



Universidade Federal  
do Rio de Janeiro  

---

Escola Politécnica

## DETERMINAÇÃO DE CURVAS DE RESISTÊNCIA DE MATERIAIS COMPÓSITOS EM REGIME DINÂMICO

Guilherme Lopes Londres

Projeto de Graduação apresentado ao Curso de Engenharia Metalúrgica da Escola Politécnica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Engenheiro.

Orientadores: Fernando Luiz Bastian

Rafael de Azevedo Cidade

Rio de Janeiro

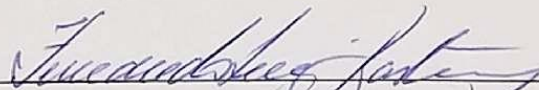
Fevereiro de 2017

DETERMINAÇÃO DE CURVAS DE RESISTÊNCIA DE MATERIAIS  
COMPÓSITOS EM REGIME DINÂMICO

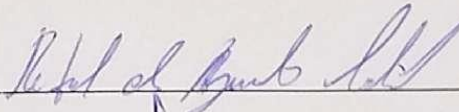
Guilherme Lopes Londres

PROJETO DE GRADUAÇÃO SUBMETIDO AO CORPO DOCENTE DO  
CURSO DE ENGENHARIA METALÚRGICA DA ESCOLA POLITÉCNICA DA  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS  
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE ENGENHEIRO  
METALÚRGICO.

Examinado por:



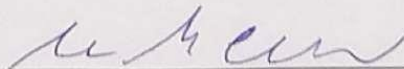
Prof. Fernando Luiz Bastian, D. Sc.  
PEMM-COPPE/UFRJ



Eng. Rafael de Azevedo Cidade, M. Sc.



Prof. Enrique Mariano Castrodeza, D. Sc.  
PEMM-COPPE/UFRJ



Prof. Rodrigo Magalhães de Carvalho, D. Sc.  
PEMM-COPPE/UFRJ

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL

FEVEIRO de 2017

Londres, Guilherme Lopes

Determinação das Curvas de Resistência de Materiais  
Compósitos em Regime Dinâmico/ Guilherme Lopes  
Londres.– Rio de Janeiro: UFRJ/ Escola Politécnica, 2017.

XI, 45 p.: il; 29,7 cm.

Orientadores: Fernando Luiz Bastian

Rafael de Azevedo Cidade

Projeto de graduação – UFRJ/Escola Politécnica/ Curso de  
Engenharia Metalúrgica, 2017.

Referências Bibliográficas: p. 31-34.

1. Materiais Compósitos. 2. *Size-Effect Law*. 3.  
Carregamento Dinâmico. 4. Fratura. I. Bastian, Fernando  
Luiz *et al.* II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Escola  
Politécnica, Curso de Engenharia Metalúrgica. III.  
Determinação das Curvas de Resistência de Materiais  
Compósitos em Regime Dinâmico.

*Dedico este trabalho ao meu Tio Hélio (in memoriam),  
que me ensinou a nunca parar de rir.*

## AGRADECIMENTOS

À minha mãe e meu pai, Lúcia e Manoel, por sempre terem me dado a educação e as condições para eu chegar até aqui, além de terem apoiado e acreditado em mim por mais tortuoso que fosse o caminho.

Aos meus amigos de luz, que sempre me guiaram.

À minha família, que sempre foi a base de tudo.

À minha namorada Virgínia, que deu alguns empurrões nas horas que precisei, e sempre se mostrou disponível para me ajudar, além de ser minha companheira de volta ao mundo!

Ao Professor Bastian, que me deu a oportunidade de fazer parte do LaCom. Grande mestre sempre disponível seja para falar dos compósitos ou para a vida política do país.

Ao amigo e também co-orientador Rafael Cidade, que sempre esteve disposto para encaminhar meu trabalho, nem que fosse por um caminho muito louco que só ele entende. E falar das coisas mais aleatórias possíveis.

Aos meus irmãos Bernardo e Gustavo Cabral, Zé Wallace e Bento Guimarães por sempre estarem presentes, mesmo que distantes fisicamente.

À minha amiga Beatriz Akel pela companhia nas caronas e comilanças depois das provas.

Aos amigos da Rapaziada, que fizeram os dias na faculdade serem mais agradáveis, e muitas vezes o motivo para irmos à muitas aulas.

Aos banquinhos na frente do Bloco F.

Resumo do Projeto de Graduação apresentado à Escola Politécnica/ UFRJ como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de Engenheiro Metalúrgico.

## DETERMINAÇÃO DE CURVAS DE RESISTÊNCIA DE MATERIAIS COMPÓSITOS EM REGIME DINÂMICO

Guilherme Lopes Londres

Fevereiro/2017

Orientadores: Fernando Luiz Bastian

Rafael de Azevedo Cidade

Curso: Engenharia Metalúrgica

Materiais compósitos são cada vez mais utilizados em estruturas expostas a impactos variados. Os atuais modelos de previsão de falha, baseados em energia, são largamente utilizados para carregamentos quase estáticos, mas não estão disponíveis modelos para análises em regimes de carregamento dinâmicos

O presente trabalho utiliza uma metodologia relacionando a taxa de liberação de energia  $G$ , o *size-effect law* e a curva R para determinar a curva de resistência ao crescimento de trincas em regimes de carregamento dinâmico.

Foram feitas simulações de elementos finitos de corpos de prova com duplo entalhe, tipo DENC, com elementos linear e quadrático, utilizando tanto o método VCCT quanto o da integral J para determinar a taxa de liberação de energia.

Os resultados obtidos foram validados por uma análise de correlação digital de imagens, que mostrou a eficiência do método utilizado. Os melhores resultados foram os que utilizaram o elemento quadrático com a integral J, seguido da simulação com elemento linear e utilizando o método VCCT para determinar  $G$ .

Os possíveis desvios das outras duas variações certamente ocorreram devido à falta de precisão na regressão numérica dos resultados, que implicaram em propagação de erros e, assim, de resultados mais distantes do suposto real.

*Palavras-chave:* Materiais Compósitos, *Size-Effect Law*, Carregamento Dinâmico, Fratura.

Abstract of Undergraduate Project presented do POLI/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Metallurgical Engineer

DETERMINATION OF COMPOSITE MATERIALS RESISTANCE  
CURVES UNDER DYNAMIC STRAIN RATES

Guilherme Lopes Londres

February/2017

Advisors: Fernando Luiz Bastian

Rafael de Azevedo Cidade

Couse: Metallurgical Engineering

Composite materials are increasingly used in structures exposed to impacts. Current energy-based failure prediction models are widely used for quasi-static loads, but there is no model available for analysis in dynamic load regimes.

The present work uses a methodology relating the energy release rate  $G$ , the size-effect law and the R curve to determine the crack resistance curve in dynamic loading regimes.

Finite element simulations of double-edge notched compression (DENC) specimens, with linear and quadratic elements were performed using both the VCCT and integral J method to determine the energy release rate.

The results were validated through a digital image correlation analysis (DIC), which showed the efficiency of the method used. The best results were those that used the quadratic element with the integral J, followed by the simulation with linear element and using the VCCT method to determine  $G$ .

The possible deviations of the other two variations certainly occurred due to the lack of precision in the numerical fit of the results, which implied in the propagation of errors and, therefore, results are farther from the one supposed real.

*Keywords:* Composite Materials, Size-Effect Law, Dynamic Loading, Fracture.

# Sumário

LISTA DE FIGURAS .....	x
LISTA DE SÍMBOLOS .....	xi
1. INTRODUÇÃO.....	1
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	1
2.1 Materiais Compósitos.....	1
2.1.1 Materiais Compósitos de Matriz Polimérica.....	1
2.2 Fratura .....	2
2.2.1 Mecanismos de falha – <i>Kink bands</i> .....	2
2.2.2 Medição de tenacidade à fratura – Curva R.....	2
2.2.3 Integral J.....	4
2.2.4 Fratura Dinâmica.....	6
2.3 <i>Size-Effect Law</i> .....	7
2.4 Estado da arte .....	8
2.4.1 Dependência da Taxa de Carregamento.....	8
2.4.1.1 Fratura em Modo I.....	8
2.4.1.2 Fratura em Modo II.....	10
2.4.1.3 Fratura em Modo Misto (I + II).....	11
2.4.2 Estratégias para Redução de Dados.....	12
3. MATERIAIS E MÉTODOS.....	14
3.1 Testes.....	14
3.1.1 Material / Amostra.....	14
3.1.2 Aparato Experimental.....	16
3.2 Modelo Matemático .....	17
3.2.1 O Método VCCT.....	18
3.2.2 Cálculo de $\phi$ .....	19



3.2.3	Cálculo das curvas G .....	21
3.2.4	Cálculo da curva $w(\Delta a)$ .....	22
3.2.5	Cálculo da curva R .....	23
3.2.6	Verificação .....	24
4.	RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	24
4.1	Resultados da curva $\phi \times \frac{a}{w}$ .....	24
4.2	Resultados das curvas G.....	26
4.3	Resultados de $w(\Delta a)$ .....	26
4.4	Resultados da Curva R.....	27
5.	CONCLUSÃO.....	30
6.	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	30
7.	REFERÊNCIAS .....	31

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Kink band em fractografia de um material compósito. (Adaptado de [31]) .....	2
Figura 2 - Curva R x força motriz para propagação da trinca (Adaptado de [4]). .....	3
Figura 3 – contorno da integral de linha J.....	5
Figura 4 – Comparação esquemática entre material elasto-plástico e elástico não-linear. (Adaptado de [4]). .....	5
Figura 5 – Carregamento x tempo de resposta de uma estrutura carregada rapidamente. (Adaptado de [4]).....	6
Figura 6 – Relação entre as dimensões dos corpos de prova. (Adaptado de [1]). .....	15
Figura 7 - Configuração da barra Hopkinson para teste dinâmico. (Adaptado de [1]). .....	16
Figura 8 – Representação de uma trinca aberta por elemento linear de 4 nós. (Adaptado de [26]).....	19
Figura 9 - – Superfície de $a/W$ x $\rho$ x $\phi$ .....	20
Figura 10 - Modelagem de $\frac{1}{4}$ do corpo de prova. ....	20
Figura 11 - Nós de elementos quadrilaterais bidimensionais. (Adaptado de [30]) .....	21
Figura 12 - Força motriz da trinca e curvas de resistência. (Retirado de [2])..	22
Figura 13 - – Pontos e ajuste de $\phi$ x $a/W$ com polinômio de grau 4.....	25
Figura 14 – (a) Curvas G a partir dos dados experimentais, tangentes à curva R. (b) Curvas G – calculada pelo VCCT, elemento linear.....	26
Figura 15 – Curva $w(\Delta a)$ .....	27
Figura 16 - Comparação das Curvas R.....	28
Figura 17 – Comparação dos métodos VCCT e integral J com elementos linear e quadrático, e do fator $\phi$ de JANSSEN [28].....	29

## LISTA DE SÍMBOLOS

$a, a_0$	comprimento de trinca, comprimento inicial de trinca
$E, E'$	módulo de elasticidade, módulo de elasticidade efetivo
$G, G_I, G_{II}$	taxa de liberação de energia elástica, modo I e modo II de fratura
$K_I, K_{Ic}$	fator de intensidade de tensões no modo I e fator de intensidade de tensões crítico
$P, P_u$	carga aplicada, carga máxima aplicada
$R$	resistência da trinca, curva R
$S_{ij}$	componente da matriz rigidez
$W$	metade do comprimento do corpo de prova
$X_i$	força de cisalhamento no nó i
$Z_i$	força de abertura da trinca no nó i
$\Delta u_\ell$	deslocamento no nó l
$\Delta w_\ell$	deslocamento por abertura da trinca no nó l
$\lambda$	parâmetro elástico
$\nu$	razão de Poisson
$\rho$	parâmetro elástico
$\sigma, \sigma_u$	tensão aplicada no material, tensão de fratura
$\phi$	fator de correção de forma

## 1. INTRODUÇÃO

Materiais compósitos são cada vez mais utilizados em estruturas que estão sujeitas a condições de carregamento dinâmico, como numa colisão de um pássaro num avião, ou uma batida de um carro de Fórmula 1, por exemplo. De acordo com KUHN [1], os modelos de previsão de falha existentes, baseados em energia, que permitem estimar a iniciação e a evolução da falha estão cada vez mais populares e disponíveis para análises em carregamento estático, em programas de elementos finitos comerciais. Estes modelos necessitam dos parâmetros de tenacidade à fratura do material para os modos principais de falha e dessa forma podem prever a evolução do dano.

