



MODELO MECANICISTA UFRJ APLICADO À COMINUIÇÃO EM MOINHOS DE BOLAS DESCONTÍNUOS

Victor Alfonso Rodriguez

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Metalúrgica e de Materiais, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Metalúrgica e de Materiais.

Orientadores: Luís Marcelo Marques Tavares
Rodrigo Magalhães de Carvalho

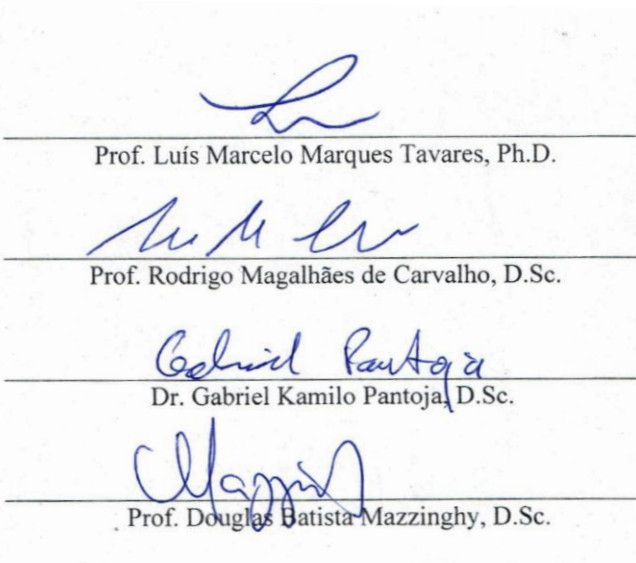
Rio de Janeiro
Dezembro de 2016

MODELO MECANICISTA UFRJ APLICADO À COMINUIÇÃO EM MOINHOS DE
BOLAS DESCONTÍNUOS

Victor Alfonso Rodriguez

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO
LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA
(COPPE) DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE
DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE
EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA METALÚRGICA E DE MATERIAIS.

Examinada por:



Prof. Luís Marcelo Marques Tavares, Ph.D.

Prof. Rodrigo Magalhães de Carvalho, D.Sc.

Dr. Gabriel Kamilo Pantoja, D.Sc.

Prof. Douglas Batista Mazzinghy, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL
DEZEMBRO DE 2016

Rodriguez, Victor Alfonso

Modelo mecanicista UFRJ aplicado à cominuição em moinhos de bolas descontínuos / Victor Alfonso Rodriguez. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2016.

XXII, 150 p.: il.; 29,7 cm.

Orientador: Luís Marcelo Marques Tavares

Rodrigo Magalhães de Carvalho

Dissertação (mestrado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de Engenharia Metalúrgica e de Materiais, 2016.

Referências Bibliográficas: p. 130-150.

1. Cominuição. 2. Moagem em moinho de bolas. 3. Simulação e modelagem. I. Tavares, Luís Marcelo *et al.* II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Metalúrgica e de Materiais. III. Título.

A Deus e família, pilares de minha vida.

AGRADECIMENTOS

Aos meus orientadores Prof. Luís Marcelo Marques Tavares e Prof. Rodrigo Magalhães de Carvalho pelos ensinamentos que levarei por toda minha vida profissional.

Aos amigos da pós-graduação que ajudaram cada um à sua maneira para que o curso de Mestrado fosse concluído com êxito.

À CAPES pela bolsa integral concedida, que foi fundamental para a minha permanência no curso.

Ao Programa de Engenharia Metalúrgica e de Materiais da COPPE/UFRJ e ao Laboratório de Tecnologia Mineral pela infra-estrutura necessária à realização desse trabalho.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

