho (mm)	Alim	5,7-4-A- B0-SL	6,7-2-A-B0- SL	9,9-4-A-B0- SL	4,7-4-A-B0- SL	1,4-4-A-B0- SL	6,5-4-B-B0- SL	7-4-B-B0- SL	9-4-B-B0- SL	15,4-4-B- B0-SL	17,1-4-B- B0-SL
12,50	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0
9,41	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0
4,70	15,47	89,3	75,0	82,8	92,9	86,0	33,8	77,9	29,6	66,8	59,2
3,33	10,97	83,3	64,0	73,5	86,1	78,1	19,3	66,8	13,0	53,3	45,3
2,36	9,80	77,4	57,1	66,7	79,7	71,6	15,3	58,9	9,3	46,4	38,7
1,65	8,47	73,5	53,2	62,6	75,3	67,4	13,7	54,3	8,1	42,5	35,3
1,17	7,43	67,4	47,5	56,6	68,5	61,3	11,7	47,6	6,8	37,1	30,7
0,83	5,90	62,2	42,4	51,9	62,5	56,3	10,3	42,2	5,8	32,6	27,4
0,59	4,49	51,9	34,7	43,0	52,3	46,6	7,7	33,4	4,5	25,6	21,2
0,42	3,40	41,3	27,1	34,2	41,7	36,7	5,5	25,4	3,3	19,5	16,0
0,30	2,33	32,6	20,9	26,8	32,7	28,5	3,8	19,1	2,3	14,6	12,0
0,21	1,78	22,7	14,2	18,5	22,6	19,2	2,2	12,3	1,4	9,5	7,8
0,15	1,32	16,9	10,6	13,5	17,0	13,7	1,4	8,8	1,0	6,9	5,5
0,10	1,00	12,1	7,2	10,4	11,7	9,2	0,8	5,5	0,6	4,4	3,7
0,07	0,84	8,1	4,9	6,4	8,0	5,9	0,5	3,3	0,3	2,7	2,4
0,05	0,64	5,9	3,8	4,6	6,4	4,0	0,3	2,3	0,2	2,0	1,6
0,04	0,00	3,9	2,4	3,0	4,0	2,4	0,1	1,1	0,1	1,0	0,9
-0,04	0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0

Tabela 3 - Análises granulométricas dos ensaios de campo da pedra São Pedro

Tamanho (mm)	Alim.	5,6-8-B- B0-SP	3,5-4-B- B0-SP	2,1-4- BB0-SP	2-8-B- B0-SP	1,3-8-A- B0-SP	3,5-8-A- B0-SP	4,1-4-A- B0-SP	1,6-4-A- B0-SP	4,2-8-A- B0-SP	4,5-6-A- B0-SP	5,8-6-B- B0-SP
12,5	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0
9,412	96,13	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0
4,699	14,28	74,44	69,45	74,05	70,83	78,61	77,30	77,20	70,60	77,36	82,07	80,19
3,327	2,56	64,64	59,01	63,45	59,47	66,30	68,39	68,04	62,35	66,72	73,41	70,27
2,362	0,84	58,18	51,98	56,00	52,72	58,52	62,11	60,71	56,90	59,43	66,62	62,88
1,651	0,43	53,85	48,16	51,97	48,82	53,82	58,44	56,61	53,58	55,43	62,39	58,43
1,168	0,14	48,18	43,20	47,00	43,86	48,62	53,83	51,27	49,36	49,98	56,66	52,80
0,833	0,00	43,83	39,85	43,59	39,97	44,89	49,93	47,05	45,65	45,73	52,10	48,99
0,589	0,00	37,35	33,60	38,80	34,08	39,11	42,26	41,23	40,26	39,95	45,34	41,21
0,417	0,00	31,60	28,55	33,12	28,93	33,66	36,80	34,61	34,86	33,78	38,22	34,78
0,295	0,00	26,32	24,06	28,19	24,25	28,61	31,47	28,81	29,77	28,04	32,01	28,87
0,208	0,00	19,46	18,44	21,84	18,42	21,82	24,19	21,26	23,00	20,29	24,06	21,23
0,147	0,00	14,41	13,98	16,82	13,90	17,32	18,62	15,48	17,77	14,57	18,22	15,34
0,104	0,00	11,14	11,11	13,53	10,81	13,12	14,85	11,77	14,38	10,92	14,46	11,75
0,074	0,00	8,27	8,32	10,31	8,08	9,91	11,15	9,78	12,28	9,20	10,87	8,26
0,053	0,00	6,84	7,24	8,90	6,68	8,59	9,39	8,07	9,68	7,63	9,12	6,86
0,038	0,00	4,77	4,80	6,01	4,57	5,86	6,53	5,50	6,86	5,34	6,32	4,20
-0,038	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Tabela 4 - Análises granulométricas dos ensaios industriais da pedra Pedra Sul

Tamanho (mm)	Alim.	210-1080-PS	224-1240-PS	241-1416-PS
75,00	100,0	100,0	100,0	100,0
50,00	71,9	100,0	100,0	100,0
37,50	52,8	96,9	96,8	93,6
31,50	19,3	87,2	83,6	87,2
25,00	12,8	61,1	63,2	69,3
22,40	7,1	55,0	57,7	64,7
19,00	6,2	47,9	51,3	56,1
16,00	6,2	43,7	46,0	51,3
12,50	6,2	39,2	41,2	45,6
9,50	6,2	35,8	36,7	41,1
6,30	6,2	30,4	31,4	34,9
4,75	5,9	26,1	27,6	30,9
3,35	5,1	21,9	23,6	27,0
2,36	4,5	18,5	20,2	23,3
1,70	4,0	16,7	18,0	21,1
1,18	2,6	14,2	15,9	19,1
0,71	2,3	12,3	13,6	16,7
0,50	1,7	11,3	12,5	15,5
0,30	1,6	9,7	10,7	13,4
0,25	1,3	9,3	10,2	12,8
0,18	0,8	8,2	9,1	11,6
0,13	0,2	6,7	7,5	9,3
0,08	0,0	7,6	11,4	13,0