Embora existam normas bem estabelecidas para a realização de ensaios para determinação dos parâmetros de fratura para situações onde há carregamento quase estático, não há norma para ensaios com carregamento dinâmico.

O motivo do presente trabalho é utilizar a metodologia apresentada por CATALANOTTI [2] para a determinação da curva de resistência ao crescimento de trinca, curva R, para o caso de carregamento dinâmico, fazendo uso da relação entre a taxa de liberação de energia  $G$ , o *size-effect law* e a curva R.

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1 Materiais Compósitos

Segundo GIBSON [3], os materiais estruturais são divididos em quatro categorias, metais, polímeros, cerâmicos e compósitos. Compósitos são a combinação de dois ou mais desses materiais, combinados numa unidade estrutural macroscópica [3]. O objetivo em combinar dois materiais diferentes é alcançar propriedades diferentes, em geral melhores, ao que se obteria caso fossem utilizados os materiais separadamente.

#### 2.1.1 Materiais Compósitos de Matriz Polimérica

Materiais Compósitos de matriz polimérica são compósitos cuja fase contínua é um polímero, denominado resina. Normalmente a fase dispersa, ou reforço, é constituída de fibras que podem ser unidirecionais, longas ou curtas. Neste trabalho foram utilizados compósitos unidirecionais de fibra de carbono com matriz de epóxi, HexPly IM7-8552. Trata-se de um *prepreg*, quando a fibra é pré impregnada com a resina, e assim

fornecida pelo fabricante. O *prepreg* é então colocado nos moldes das peças que se deseja produzir e submetido à cura, com ou sem pressão, em ciclos de aquecimento estabelecidos pelo fabricante.

## 2.2 Fratura

### 2.2.1 Mecanismos de falha – *Kink bands*

A forma mais comum de fratura em compressão de materiais compósitos de matriz polimérica reforçados com fibras é através de *kink bands*, que são dobramentos devido ao fato do alinhamento das fibras não ser perfeito. Quando exposto a uma tensão compressiva, ocorre então a falha nesses planos inclinados, conforme mostrado na Figura 1.

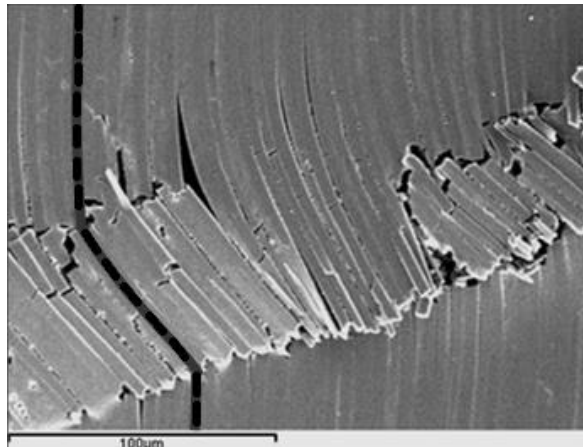


Figura 1 – *Kink band* em fractografia de um material compósito. (Adaptado de [31])

### 2.2.2 Medição de tenacidade à fratura – Curva R

Tomando como base os trabalhos de Griffith, Irwin desenvolveu um critério de fratura a partir da interpretação energética do que acontece num sólido elástico com uma trinca. A energia disponível para o crescimento da trinca, ou a taxa de liberação de energia  $G$ , é definida como a razão entre a derivada da energia potencial e a derivada da área da trinca quando esta cresce [4]. Dessa forma, para uma chapa com largura muito maior do que o comprimento  $2a$  de uma trinca vazante centralizada, ou seja, um caso de chapa infinita, temos que  $G$  será:

$$G = \frac{\pi\sigma^2 a}{E} \quad \text{Eq. 1}$$

Sendo  $R=2w_f$  a resistência do material ao crescimento de trinca, onde  $w_f$  é a energia de fratura. Haverá crescimento estável de trinca se:

$$G > R \quad \text{Eq. 2}$$

e

$$\frac{dG}{da} \leq \frac{dR}{da} \quad \text{Eq. 3}$$

E haverá crescimento instável de trinca se:

$$G > R \quad \text{Eq. 4}$$

e

$$\frac{dG}{da} > \frac{dR}{da} \quad \text{Eq. 5}$$

As relações entre  $G$  e  $R$  podem ser melhor observadas na Figura 2, que mostra que quando se atinge o ponto de instabilidade, onde  $G=R$ , qualquer  $G$  acima desse valor resulta no crescimento instável da trinca e acontece a fratura.

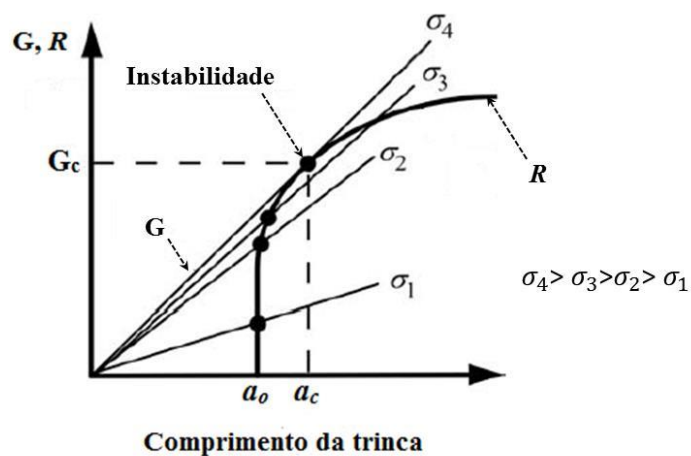


Figura 2 - Curva  $R \times$  força motriz para propagação da trinca (Adaptado de [4]).

$G$  pode ser relacionado com  $K_I$ , fator de intensidade de tensões pela seguinte relação:

$$G = \frac{K^2}{E'} \quad \text{Eq. 6}$$

Onde  $E'$  é o módulo de elasticidade do material corrigido para os devidos casos:

Estado Plano de Tensões	$E' = E$	
Estado Plano de		Eq. 7
Deformações	$E' = \frac{E}{1 - \nu}$	

Da relação entre  $G$  e a curva  $R$ , mostrada na Figura 2, e considerando a Eq.6, conseguimos determinar o  $K_I$  onde ocorre a propagação instável da trinca, ou seja, onde acontece a fratura. Esse  $K_I$  é denominado fator de intensidade de tensões crítico  $K_{Ic}$ , também chamado de tenacidade à fratura do material.

### 2.2.3 Integral J

A integral J é uma integral de linha em torno da ponta da trinca e independe do caminho de integração, mas deve ser sempre no sentido anti-horário, conforme pode ser visto na Figura 3. O método é baseado nas ideias de RICE [5], ao comparar a deformação elasto-plásticas como deformação elástica não-linear. Quando submetido a um carregamento, tanto o material elasto-plástico quanto o elástico se comportam da mesma maneira, a diferença ocorre no descarregamento. Enquanto o material elástico, linear ou não, irá voltar pela mesma curva, o elasto-plástico irá descer numa reta inclinada, paralela à porção linear da reta de carregamento, conforme ilustrado na Figura 4.

A integral J simplificada para casos de carregamento dinâmico, (trincas estacionárias carregadas dinamicamente) pode ser observada na Eq. 8.

$$J'_2 = \int_{\Gamma} \left( W n_2 + t_i \frac{\partial u_i}{\partial x_2} \right) d\Gamma + \int_A \rho u_i \frac{\partial \ddot{u}_i}{\partial x_2} dA \quad \text{Eq. 8}$$

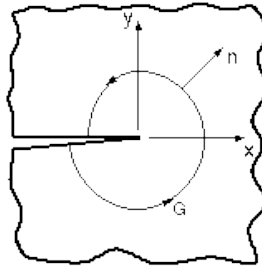


Figura 3 – contorno da integral de linha J.

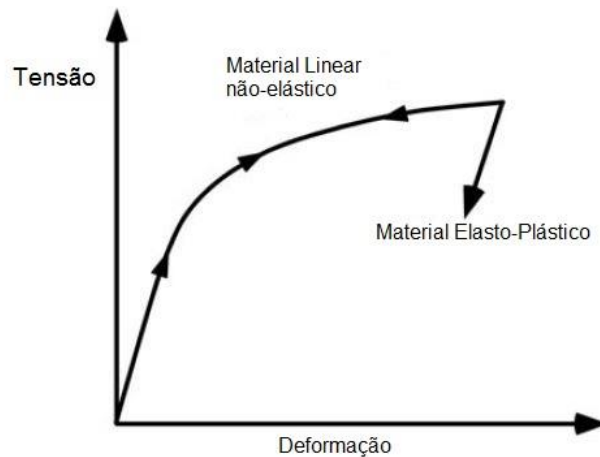


Figura 4 – Comparação esquemática entre material elasto-plástico e elástico não-linear.  
(Adaptado de [4]).

Dessa forma, se considerado apenas o carregamento, um material de comportamento elasto-plástico pode ser comparado com um elástico não-linear. RICE [5] ao aplicar a deformação plástica à análise de uma trinca num material elástico não-linear, mostrou que a taxa de liberação de energia não-linear  $J$ , poderia ser escrita como uma integral de linha independente do caminho. HUTCHINSON [6], RICE e ROSEGREN [7] também mostraram que  $J$  caracteriza as tensões e deformações na ponta da trinca em materiais não-lineares. Portanto, a integral  $J$  pode ser vista tanto quanto um parâmetro de energia, sendo igualada à  $G$  (taxa de liberação de energia) na mecânica da fratura linear elástica. Ao mesmo tempo, a integral  $J$  pode ser tomada como um fator de intensidade de tensões em modo I, ao ser comparada com  $K_I$  [4].