MODELO MECANICISTA UFRJ APLICADO À COMINUIÇÃO EM MOINHOS DE
BOLAS DESCONTÍNUOS

Victor Alfonso Rodriguez

Dezembro/2016

Orientadores: Luís Marcelo Marques Tavares

Rodrigo Magalhães de Carvalho

Programa: Engenharia Metalúrgica e de Materiais

Técnicas de modelagem e métodos quantitativos são fundamentais para o estudo e desenvolvimento da engenharia de processos; evidentemente, o processamento mineral não é uma exceção. No que diz respeito aos processos de cominuição, o modelo desenvolvido na UFRJ representa uma das principais abordagens no campo da modelagem avançada em cominuição. O modelo utiliza os conceitos de probabilidade de ruptura e energia de fratura, além de um modelo proposto sobre a fratura de partículas por impactos repetidos usando mecânica do dano contínuo. O trabalho teve o objetivo de validar este modelo na moagem de bolas utilizando ensaios de batelada. Os resultados mostraram que o modelo apresenta boas correlações com os ensaios experimentais e descreve cada um dos mecanismos presentes nestas operações. No entanto, algumas modificações foram necessárias a vários aspectos do modelo, tendo em vista a validade limitada de algumas das premissas originalmente consideradas em seu desenvolvimento.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

MECHANICISTIC MODEL UFRJ APPLIED IN DISCONTINUED BALL MILLS

Victor Alfonso Rodriguez

December/2016

Advisors: Luís Marcelo Marques Tavares
Rodrigo Magalhães de Carvalho

Department: Metallurgical and Materials Engineering

Modeling techniques and quantitative methods are fundamental for the study and development of process engineering; evidently, mineral processing is not an exception. Concerning to the comminution process, the model developed at UFRJ represents one of the main approaches in the field of advanced modeling in comminution. The model uses concept of particle breakage probability, besides a proposed model of particle fracture by repeated impacts using continuum damage mechanics. The objective of this work is the validation of this model in ball milling operations using batch tests. The results showed that the model presents good correlations with the experimental tests and describes each of the mechanisms present in these operations. However, some modifications were necessary to various aspects of the model, bearing in mind the limited validity of some of the premises originally considered in its development.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
2	OBJETIVOS.....	5
2.1	Objetivo geral	5
2.2	Objetivos específicos	5
3	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	6
3.1	Cominuição.....	6
3.1.1	Mecanismos de quebra.....	6
3.1.2	Ensaio de quebra individual	9
3.1.3	Modelagem de quebra de partículas.....	12
3.1.4	Modelos Matemáticos na cominuição.....	22
3.2	Moagem de bolas	27
3.2.1	Generalidades	27
3.2.2	Variáveis operacionais	29
3.3	Método dos elementos discretos (DEM)	37
3.3.1	Calibração de parâmetros de contato	42
3.4	Modelos Mecanicistas na moagem de bolas.....	45
3.5	Modelo mecanicista UFRJ.....	48
3.5.1	Conceitos.....	48
3.5.2	Resultados do modelo UFRJ na moagem de bolas	57
4	METODOLOGIA	61
4.1	Material.....	61

4.1.1	Moabilidade de Bond (W_i)	62
4.2	Unidades Experimentais	63
4.2.1	Moinho de 30 cm	63
4.2.2	Moinho de 58 cm	65
4.3	Ensaio de moagem em batelada	67
4.3.1	Análise granulométrica	67
4.3.2	Cominuição a baixa energia	68
4.3.3	Enchimento de vazios – úmido-seco.....	69
4.3.4	Ensaio no moinho de 60 cm	69
4.4	Simulações DEM	70
4.4.1	Calibração de parâmetros de contato para simulação em DEM	70
4.4.2	Simulações de movimento de carga.....	72
4.4.3	Simulações com minério.....	73
4.4.4	Metodologia para a validação do modelo de captura de partículas	75
4.5	Análise de sensibilidade paramétrica do modelo mecanicista.....	76
5	RESULTADOS E DISCUSSÃO	78
5.1	Caracterização do material.....	78
5.2	Simulação da movimentação da carga moedora em moinho de bolas usando DEM 80	
5.2.1	Escolha de passo de tempo.....	80
5.2.2	Tempo de simulação	84
5.3	Calibração de parâmetros de contato de DEM	86

5.4	Simulações DEM sem minério	91
5.5	Efeito do preenchimento de vazios	92
5.5.1	Testes experimentais	92
5.5.2	Efeito do preenchimento de vazios em moinho de bolas simulado por DEM.....	96
5.6	Efeito do Preenchimento de vazios no espectro de energias de colisão	101
5.7	Validação do modelo de captura.....	104
5.8	Modelo de colisões efetivas	106
5.9	Modelo de abrasão em função da energia.....	111
5.10	Modelo de atrição em função da componente tangencial da energia	121
5.11	Energia absorvida em cada colisão	124
5.12	Simulações da moagem em batelada.....	126
5.13	Análise de sensibilidade	129
6	CONCLUSÕES.....	134
7	TRABALHOS FUTUROS.....	135
8	REFERÊNCIAS	136
9	ANEXOS.....	148

LISTA DE FIGURAS

Figura 3.1. Distribuição de partículas segundo mecanismo de fratura: a) Abrasão b) Clivagem c) Estilhaçamento.....	7
Figura 3.2. Enfraquecimento devido ao acúmulo de dano de uma partícula submetida a repetidos impactos (Tavares, 2009)	8
Figura 3.3. Tipos de testes de quebra de partícula individual, utilizados na caracterização de partícula (Tavares, 2007)	9
Figura 3.4. Esquema de Queda de peso	11
Figura 3.5. Esquema da célula de carga (Tavares, 2007)	12
Figura 3.6. Influência da energia na quebra de partículas	15
Figura 3.7. Família de curvas t_{10} vs t_n . (<i>appearance function</i>). Dados experimentais (pontos), ajuste por <i>splines</i> cúbicas (linhas)	15
Figura 3.8. Variação da energia média específica de fatura com o tamanho de partícula (Tavares, 2004).....	16
Figura 3.9. Produto do ensaio de abrasão JKMRC para um calcário indicando o valor do parâmetro Pa. Fonte (Carvalho, 2009)	19
Figura 3.10. Resultado dos ensaios de autofratura para ensaios de queda livre, com altura de 8 metros para o tamanho de partícula de 22,4 x 19,2 mm (Cunha, 2015)	20
Figura 3.11 Resultado dos ensaios de autofratura para alturas de queda de 1, 4 e 8 metros para o tamanho de partícula de 22,4 x 19,2 mm (Cunha, 2015).....	21
Figura 3.12. Moinho agitador horizontal, (Technology, 2013)	27
Figura 3.13. Esquema do moinho de bolas. Adaptado de Outotec (2012)	28
Figura 3.14. Modelo simplificado para o cálculo do torque necessário para girar um moinho tubular, adaptado de King (2001).....	30

Figura 3.15. Movimento da carga no interior do moinho: Cascata (Esquerda), Catarata (centro) e Centrífugo (Direita)	31
Figura 3.16. Faixa de operação do moinho de bolas (amarela).....	32
Figura 3.17. Influência da velocidade de operação na taxa específica de quebra (Carvalho e Tavares, 2013)	32
Figura 3.18. Efeito do grau de enchimento na potência	33
Figura 3.19. Influência da carga das bolas (% J) na taxa específica de quebra (esquerda) – frequência e energia média das colisões (Direita) (Carvalho e Tavares, 2013).....	34
Figura 3.20. Efeito do diâmetro do moinho na taxa de moagem (Carvalho e Tavares, 2013).....	34
Figura 3.21. Potência específica absorvida pelo minério em função do preenchimento de vazios (Cleary e Morrison, 2011)	36
Figura 3.22. Modelo forças de contato, a) Força Normal b) Força tangencial. (η e Kn coeficientes da mola e do amortecedor, μ o movimento relativo) (Renzo, Di e Maio, Di, 2004).....	38
Figura 3.23. Sistema de gravação de alta velocidade para a medição do coeficiente de restituição (Barrios <i>et al.</i> , 2013).....	43
Figura 3.24. Metodologias de ângulo de repouso para medição indireta dos coeficientes de atrito (Barrios <i>et al.</i> , 2013)	44
Figura 3.25. Espectro de energias extraído do método dos elementos discretos	50
Figura 3.26. Representação gráfica do impacto de um corpo moedor sobre um leito de partículas (Barrios e Tavares, 2009).....	51
Figura 3.27. Ilustração dos eventos em um único evento de colisão (Tavares e Carvalho 2009)	51