## 2.2.4 Fratura Dinâmica

A mecânica da fratura dinâmica é comumente dividida em duas classes principais:

- i – Crescimento de trinca devido a carregamento aplicado em alta velocidade;
- ii – Carregamento quase estático e rápido crescimento de trinca.

O caso tratado neste trabalho é o primeiro.

Em geral, a mecânica da fratura dinâmica contém três fatores complicadores que não estão presentes na mecânica da fratura linear elástica (MFLE) ou elasto-plástica (MFEP): forças de inércia, comportamento do material dependente da taxa de carregamento e reflexão das ondas de tensão. Os efeitos da inércia são importantes quando há mudança brusca no carregamento ou a trinca cresce rapidamente. Nesses casos, uma fração do trabalho aplicado no corpo será convertido em energia cinética. Os efeitos do carregamento rápido são ainda mais pronunciados em materiais susceptíveis à essa variação, como polímeros. Em alguns problemas, um ou dois desses fatores podem ser desconsiderados [4].

Em uma situação de carregamento rápido, a carga tende a aumentar com o incremento do tempo, oscilando numa certa frequência, conforme pode ser visto na Figura 5.

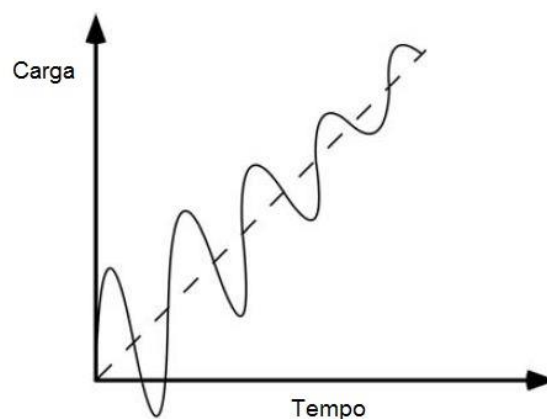


Figura 5 – Carregamento x tempo de resposta de uma estrutura carregada rapidamente.

(Adaptado de [4])

A frequência de oscilação de carga depende da geometria e das propriedades do material. Note que a taxa de carregamento é finita, ou seja, existe um tempo determinado para atingir uma carga específica. Conforme o tempo aumenta, a amplitude da oscilação decresce devido ao fato da energia cinética ser dissipada pelo material. Dessa forma, os efeitos de inércia são bastante significativos em tempos curtos, porém passam a ser desprezíveis em tempos suficientemente longos, onde o comportamento passa a ser quase estático [4]. A taxa de deformação utilizada neste trabalho foi de  $100s^{-1}$ .

O fator de intensidade de tensões  $K_I$ , que caracteriza a amplitude da singularidade elástica, varia erraticamente no início do carregamento. As ondas de tensões se propagam e refletem pelo material, resultando em interferências construtivas e destrutivas. Dessa forma, o  $K_I$  instantâneo será dependente da magnitude das ondas discretas que passam na ponta da trinca num instante de tempo específico. Podemos então dizer que o fator de intensidades de tensões será dependente do tempo, e, para o modo I de fratura temos:

$$K_I(t) = \sigma_{ij} \sqrt{2\pi r} \quad \text{Eq. 9}$$

De acordo com JIANG [8], nas condições de equilíbrio de tensões, a tenacidade à fratura dinâmica pode ser medida através das teorias de mecânica da fratura quase estática, método adotado neste trabalho.

### **2.3 Size-Effect Law**

De acordo com as teorias clássicas de estruturas elásticas e plásticas, a resistência nominal de um material é sempre a mesma, independente do seu tamanho. O *size effect* explica e corrige isso. Ele pode ter duas causas: estatístico e energético.

Estatístico acontece em materiais frágeis, se tem um elemento de volume representativo e acontece uma falha nesse volume, pode-se considerar que toda a estrutura vai falhar. Para fazer essa previsão existe uma equação de Weibull, sendo necessário fazer vários ensaios em escala reduzida para determinar os coeficientes.

Já o caso energético é uma característica de materiais quase frágeis como os compósitos, concretos, cerâmicas finas e até mesmo metais fadigados. Nesse caso é considerado que o material já tem alguma falha pequena, e um corpo muito pequeno vai

ter essa falha menor ainda, ou menos falhas do que num corpo grande. Por isso o pequeno tem uma resistência superior se comparado ao maior.

## **2.4 Estado da arte**

JACOB *et al.* [9], publicaram um artigo com uma revisão do que havia sido publicado sobre a dependência na taxa de carregamento da tenacidade à fratura nos modos I, II e misto (I e II) de materiais compósitos de matriz polimérica, compreendendo trabalhos desde 1985 até 2001. Foi notada uma falta de consenso sobre a dependência na taxa de carregamento da tenacidade à fratura, não podemos, portanto, ser tirada uma conclusão sobre o assunto. Embora não tenha sido achado um padrão, dois fatores ficaram evidenciados:

i – A tenacidade à fratura dinâmica depende, basicamente, das propriedades da matriz que, por ser tratar de um polímero, é um material que depende da taxa de carregamento a que foi submetido;

ii – Pode ocorrer transição dúctil-frágil com o aumento na taxa de carregamento, consequentemente reduzindo a tenacidade à fratura do material.

Deste ponto em diante será feita uma revisão sobre os trabalhos publicados entre 2001 e 2015.

### **2.4.1 Dependência da Taxa de Carregamento**

#### **2.4.1.1 Fratura em Modo I**

FRACASSO *et al.* [10] estudaram a delaminação dinâmica em modo I de um corpo de prova do tipo viga dupla em balanço, DCB (*double cantilever beam*), feito de matriz PEEK (*polyether ether ketone*) e reforço de fibra de carbono, com camadas intercaladas. O material foi testado em taxas de 0,5, 10 e 200mm/min em temperaturas entre 23°C e 120°C e uma *master-curve* foi obtida. Foi reportado uma redução de 58% na tenacidade à fratura interlaminar quase estática com o aumento da taxa de carregamento.

SUN e HAN [11] propuseram um novo método para avaliar a delaminação dinâmica no modo I em um compósito de matriz polimérica. Realizaram testes tanto

dinâmicos, na barra Hopkinson, quanto quase estáticos, numa máquina servo-hidráulica, com compósitos de carbono/epóxi e vidro/epóxi. Para calcular a tenacidade à fratura foi utilizado um modelo de elementos finitos com o método do fechamento de trinca modificado MCC (*modified crack closure*). Dessa forma, simularam a delaminação dinâmica removendo sequencialmente as condições de contorno do problema, baseados na velocidade da trinca e no histórico de carregamento medidos. Verificaram que o início da propagação de trinca no carregamento dinâmico do compósito de vidro/epóxi foi maior do que no carregamento quase estático. Os autores sugerem que esse fato ocorre devido ao ancoramento mais severo das fibras no carregamento dinâmico.

WU e DZENIS [12] investigaram a tenacidade à delaminação no modo I em regime de carregamento dinâmico de um compósito unidirecional de carbono/epóxi. Realizaram ensaios na barra Hopkinson com velocidades entre 20 e 30m/s. O fator de intensidade de tensões dinâmico (DSIF), foi calculado através de uma simulação de elementos finitos bidimensional com método implícito, devido ao histórico suave de carregamento do material. Reportaram que o DSIF crítico para o carregamento transiente apresentado no estudo, é cerca de 80-90% do valor no regime estático. Além disso, baseado nas superfícies de fratura, o modo dominante de falha foram descolamento fibra/matriz e fratura frágil da matriz.

JOURDON *et al.* [13] testaram resina epóxi endurecida, curada, em testes de fratura dinâmica utilizando um corpo de prova do tipo SENB (*single-edge notched bending*). Os testes foram realizados numa máquina servo-hidráulica com deslocamentos desde 5mm/min até 20m/s. A tenacidade à fratura dinâmica foi calculada por uma técnica que utiliza *strain-gauges* e é baseada na análise local dos campos de deslocamentos assintóticos, assumindo velocidade de propagação constante. Como resultado, afirmaram que fator de intensidade de tensões no regime dinâmico pode exceder o quase estático em torno de 25% em condições onde a velocidade da trinca é alta, cerca de 293m/s.

NAVARRO *et al.* [14] investigaram a influência da velocidade de propagação da trinca na tenacidade à fratura em modo I da delaminação de tecidos tanto de fibras de vidro, quando de fibras de carbono em carregamento dinâmico. Em materiais compósitos, subentende-se como tecido quando fibras longas unidirecionais são fornecidas num arranjo ortogonal entre si, de forma semelhante a um tecido de algodão utilizado para fabricar roupas. Foram utilizadas oito diferentes sequências de empilhamento tanto para

fibras de vidro, quanto para fibras de carbono e modelos híbridos (fibras de vidro e carbono). Os testes foram realizados numa torre de *queda de peso*, atingindo no impacto uma velocidade de  $4m/s$ . Para cada sequência de empilhamento foram usadas amostras com diferentes comprimentos de uma camada adesiva interna, no plano da trinca, para aferir uma maior variedade de velocidades de trinca. Os dados experimentais mostraram que não houve influência da velocidade de trinca na tenacidade à fratura. Segundo os autores, o resultado condiz com outros trabalhos, que indicam que a velocidade de trinca só irá influenciar a tenacidade à fratura quando atingir valores superiores a  $1000m/s$ , valor não alcançado no estudo.

ZABALA *et al.* [15], fizeram testes em compósitos carbono/epóxi em tecido e unidirecionais, estes com 19% de fibra de vidro, na direção transversal, para que se impedisse o desalinhamento das fibras de carbono. Os testes foram conduzidos numa máquina servo-hidráulica, desde  $8,3 \times 10^{-3}m/s$ , modo quase estático, até  $0,19m/s$ , modo dinâmico. Os resultados mostraram uma tendência linear decrescente na tenacidade à fratura como uma função da taxa de carregamento e da propagação instável da trinca. Na mais alta taxa de carregamento houve uma redução de 18% do  $G_{Ic}$  nas amostras feitas de tecido e 32% nas unidirecionais, quando comparado com o valor do quase estático.

#### 2.4.1.2 Fratura em Modo II

FRACASSO *et al.* [10] também fizeram um estudo da dependência entre a delaminação em modo II e a taxa de carregamento. Foi feito o teste do compósito de carbono/PEEK em regimes de carregamento de  $0,5$  e  $10mm/min$  e em temperaturas entre  $23^{\circ}C$  e  $160^{\circ}C$ . Foi reportada uma tendência não monotônica para a tenacidade à fratura com o máximo ocorrendo na velocidade de trinca de  $10^{-13}m/s$ , sugerindo uma mudança no mecanismo de fratura. Porém, nenhuma evidência desta mudança foi encontrada na análise das superfícies fraturadas.

WOSU *et al.* [16] realizaram testes utilizando uma barra Hopkinson para obter a taxa de liberação de energia no modo de carregamento dinâmico sob carregamento em modo II puro,  $G_{II}$ . As amostras utilizadas eram de carbono/epóxi do tipo ENF (*end-notched flexural*) e CNF (*centre-notched flexural*). A taxa de liberação de energia  $G_{II}$ , foi estimada através de uma solução baseada na teoria de vigas, como função da energia de

impacto. Os autores observaram um aumento em  $G_{II}$  com o incremento da energia de impacto e sugeriram um modelo exponencial para ajustar os dados experimentais. Em relação aos diferentes tipos de corpos de prova utilizados, notaram que:

i – CNF mostrou maiores valores de tensão após a primeira reflexão da onda de impacto e menor transmissão de sinal do que ENF;

ii – ENF teve maior carga do que CNF para a mesma energia de impacto;

iii – CNF apontou resistência à compressão 46% do que ENF.

Dessa forma, concluíram que uma trinca na borda da estrutura resulta em menor tenacidade, quando comparada a uma trinca interna. Além disso, como já havia sido reportado por JACOB *et al.* [9], os autores apontaram a inconsistência entre outros trabalhos ao mostrarem diferentes tendências na determinação da tenacidade à fratura dinâmica como função da taxa de carregamento. Atribuem isso a medidas ou estimativas pouco precisas do campo de tensões na ponta da trinca, sugerindo o uso redes de Bragg para fibras, para uma medida mais apropriada das deformações.

#### **2.4.1.3 Fratura em Modo Misto (I + II)**

WOSU *et al.* [17] propuseram um ensaio de MONF (*mixed-mode opening notch flexure*), para medir a tenacidade à fratura de modo misto em regime de carregamento dinâmico de um compósito carbono/epóxi. Foi utilizada uma barra Hopkinson, gerando ondas de tensões variando entre 1,0 e 9,3J. A taxa de liberação de energia foi calculada por uma técnica modificada de análise de vigas que leva em conta o cisalhamento transversal e a rotação na ponta da trinca. Os resultados mostraram que a tenacidade à fratura dinâmica aumentou não linearmente com a energia absorvida para todas as razões de modo  $G_I/G_{II}$ . Ainda, os autores afirmam que o lento progresso no desenvolvimento de testes para medição da tenacidade à fratura em regimes de carregamento dinâmico e a falta de dados experimentais para análise resulta de algumas dificuldades como:

i -Determinação precisa do deslocamento do ponto de carregamento;

ii – Medida da velocidade da ponta da trinca em alta taxa de carregamento;

LEE *et al.* [18] realizaram testes quase estáticos e dinâmicos para determinar a tenacidade à fratura intralaminar de modo misto em compósitos unidirecionais de carbono/epóxi. Nos testes quase estáticos foi usada uma máquina eletromecânica com velocidade de  $4 \times 10^{-3} \text{ mm/s}$  e para os dinâmicos uma torre *de queda de peso* com velocidade de impacto de  $4,8 \text{ m/s}$ , atingindo velocidades de trinca de até  $560 \text{ m/s}$ . Diferentes ângulos de alinhamento do corpo de prova com o projétil da barra Hopkinson foram utilizados para que se obtivesse as condições de fratura em modo misto. A tenacidade à fratura foi calculada a partir de um modelo contínuo de mecânica da fratura linear elástica, assumindo homogeneidade macroscópica e comportamento ortotrópico do material. Concluíram que há uma tendência crescente na tenacidade à fratura com o incremento na taxa de carregamento. Ao mesmo tempo, observaram um decaimento exponencial da tenacidade à fratura em função do grau de anisotropia do material.

BIE *et al.* [19] testaram a tenacidade à fratura dinâmica de compósitos de nanotubos de carbono/epóxi e epóxi pura em testes de impacto utilizando a técnica da chapa voadora. Como não há determinação do modo de fratura, a tenacidade à fratura é tomada como a soma dos modos individuais e calculada pela análise do balanço energético. Os autores reportaram taxas de deformação de até  $10^6 \text{ s}^{-1}$ . Para a amostra de resina pura, houve um aumento de seis vezes na tenacidade à fratura, quando comparado ao método quase estático, porém nenhuma informação quantitativa foi obtida para as amostras do compósito.

#### **2.4.2 Estratégias para Redução de Dados**

FRACASSO *et al.* [10] usam o método da teoria de vigas modificada para calcular a taxa de liberação de energia em modo I, num corpo de prova do tipo viga dupla em balanço (DCB), seguindo o modelo quase estático presente na norma ASTM D5528. A norma alerta que modos de carregamento dinâmico estão fora de seu escopo, de forma que a interpretação dos autores está além dessa limitação. ZABALA *et al.* [15] seguem o mesmo esquema para o estudo da taxa de liberação de energia da fratura interlaminar em carregamento dinâmico. Da mesma maneira fizeram WOSU *et al.* [16] e COLIN DE VERDIERE *et al.* [20], em seus trabalhos para calcular a taxa de liberação de energia em modo II.

Num estudo mais recente, sobre delaminação em modo misto, WOSU *et al.* [17], usaram dois métodos diferentes de redução de dados: a primeira estratégia é semelhante à descrita acima. A segunda deriva do balanço energético de um corpo elástico com extremidades livres, sob crescimento dinâmico de trinca, e leva em conta as energias elástica, de fratura e cinética. A amostra é considerada como em estado uniforme de tensões e a curva de resistência de trinca, curva R, constante. As energias foram calculadas utilizando as ondas de tensões, medidas por *strain gauges* em ensaio utilizando a barra Hopkinson. Os autores concluíram que para energias de impacto abaixo de um limite ( $9,3J$ ), o termo da energia cinética pode ser desprezado.

SUN e HAN [11] utilizaram a integral da MCC (*modified crack closure*) para calcular o modo I da taxa de liberação de energia em regime dinâmico, de um corpo de prova do tipo *WLCT* numa barra Hopkinson. A implementação em elementos finitos segue a formulação sugerida por JIH e SUN [21], onde os efeitos de inércia são caracterizados por uma massa aglomerada (*non crimp fabric*), e estado plano de deformações é assumido. A propagação da trinca é simulada pela liberação sequencial dos nós da malha no caminho da trinca, baseado em medidas experimentais da posição da ponta da trinca. A integral de fechamento da trinca é calculada continuamente seguindo o caminho da ponta da trinca. Além disso, para JIH e SUN [21], uma vantagem deste método em comparação com a integral J, é que nessa formulação é muito mais fácil separar a taxa de liberação de energia para cada modo de fratura sem saber-se, *a priori*, a razão do modo misto.

NAVARRO *et al.* [14] seguiram o trabalho de GUO e SUN [22], que, de forma similar a SUN e HAN [11], usaram o método de elementos finitos com a estratégia de liberação de nós para calcular a tenacidade à fratura em modo I, em carregamento dinâmico de compósitos carbono/epóxi e vidro/epóxi. Diferente de JIH e SUN [21], eles usaram o balanço energético para calcular a taxa de liberação de energia.

WU e DZENIS [12] também utilizaram simulações de elementos finitos em seu estudo de delaminação dinâmica, modos I e II. Ao invés de utilizar uma integral de contorno, como no trabalho apresentado por SUN e HAN [11], calcularam o fator de intensidade de tensões diretamente pelo COD (*crack opening displacement*), assumindo um campo por deslocamento assintótico próximo à ponta da trinca. Foi realizada uma simulação de elementos finitos transientes baseada no histórico de carregamento e tempo para fratura, obtidos experimentalmente. O uso do COD ao invés da integral J foi



justificado pelo fato do intervalo da diferenciação numérica reduzir a precisão da análise, já que o campo de tensões é calculado pela derivada de deslocamento.

LEE *et al.* [18] usou expressões analíticas para o campo de deslocamentos, baseado em LIU *et al.* [23], para calcular o fator de intensidade de tensões dinâmico. Diferente de WU e DZENIS [12], que empregaram métodos de elementos finitos, utilizaram o método 2D de correlação digital de imagens DIC (*digital image correlation*) e captação de imagem em alta velocidade, para obter o campo de deslocamentos e calcular o fator de intensidade de tensões dinâmico.

### **3. MATERIAIS E MÉTODOS**

#### **3.1 Testes**

##### **3.1.1 Material / Amostra**

O material utilizado para os ensaios mecânicos foi um compósito *prepreg* de fibras de carbono com matriz epóxi HexPly IM7-8552, normalmente utilizado em componentes aeroespaciais. Para a fabricação dos corpos de prova, foi produzida uma placa, curada a quente, de acordo com os ciclos de aquecimento descritos no manual do produto, com espessura nominal de  $4\text{mm}$  e com 32 camadas simétricas, com as fibras unidirecionais dispostas ortogonalmente (empilhamento  $[90/0]_{8s}$ ). A partir desta placa, foram usinados os corpos de prova de compressão com trinca dupla DENC (*double-edge notched compression*), com uma broca de  $1\text{mm}$  de diâmetro. Uma razão constante entre as dimensões (comprimento, largura, tamanho de trinca inicial  $a_0$ ), foi mantida para os

quatro diferentes tamanhos de corpo de prova, conforme visto na Figura 6. As dimensões podem ser observadas na Tabela 1.

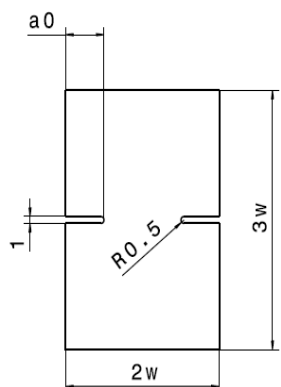


Figura 6 – Relação entre as dimensões dos corpos de prova. (Adaptado de [1]).

Tabela 1 – Dimensões dos corpos de prova.

Amostra	Largura (mm)	Altura (mm)
A	10	15
B	15	22,5
C	20	30
D	25	37,5

Geralmente são utilizados corpos de prova do tipo CT (*compact tension*) para a determinação de curvas de resistência e tenacidade à fratura de materiais compósitos. Esse tipo de corpo de prova não se mostrou apropriado para compósitos mais resistentes, que demandam cargas mais elevadas para a fratura. Nesses casos observou-se a deformação no lado não trincado do corpo de prova. Em corpos de prova compactos de compressão também foram encontrados problemas, dessa vez o problema ocorre nos métodos de redução de dados do ensaio, que são os mesmos utilizados para os corpos de prova do tipo CT. Segundo CATALANOTTI [2], os corpos de prova compactos de compressão acabam tendo uma propagação difusa das *kink bands* e acabam aumentando artificialmente os valores medidos de tenacidade à fratura. Por esses motivos acabou-se utilizando os corpos de prova do tipo DENC.

Para a determinação das propriedades elásticas do laminado sob condições de carregamento quase estático (QS) e dinâmico (HR), foram realizados testes de compressão com corpos de prova sem trincas, para que se obtivesse o módulo de Young ( $E_x=E_y$ ) do *cross-ply* balanceado. O módulo de cisalhamento ( $G_{xy}$ ), foi calculado

utilizando a teoria clássica dos laminados, com base nos valores de [24]. Os resultados são mostrados na Tabela 2.