Figura 3.28. Simulação (linhas contínuas), utilizando o modelo UFRJ, da quebra de partículas de quartzo individuais e em leitos comparados aos dados experimentais (pontos), (Carvalho, 2009).....	58
Figura 3.29. Proporção remanescente na classe original de tamanho em função do tempo na moagem descontínua de um minério de calcário (Carvalho, 2009)	59
Figura 3.30. Resultados da moagem descontínua para um granulito (esquerda) e para um minério de Cobre (direita) (Carvalho, 2009)	59
Figura 3.31. Resultados de moagem de bolas de moinho de 30 cm diâmetro, bola de 15 mm, 65% vc. Previsões do modelo UFRJ (línea contínua) (Francioli, 2015)	61
Figura 4.1 Moinho de bolas com tensor de torque incorporado localizado no LTM/COPPE/UFRJ.....	64
Figura 4.2. Configuração de moinho 30 x 30 cm. Elevadores maiores moinho tipo 1 (Esquerda), menores tipo 2 (centro) e elevadores de borracha tipo 3 (direita)	65
Figura 4.3. Projeto moinho de tambor de 58 cm de diâmetro por 24 cm de comprimento.....	66
Figura 4.4. Sistema de espalhamento laser Mytos (Sympatec)	68
Figura 4.5. Projeto da tampa acrílica bipartida para calibração de parâmetros de contato DEM no moinho 58 cm de diâmetro	72
Figura 4.6. Exemplo de resultado pós-processado usando o LTManalyst	73
Figura 4.7. Algoritmo da rotina para a análise de quantidade de energia recebida pelo minério.....	76
Figura 5.1. Resultados dos ensaios de abrasão para minério novo e antigo (9,5 x 6,3 mm) no moinho de 30 cm de diâmetro.....	78
Figura 5.2. Previsões modelo UFRJ (linha contínua) - Experimental (pontos). Moinho de 30 cm tipo 1, diâmetro de bola 15 mm, velocidade de rotação 65% da velocidade crítica - Enchimento 30%	79

Figura 5.3. Influência do módulo de cisalhamento na dissipação da energia. Simulação do moinho de bolas de 30 x 30 cm, com grau de enchimento de 30%, operando a 65% de sua velocidade crítica com corpos moedores de aço de 25 mm de diâmetro.....	81
Figura 5.4. Influência do passo de tempo na dissipação de energia. Simulação moinho de 30 x 30 cm, diâmetro de corpo moedor 25 mm, Enchimento de 30% J. Módulo de cisalhamento de 7×10^{10} (Pa)	82
Figura 5.5. Passo de tempo ótimo em função do número de coordenação. Partículas de aço, modulo de cisalhamento 7×10^{10} Pa.....	84
Figura 5.6. Número de colisões por revolução no moinho 30 x 30 cm. Velocidade de rotação 40,3 (RPM), enchimento de bolas de 30%	85
Figura 5.7. Carga no interior do moinho 305 x 305 mm. Somente corpos moedores (Esquerda) - corpos moedores e minério (Direita).....	87
Figura 5.8. Simulação DEM ensaio de Bond. Conjunto de parâmetros Ramos (2011) (Coeficiente de restituição = 0,35 - Coeficiente de atrito de rolamento = 0,34- Coeficiente de atrito estático = 0,28).....	88
Figura 5.9. Efeitos parâmetros de contato sobre a potência no moinho (esquerda) – Diagrama de Pareto de efeitos padronizados (Direita).....	89
Figura 5.10. Movimento da carga no interior do moinho de 60 x 24 cm. Diâmetro de corpo moedor bola 25 mm, 20% enchimento de bolas, sem minério (esquerda) e com preenchimento de vazios de 100 % (direita).....	90
Figura 5.11. Comparação de resultados experimentais e simulados. Ângulo do ombro (superior esquerda) – Ângulo do pé (superior direita) – Potência centro de massa (inferior esquerda) – Integração de colisões (inferior direita).....	90
Figura 5.12. Espectro de energia para moinho de 30 cm Tipo 1-65 % vc - com diferentes tamanhos de bola (truncamento em 10^{-4} J)	91