Tabela 2 - Propriedades elásticas do laminado. (Retirado de [1]).

Regime de carregamento	$E_x$ (MPa)	$G_{xy}$ (MPa)	$\mu_{xy}$ (-)
HR	67,126	6,345	0,04

### 3.1.2 Aparato Experimental

O ensaio dinâmico foi realizado com os corpos A, B, C e D, em uma barra Hopkinson, SHPB (*Split-Hopkinson pressure bar*), conforme ilustrado na Figura 7. O comprimento da barra projétil, da barra incidente e da barra de transmissão foram  $0,6m$ ,  $2,6m$  e  $1,3m$  respectivamente. O diâmetro da barra projétil  $d_b$  e a velocidade do projétil ( $V_o$ ) foram adaptados para a largura do corpo de prova ensaiado, conforme pode-se observar na Tabela 3. [1].

Tabela 3 – Diâmetro da barra projétil e velocidade do projétil.

Amostra	$d_b$ (mm)	$V_o$ (m/s)
A	16	8,6
B	18	9,4
C	25	11,0
D	25	12,1

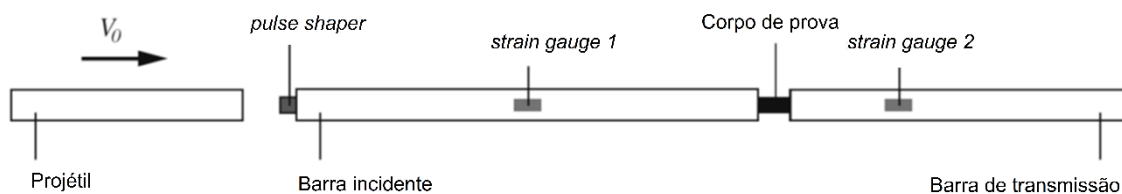


Figura 7 - Configuração da barra Hopkinson para teste dinâmico. (Adaptado de [1]).

Todos os ensaios foram realizados em fevereiro de 2016 na Universidade Técnica de Munique (*Technische Universität München*), na Alemanha, pela equipe do Instituto de Compósitos de Carbono (ICC).

### 3.2 Modelo Matemático

A metodologia, de acordo com CATALANOTTI [2], para o cálculo da curva de resistência, curva R, começa com a determinação de  $G$  (taxa de liberação de energia). Para um material bidimensional ortotrópico, considerando  $x$  e  $y$  como eixos principais do material, conforme SUO [25] temos que o  $G$  para o modo I para propagação de trinca na direção  $x$  é:

$$G_1 = \left( s_{11}s_{22} \frac{1 + \rho}{2} \right)^{1/2} \lambda^{-1/4} K_1^2 \quad \text{Eq. 10}$$

onde  $s_{lm}$  são as componentes da matriz rigidez calculada nas coordenadas  $x$ - $y$  do sistema,  $K_I$  é o fator de intensidade de tensões,  $\lambda$  e  $\rho$  são os parâmetros elásticos adimensionais definidos como:

$$\lambda = \frac{s_{11}}{s_{22}} \quad \text{Eq. 11}$$

$$\rho = \frac{2s_{12} + s_{66}}{2\sqrt{s_{11}s_{22}}} \quad \text{Eq. 12}$$

Considerando um *cross-ply* [0/90]<sub>8s</sub>, teremos  $s_{11} = s_{22}$  e, dessa forma,  $\lambda = 1$ , podemos então apresentar  $G$  como:

$$G_1 = \frac{1}{E} \sqrt{\frac{1 + \rho}{2}} K_1^2 \quad \text{Eq. 13}$$

onde  $E$  é o módulo de elasticidade na direção  $x$  (ou  $y$ ) do material.

O fator de intensidade de tensões de um corpo de prova DENC, é uma função de  $\rho$ , da tensão remota  $\sigma$  e da geometria e tamanho do corpo de prova.

$$K_1 = \sigma\sqrt{W}\sqrt{\phi\left(\frac{a}{W}, \rho\right)} \quad \text{Eq. 14}$$

onde  $\phi(a/W, \rho)$  é o fator de correção para a geometria e ortotropia do material. Substituindo a Eq. 14 na Eq. 13, temos:

$$G_1 = \frac{1}{E}\sqrt{\frac{1+\rho}{2}}\sigma^2 w \phi\left(\frac{a}{W}, \rho\right) \quad \text{Eq. 15}$$

### 3.2.1 O Método VCCT

Para calcular a taxa de liberação de energia  $G$ , utilizou-se do método VCCT (*virtual crack closure technique*) ou técnica de fechamento de trinca virtual, numa tradução literal. O modelo baseia-se na premissa de que a variação de energia liberada quando uma trinca de tamanho  $a$  é estendida para um comprimento  $a + \Delta a$ , é a mesma quantidade de energia requerida para que esta trinca seja fechada [26].

A partir da simulação de elementos finitos, tem-se os deslocamentos e as forças exercidas nos nós dos elementos do modelo desejado. No exemplo mostrado na Figura 8, temos uma trinca representada por um elemento linear com 4 nós. Para o VCCT, serão utilizados os nós  $\ell$  e  $i$ . No nó  $i$  serão medidas as forças de cisalhamento  $X_i$  e abertura  $Z_i$ , e no nó  $\ell$  serão medidos os deslocamentos por cisalhamento  $\Delta u_\ell$  e por abertura  $\Delta w_\ell$  [26]. Para o cálculo da taxa de liberação de energia nos modos I e II são utilizadas as seguintes equações:

$$G_I = -\frac{1}{2\Delta a} Z_i \Delta w_\ell \quad \text{Eq. 16}$$

$$G_{II} = -\frac{1}{2\Delta a} X_i \Delta u_\ell \quad \text{Eq. 17}$$

E a taxa de liberação de energia total é dada por:

$$G_T = G_I + G_{II} \quad \text{Eq. 18}$$

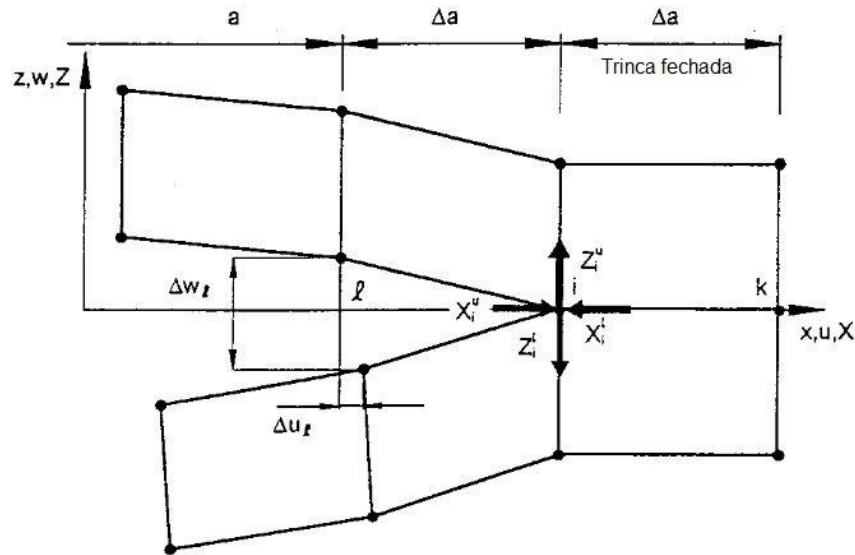


Figura 8 – Representação de uma trinca aberta por elemento linear de 4 nós. (Adaptado de [26])

### 3.2.2 Cálculo de $\phi$

De acordo com CATALANOTTI [2], a determinação da função  $\phi$  pode ser feita através do método de elementos finitos. Seguindo essa metodologia, no presente trabalho, um código em *Python 2.7* foi utilizado como script para *Abaqus 6.14 Student Edition*. É muito conveniente utilizar o script em *Python* nesse caso pois, como se trata de uma análise paramétrica, é necessário fazer inúmeras simulações no *Abaqus*. Redesenhar o modelo, e ajustar todas as condições necessárias seria praticamente inviável de forma manual. Dessa forma o código automatiza tanto a entrada de dados quanto o pós processamento dos resultados da simulação. Neste modelo, a distância característica  $W$  é tomada como constante e igual à unidade, enquanto as variáveis são: (i) o parâmetro de forma, variando o comprimento da trinca ( $0 < a/W < 1$ ) e (ii) o parâmetro adimensional  $\rho$  que leva em conta o efeito da ortotropia do material ( $0 \leq \rho \leq 20$ ). Fazendo a variação de  $a/W$  e  $\rho$ , criaremos uma superfície com os resultados de  $\phi$ . Neste trabalho foi considerado

apenas um arranjo das camadas de fibras, portanto apenas um valor de  $\rho = 5,2496$ , será considerado, ou seja, apenas um corte da superfície apresentada na Figura 9.

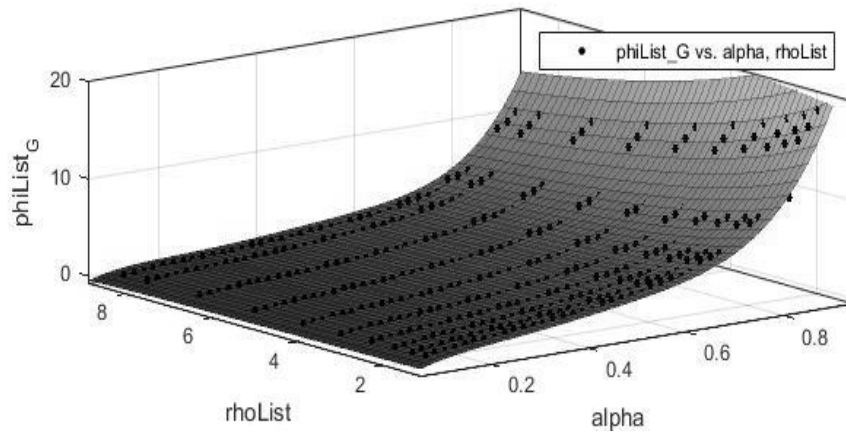


Figura 9 - – Superfície de  $a/W \times \rho \times \phi$ .

Devido à simetria do problema, apenas um quarto do corpo de prova foi modelado e pode ser visto na Figura 10. Foram usados elementos linear *CPS4* e quadrático *CPS8*, apresentados na Figura 11.

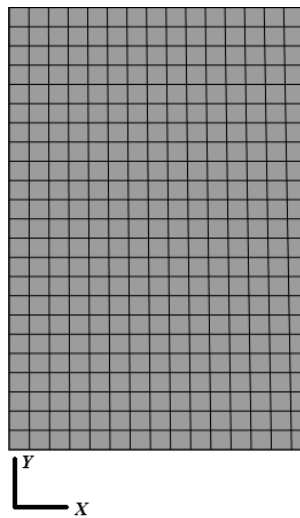


Figura 10 - Modelagem de  $\frac{1}{4}$  do corpo de prova.

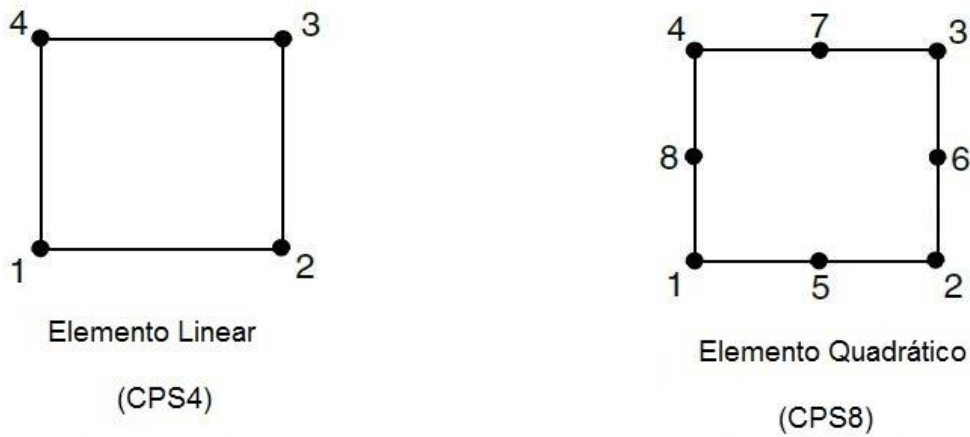


Figura 11 - Nós de elementos quadriláteros bidimensionais. (Adaptado de [30])

O deslocamento  $u_y$  é aplicado na face superior do modelo e representa a condição de carregamento que seria usada num experimento de compressão quase estático. Os nós na face superiores do modelo são livres para se deslocarem na direção  $x$ , simulando uma condição livre de atrito entre o corpo de prova e a plataforma da máquina de ensaio de compressão. A técnica de VCCT é utilizada para calcular a taxa de liberação de energia  $G$ , na ponta da trinca. A carga aplicada  $P$  é calculada fazendo a soma das reações nos nós.

Utilizando os resultados obtidos na análise de elementos finitos, o fator de correção  $\phi$  é aproximado pelo seguinte polinômio:

$$\phi\left(\frac{a}{W}, \rho\right) = \frac{\frac{a}{W}}{1 - \frac{a}{W}} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \Phi_{ij} \rho^{j-1} \left(\frac{a}{W}\right)^{i-1} \quad \text{Eq. 19}$$

### 3.2.3 Cálculo das curvas G

Após definir  $\phi$ , observa-se que a taxa de liberação de energia  $G(a)$  é uma função que cresce com o aumento do tamanho da trinca. Podemos então reescrever  $G$  como:



$$G_1(a + \Delta a) = \frac{1}{E} \sqrt{\frac{1 + \rho}{2}} \sigma^2 W \phi \left( \frac{a_0}{W} + \frac{\Delta a}{W}, \rho \right) \quad \text{Eq. 20}$$

A taxa de liberação de energia  $G(a+\Delta a)$  e a representação esquemática da curva  $R$  do material,  $R_I(\Delta a)$  é mostrada na Figura 12.

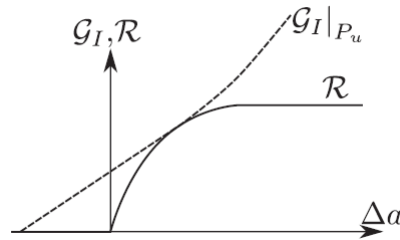


Figura 12 - Força motriz da trinca e curvas de resistência. (Retirado de [2]).

A linha tracejada representa  $G(a+\Delta a)$  em carga  $P$  constante. A trinca não pode se propagar em carga constante se  $G < R$ , e irá se propagar instavelmente se  $G > R$ . A curva tracejada na Figura 12, tangente à curva  $R$ , representa a força motriz da trinca na carga de fratura  $P_u$ .

Para diferentes tamanhos de  $w$ , as curvas de força motriz  $G$ , correspondentes à carga de fratura  $P_u$  são tangentes à curva  $R$ . Este fato será utilizado para o cálculo da curva  $R$ .

### 3.2.4 Cálculo da curva $w(\Delta a)$

Para poder traçar a curva  $R$  precisa-se transformar a Eq. 20, que depende de  $a$  e  $W$  (comprimento da trinca e metade do tamanho do corpo de prova respectivamente), em uma função que dependerá apenas de  $a$ . Dessa forma é necessário que se estabeleça uma relação de  $W$  com a variação do comprimento de trinca  $\Delta a$ . Essa nova função,  $w(\Delta a)$ , será substituída na Eq. 20 e então  $G$  passa a depender apenas de  $a$ , e agora independe das dimensões do corpo de prova  $W$ .

Para determinar  $w(\Delta a)$  deve-se estudar a variação das curvas  $G$  em relação ao comprimento do corpo de prova  $W$ . Isto é, achar os pontos onde a derivada  $dG/dW$  é igual a zero. Dessa forma para cada corpo de prova, tem-se um par ordenado  $W - \Delta A$ .

### 3.2.5 Cálculo da curva R

Baseado nas observações anteriores, a carga de fratura  $P_u$ , ou a tensão de fratura,  $\sigma_u = P_u / (2Wb)$ , podem ser obtidas a partir do seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} G_1(a + \Delta a) = R(\Delta a) \\ \frac{\partial G_1(a + \Delta a)}{\partial \Delta a} = \frac{\partial R(\Delta a)}{\partial \Delta a} \end{cases} \quad \text{Eq. 21}$$

Assumindo que a *size-effect law* é conhecida, substituindo a Eq. 20 na Eq. 21, temos:

$$\frac{1}{E} \sqrt{\frac{1 + \rho}{2}} \sigma_u^2 W \phi \left( \frac{a_0}{W} + \frac{\Delta a}{W} \right) = R(\Delta a) \quad \text{Eq. 22}$$

Essa equação é válida para todo  $W$ . Diferenciando a Eq. 22 em relação a  $W$  e lembrando que, por definição, a curva R não depende da dimensão do corpo de prova, temos:

$$\frac{1}{E} \sqrt{\frac{1 + \rho}{2}} \frac{\partial}{\partial W} \left( \sigma_u^2 W \phi \left( \frac{a_0}{W} + \frac{\Delta a}{W} \right) \right) = 0 \quad \text{Eq. 23}$$

A curva R pode ser obtida resolvendo a Eq. 23 para  $w = w(\Delta a)$  e substituindo o resultado na Eq. 21.

### 3.2.6 Verificação

O presente trabalho foi realizado em paralelo com a elaboração de uma tese de doutorado de CIDADE [27], que já conta com alguns resultados preliminares, reportados em um seminário, Painel PEMM 2016. Estes resultados foram obtidos através da técnica de correlação digital de imagens, ou DIC (*digital image correlation*).

O DIC serve para obter campos de deslocamento e deformação através da correlação de uma imagem. Como no ensaio na barra Hopkinson realizada para este trabalho, o corpo de prova recebe uma camada de spray com pigmentos pretos e cinzas, para que sua superfície possa ser mais facilmente detectada pela câmera. Esta câmera é de alta velocidade, em torno de 300.000 quadros por segundo. A imagem obtida é convertida em uma matriz de pixels. Quando há deslocamento, no caso desse ensaio, no momento da propagação da trinca, os pixels irão se movimentar, e dessa forma relacionando as dimensões e outros fatores, pode-se determinar a deformação ocorrida no corpo. Os dados depois serão pós-processados da forma mais adequada com o problema que se estiver lidando.

Dessa maneira estes dados podem ser tomados como os resultados experimentais verdadeiros do mesmo ensaio no qual se baseou este trabalho. Dessa forma, pode-se utilizá-los para verificar a precisão e a validade do método aqui discutido.

## 4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

### 4.1 Resultados da curva $\phi$ x $\frac{a}{W}$

O primeiro passo para resolução do problema é a execução da simulação de elementos finitos para a obtenção dos valores de  $\phi$  em relação a  $a/W$ . Neste trabalho, como estava-se lidando com apenas um arranjo do material, foi definido  $\rho = 5,2496$ , como um único valor constante. Dessa forma, as curvas aqui descritas representam uma condição apenas de arranjo das fibras. Para efeitos de comparação da curva R, no final do trabalho,  $\phi$  foi calculado no modelo de elementos finitos de duas formas diferentes: pelo método VCCT e pelo método da integral J. Além disso, na simulação de elementos finitos foram utilizados tanto elementos lineares quanto quadráticos, portanto tem-se quatro

funções  $\phi$  diferentes. Na realidade, o polinômio é o mesmo, a diferença só acontece nos coeficientes.

Na Figura 13 traçou-se um gráfico com os dados retirados de uma das simulações de elementos finitos e a regressão numérica da curva que o descreve. A regressão utilizada foi a polinomial de quatro grau.

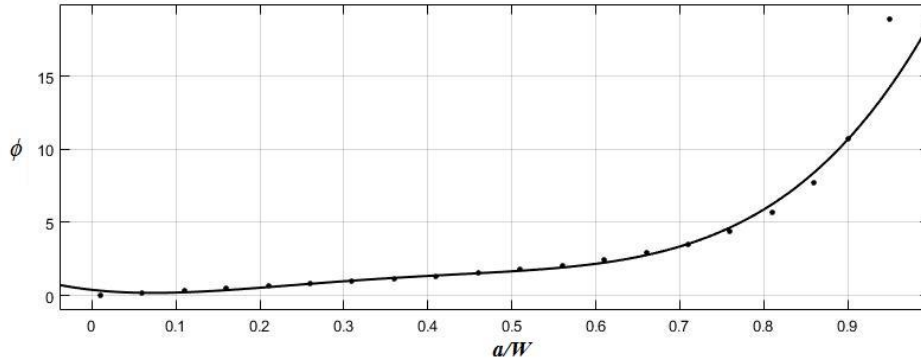


Figura 13 - – Pontos e ajuste de  $\phi$  x  $a/W$  com polinômio de grau 4.

O ajuste pode ser realizado pelo polinômio de grau 4 apresentado pela Eq. 24.

$$\phi\left(\frac{a}{W}\right) = \left(\frac{\frac{a}{W}}{1 - \frac{a}{W}}\right) \left(P_1 \frac{a^4}{W^4} + P_2 \frac{a^3}{W^3} + P_3 \frac{a^2}{W^2} + P_4 \frac{a^1}{W^1} + P_5\right) \quad \text{Eq. 24}$$

Os coeficientes que ajustam o polinômio são os apresentados na Tabela 4.

Tabela 4 – Coeficientes de ajuste de  $\phi$

	P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	P <sub>3</sub>	P <sub>4</sub>	P <sub>5</sub>
<b>VCCT<sub>lin</sub></b>	-56,54	124,8	-94,74	26,7	0
<b>VCCT<sub>quad</sub></b>	-34,42	79,78	-65,07	20,15	0
<b>Int. J<sub>lin</sub></b>	-88,42	189,30	-136,50	35,28	0
<b>Int. J<sub>quad</sub></b>	-34,19	80,81	-66,97	21,06	0

O último coeficiente,  $P_5 = 0$ , foi imposto como pré-condição na regressão numérica pois, como  $\phi$  é um fator de forma dependente de  $a/W$ , quando este for nulo, o fator de forma deverá, obrigatoriamente, ser nulo.

## 4.2 Resultados das curvas G

Com os dados do modelo de elementos finitos, calculou-se a taxa de liberação de energia  $G$ , de acordo com a Eq. 22. Cada curva  $G$  representa um ensaio mecânico, para um corpo de prova de tamanho  $W$ . Variando o tamanho do corpo de prova num grande intervalo tem-se uma sequência de curvas  $G$ , representado na Figura 14. Note que com a superposição de inúmeras curvas  $G$  há o aparecimento de uma outra curva, que na verdade é a curva  $R$ .

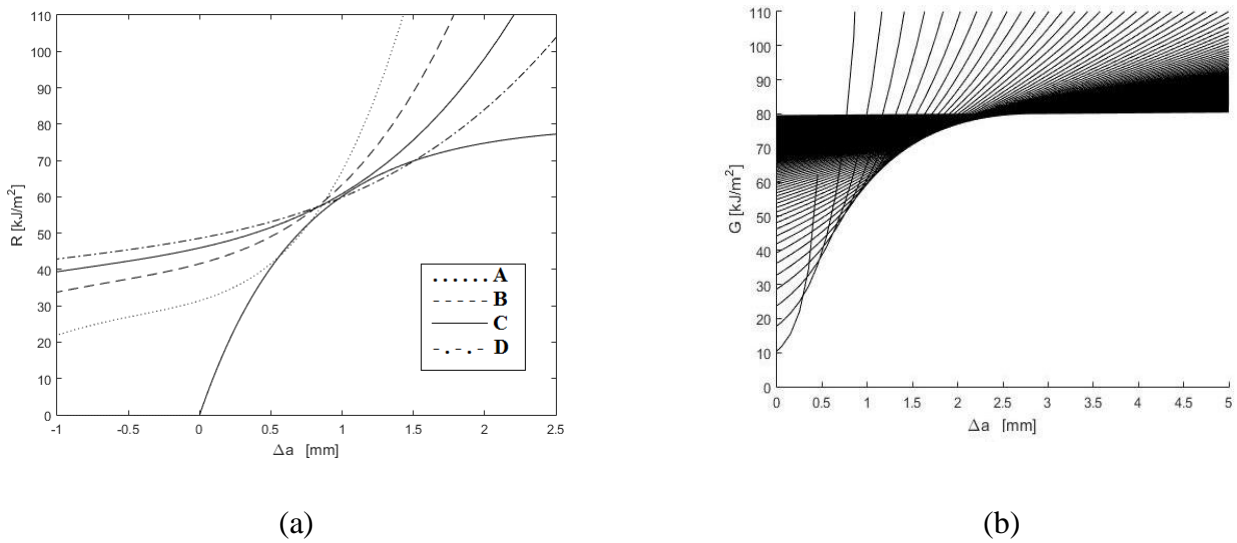


Figura 14 – (a) Curvas  $G$  a partir dos dados experimentais, tangentes à curva  $R$ .

(b) Curvas  $G$  – calculada pelo VCCT, elemento linear.

## 4.3 Resultados de $w(\Delta a)$

Conforme visto na seção 3.2.4, para traçar a curva  $w(\Delta a)$ , precisa-se fazer a derivada  $dG/dW$ , achar os pontos onde vai ser igual a zero e assim determinar os pares ordenados  $W-dA$ .

Com esses pontos determinados traça-se a curva de  $w(\Delta a)$ , mostrado na Figura 15, e faz-se a regressão numérica da mesma. O melhor ajuste foi encontrado num polinômio de oitavo grau, descrito na Eq. 25, cujos coeficientes são mostrados na Tabela 5.

$$w(dA) = P_1 dA^8 + P_2 dA^7 + \dots + P_7 dA^2 + P_8 dA + P_9 \quad \text{Eq. 25}$$

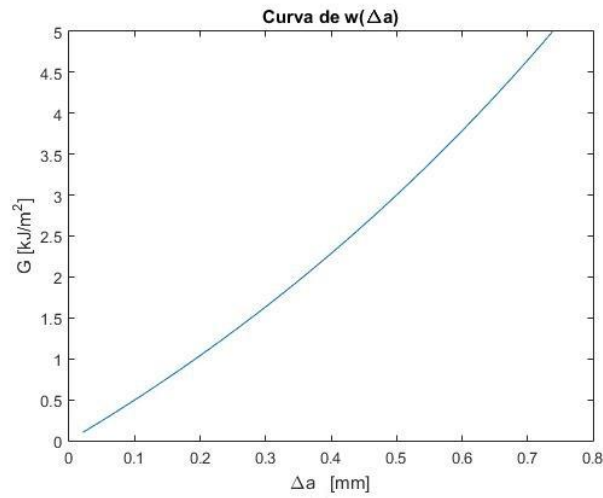


Figura 15 – Curva  $w(\Delta a)$

Tabela 5 – Coeficientes de ajuste de  $w(\Delta a)$

	P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	P <sub>3</sub>	P <sub>4</sub>	P <sub>5</sub>	P <sub>6</sub>	P <sub>7</sub>	P <sub>8</sub>	P <sub>9</sub>
<b>VCCT<sub>lin</sub></b>	0,0067	-0,0025	0,0266	0,0543	0,1680	0,6564	2,1436	4,7407	1,52E-08
<b>VCCT<sub>quad</sub></b>	0,0020	-0,0012	0,0204	0,0278	0,1418	0,7506	2,7585	5,3658	9,47E-10
<b>Int. J<sub>lin</sub></b>	0,0098	-0,0092	0,0338	0,0458	0,1469	0,5306	1,6732	4,3833	5,22E-08
<b>Int. J<sub>quad</sub></b>	0,0442	-0,0537	0,1179	0,0767	0,3008	0,7272	1,7334	4,4303	2,08E-07

#### 4.4 Resultados da Curva R

Para o cálculo da curva R, deve-se substituir  $w$  por  $w(\Delta a)$  na Eq. 21, e traçar a curva  $R(dA)$ , conforme pode-se observar na Eq. 26.

$$R(dA) = \frac{1}{E} \sqrt{\frac{1+\rho}{2}} \sigma_u^2 w(dA) \phi \left( \frac{a_0}{W} + \frac{\Delta a}{w(dA)} \right) \quad \text{Eq. 26}$$

Para efeitos de comparação, também foi utilizado o fator de correção para um corpo de prova CT, retirado de JANSSEN [28]. Mesmo sendo um corpo de prova de

tração, o fator de correção de forma pode também ser utilizado para um ensaio de compressão, conforme afirma CATALANOTTI [2]. O fator de correção  $\phi$  é mostrado a seguir:

$$\phi = \frac{1,122 - 1,122 \left(\frac{a}{w}\right) - 0,820 \left(\frac{a}{w}\right)^2 + 3,768 \left(\frac{a}{w}\right)^3 - 3,040 \left(\frac{a}{w}\right)^4}{\sqrt{1 - 2 \left(\frac{a}{w}\right)}} \quad \text{Eq. 27}$$

Na Figura 16, tem-se a comparação das curvas R obtidas pelos métodos VCCT com elementos linear e quadrático e pela integral J, também com elementos linear e quadrático.

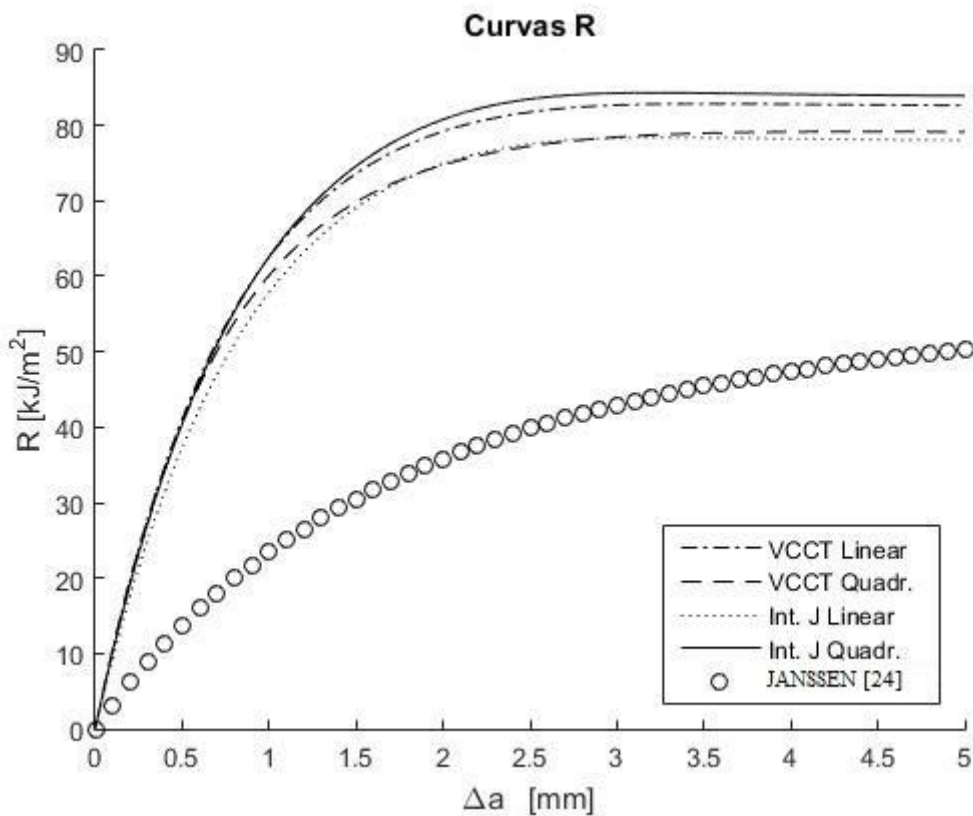


Figura 16 - Comparação das Curvas R

É importante mencionar que este trabalho foi desenvolvido paralelamente com uma tese de doutorado, que teve alguns resultados previamente divulgados no Painel PEMM 2016 [27]. Dessa forma, pode-se comparar a efetividade e a precisão do método aqui utilizado.

Para fazer a comparação dos resultados obtidos por CIDADE [27] e o método utilizado, foi necessário traçar as curvas  $G(0)$ , ou seja, medir a tenacidade de iniciação da trinca no momento onde ainda não houve propagação da mesma, isto é, onde  $\Delta a=0$ .

Na Tabela 6 pode-se observar os resultados obtidos com os diferentes métodos utilizados neste trabalho e sua diferença percentual em relação ao método do DIC, tomado como dado verdadeiro. Diante dos dados apresentados na Tabela 6 e na Figura 17, nota-se que as condições que mais se aproximam dos dados do DIC, são quando se utiliza o método da integral J juntamente com o elemento quadrático no modelo de elementos finitos. Em seguida, como segundo melhor resultado, tem-se o método VCCT utilizado com o elemento quadrático.

Tabela 6 – Comparação dos resultados.

Classe	DIC	VCCT Linear	Dif.(%)	VCCT Quad.	Dif.(%)	Int. J Linear	Dif.(%)	Int. J Quad.	Dif.(%)	JANSSEN	Dif.(%)
A	69,00	66,76	3%	63,91	7%	63,04	9%	67,80	2%	45,83	34%
B	93,90	83,30	11%	79,74	15%	78,65	16%	84,60	10%	57,18	39%
C	103,00	95,08	8%	91,01	12%	89,77	13%	96,56	6%	65,26	37%
D	111,30	103,89	7%	99,45	11%	98,09	12%	105,51	5%	71,31	36%

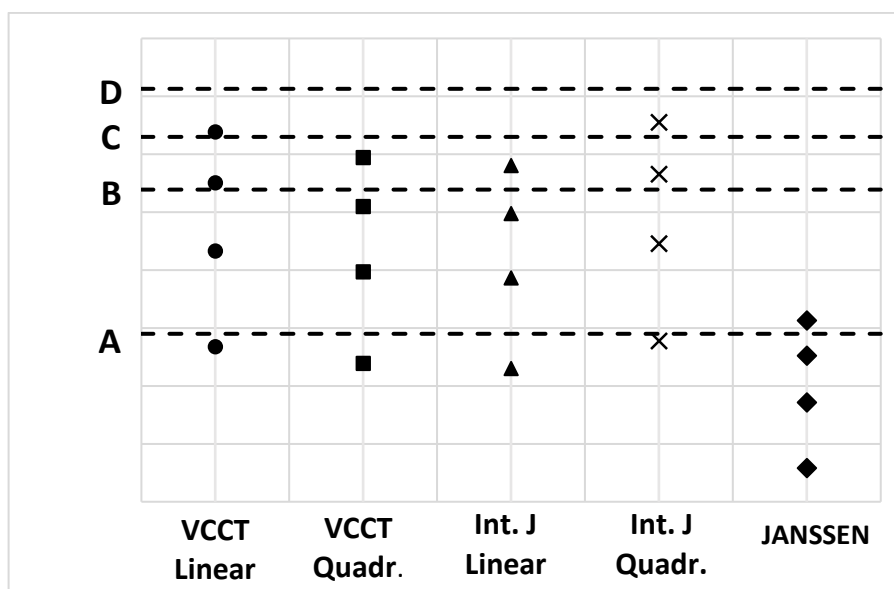


Figura 17 – Comparação dos métodos VCCT e integral J com elementos linear e quadrático, e do fator  $\phi$  de JANSSEN [28].



## 5. CONCLUSÃO

O objetivo deste trabalho era utilizar uma nova metodologia relacionando a taxa de liberação de energia  $G$ , o *size-effect law* e a curva  $R$ , para determinar a curva de resistência ao crescimento de trincas, curva  $R$ , para o caso de carregamento dinâmico. De acordo com os resultados obtidos, pode-se dizer que a metodologia proposta é válida.

O trabalho mostrou que a metodologia utilizada em trabalhos anteriores para carregamentos quase estáticos, se adequa para a redução de dados em caso dinâmico. Isso corrobora a hipótese já apresentada na seção (redução de dados) onde autores assumem um estado de equilíbrio dinâmico, o que se tem, também, no presente trabalho, portanto este trabalho reforça o ponto em que situações de equilíbrio dinâmico, podem ser tratadas como quase estáticos, no âmbito de redução de dados.

Para efeitos de comparação foram feitas algumas variações como a utilização de elementos linear e quadrático no modelo de elementos finitos e uso das técnicas de VCCT e integral  $J$  neste mesmo modelo. Os melhores resultados, validados pelo trabalho de CIDADE [27], que utiliza DIC, foram os que utilizaram a integral  $J$  e o elemento quadrático e em seguida o método VCCT e elemento linear.

Algumas hipóteses do desvio dos outros métodos podem ser feitas. A precisão da regressão numérica dos dados deve ser a provável causa dessa diferença, tanto para os métodos que foram mais precisos, quanto para os mais afastados dos valores reais. É possível que com algumas outras técnicas de regressão, como redes neurais, possa-se obter resultados mais precisos e próximos do real, mas isso implica em outros desafios, como, por exemplo, fazer a derivada de uma curva descrita por uma rede neural.

## 6. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Como sugestão para trabalhos futuros, pode-se citar:

- Utilização de redes neurais na regressão numérica das curvas obtidas da análise de elementos finitos ao invés do uso de polinômios;
- Utilizar elementos *quarter point* na simulação de elementos finitos;
- Criar uma superfície  $R$ , a partir da curva  $R$ , para diferentes valores de  $\rho$ .

## 7. REFERÊNCIAS

- [1] KUHN, P. et al. Measurement of fracture toughness for fiber compressive failure mode of UD composites under high rate loading. **ECCM 17 - European Conference on Composite Materials**, Munich, 26 June 2016. 6.
- [2] CATALANOTTI, G.; XAVIER, J.; CAMANHO, P. P. Measurement of the compressive crack resistance curve of composites using the size effect law. **Composites: Part A**, Porto, 2014. 300-307.
- [3] GIBSON, R. F. **Principles of Composite Material Mechanics**. 1a. ed. Detroit: McGraw-Hill, 1994.
- [4] ANDERSON, T. L. **Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications**. 3a. ed. Oxford: CRC Press, 2005.
- [5] RICE, J. R. A Path Independent Integral and the Approximate Analysis of Strain Concentration Notches and Cracks. **Journal of Applied Mechanics**, 1968. 379-386.
- [6] HUTCHINSON, J. W. Singular Behavior at the End of a Tensile Crack Tip in a Hardening Material. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, 1968. 13-31.
- [7] RICE, J. R.; ROSEGREN, G. F. Plane Strain Deformation near a Crack Tip in a Power-Law Hardening Material. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, 1968. 1-12.
- [8] JIANG, F.; VECCHIO, K. S. Hopkinson Bar Loaded Fracture Experimental Technique: A Critical Review of Dynamic Fracture Toughness Tests. **Applied Mechanics Reviews**, 62, 2009. 1-39.
- [9] JACOB, G. C. et al. Strain rate effects on the mechanical properties of polymer composites materials. **Journal of Applied Polymer Science**, September 2004. 296-301.

- [10] FRACASSO, R. et al. The effects of stain-rate and temperature on the interlaminar fracture toughness of interleaved PEEK/CF composites. **Composites Science and Technology**, v. 61, n. 1, p. 57-63, January 2001.
- [11] SUN, C. T.; HAN, C. A method for testing interlaminar dynamic fracture toughness of polymeric composites. **Composites Part B: Engineering**, September 2004. 647-655.
- [12] WU, X. F.; DZENIS, Y. A. Determination of dynamic delamination toughness of a graphite-fiber/epoxy composite using hopkinson pressure bar. **Polymer Composites**, v. 26, n. 2, p. 265-280, 2005.
- [13] JOUDON, V. et al. Experimental procedure to characterize the mode I dynamic fracture toughness of advanced epoxy resins. **Engineering Fracture Mechanics**, 2014. 126-166.
- [14] NAVARRO, P. et al. Influence of the stacking sequence and crack velocity on fracture toughness of woven composite laminates in mode I. **Engineering Fracture Mechanics**, 2014. 340-348.
- [15] ZABALA, H. et al. Loading rate dependency on mode I interlaminar fracture toughness of unidirectional and wover carbon fibre epoxy composites. **Composite Structures**, 2015. 75-82.
- [16] WOSU, S. N.; HUI, D.; DUTTA, P. K. Dynamic mode II delamination fracture of unidirectional graphite/epoxy composites. **Composites Part B: Engineering**, 2003. 303-316.
- [17] WOSU, S. N.; HUI, D.; DUTTA, P. K. Dynamic mixed-mode I/II delamination fracture and energy release rate of unidirectional graphite/epoxy composites. **Engineering Fracture Mechanics**, 2005. 1531-1558.
- [18] LEE, D.; TIPPUR, H.; BOGERT, P. Quasi-static and dynamic fracture of graphite/epoxy composites: An optical study of loading-rate effects. **Composites Part B: Engineering**, 2010. 462-474.

- [19] BIE, B. X. et al. Dynamic fracture of carbon nanotube/epoxy composites under high strain-rate loading. **Composites Part A: Applied Science and Manufacturing**, 2015. 282-288.
- [20] COLIN DE VERDIERE, M. et al. Influence of loading rate on the delamination response of untufted and tufted carbon epoxy non-crimp fabric composites/Mode II. **Engineering Fracture Mechanics**, 2012. 1-10.
- [21] JIH, C. J.; SUN, C. T. Evaluation of a finite element based crack-closure method for calculating static and dynamic strain energy release rates. **Engineering Fracture Mechanics**, 1990. 313-322.
- [22] GUO, C.; SUN, C. T. Dynamic Mode-I crack-propagation in a carbon/epoxy composite. **Composites Science and Technology**, v. 58, n. 9, p. 1405-1410, 1998.
- [23] LIU, C.; ROSAKIS, A. J.; STOUT, M. G. **Dynamic Fracture Toughness of a Unidirectional Graphite/Epoxy Composite**. Proceedings of the Symposium on Dynamic Effects in Composite Structures. New York: ASME. 2001.
- [24] KOERBER, H.; XAVIER, J.; CAMANHO, P. P. High strain rate characterisation of unidirectional carbon-epoxy IM7-8552 in transverse compression and in-plane shear using digital image correlation. **Mechanics of Materials**, 2010. 1004-1019.
- [25] SUO, Z. et al. Orthotropy rescaling and implications for fracture in composites. **International Journal of Solids and Structures**, Santa Barbara, CA, 1991. 235-248.
- [26] KRUEGER, R. Virtual crack closure technique: History, approach, and applications. **Applied Mechanics Review**, Virginia, v. 57, n. 2, p. 109-142, March 2004.
- [27] CIDADE, R. D. A. et al. **Estudo quantitativo da fratura dinâmica em materiais compósitos**. 2a Semana MetalMat e Painel PEMM 2016. Rio de Janeiro: [s.n.], 2016.

- [28] JANSSEN, M.; ZUIDEMA, J.; WANHILL, R. J. H. **Fracture Mechanics**. 2nd. ed. Delft: VSSD, v. 1, 2002.
- [29] CATALANOTTI, G. et al. Determination of the mode I crack resistance curve of polymer composites using the size-effect law. **Engineering Fracture Mechanics**, Porto, 31 October 2014. 49-65.
- [30] DASSAULT SISTÈMES. **Abaqus 6.12 - Getting Started with Abaqus**. [S.l.]. 2012.
- [31] GUTKINS, R. et al. Physical mechanisms associated with initiation and propagation of kink-bands. **13th European Conference on Composite Materials (ECCM13)**, Stockholm, 02 June 2008. Disponível em: <<https://www.fose1.plymouth.ac.uk/sme/MATS347/MATS347A4%20fracture.htm>>. Acesso em: 27 jan. 2017.