Figura 5.13. Distribuição granulométrica em diferentes tempos de moagem. Moinho de 30 cm tipo 1, diâmetro de bola de 25 mm, enchimento de 30%, velocidade de rotação 50% vc.....	93
Figura 5.14. Taxas de quebra da primeira classe (9 x 12,5 mm), variando a porcentagem de enchimento de vazios, moinho de 30 cm tipo 1, velocidade de rotação de 50 % vc	94
Figura 5.15. Efeito do grau de preenchimento de vazios na potência líquida (experimental) moinho de 30 Tipo 1, com grau de enchimento 30%, operando a 50% vc	95
Figura 5.16. Produção de finos (<75 μ m) em função do tempo de moagem. Moagem a seco (esquerda), moagem a úmido (70% sólidos)	95
Figura 5.17. Imagens de simulações do moinho de bolas com corpos moedores de 25 mm partículas de minério de 3 mm operando com diferentes preenchimentos de vazios.....	98
Figura 5.18. Distribuição mássica do minério em moinho de 30 cm tipo 1, com corpos moedores de 25 mm e partículas de minério de 3 mm operando com diferentes preenchimentos de vazios.....	100
Figura 5.19. Distribuição mássica por classe de minério, moinho 30 cm tipo 1, com corpos moedores de 25 mm	101
Figura 5.20. Efeito do preenchimento dos vazios no espectro de energias de colisão bola-bola.....	102
Figura 5.21. Influência do preenchimento de vazios na fração de colisões bola-bola. Moinho de 30 cm tipo 1, 50% da velocidade crítica	103
Figura 5.22. Efeito do enchimento de vazios no espectro de energias bola-minério.....	103
Figura 5.23. Comparação entre as previsões de energia recebida pelo minério do modelo de Barrios <i>et al.</i> e aquelas obtidas usando DEM (minério com partículas de 2,5 mm e bolas de 40 mm)	105

Figura 5.24. Comparação entre as previsões de energia recebida pelo minério do modelo de Barrios <i>et al.</i> e aquelas obtidas usando DEM (minério com partículas de 9,5 x 12 mm e bolas de 25 mm)	105
Figura 5.25. Modelo de colisões efetivas. Simulações moinho de 30 cm tipo 1. Corpos moedores de 25 mm, minério com mono-tamanho de 3 mm, 50 % vc, variando a porcentagem de preenchimento de vazios de 40 a 200%	108
Figura 5.26. Modelo de colisões efetivas com diferentes condições operacionais	109
Figura 5.27. Simulação DEM Moinho de 30 cm tipo 1, 80%vc - 100%U com partículas de minério de 3 mm e corpos moedores de 25 mm	110
Figura 5.28. Influência da velocidade de rotação nas colisões bola-bola. Moinho de 30 cm tipo 1. 100% preenchimento de vazios com partículas de minério 3 mm e corpos moedores de 25 mm	110
Figura 5.29. Resultados de teste em condições de abrasão. Moinho de 30 cm tipo 1, Velocidade de rotação 50 % vc, diâmetro do corpo moedor de 25 mm. Minério 9,5 x 12 mm	112
Figura 5.30. Taxa de moagem. Moinho de 30 cm tipo 1, Velocidade de rotação 50 % vc, diâmetro do corpo moedor de 25 mm e minério com tamanho de partícula inicial de 9,5 x 12 mm	113
Figura 5.31. MEV Análise da superfície das partículas em diferentes tempos de moagem. T = 0 min. (Superior esquerda) T = 3 min. (Superior direita) T = 10 min. (Inferior). Tamanho 12,5 x 9 mm (aumento x 1000).....	114
Figura 5.32. Evolução do índice de alongamento (IA) com o tempo de moagem	115
Figura 5.33. Evolução do índice de forma (IF) em diferentes tempos de moagem	115
Figura 5.34. Evolução do índice de lamelaridade (IL) em função do tempo de moagem	116

Figura 5.35. Previsões do modelo UFRJ na sua condição original em condições de moagem de baixa energia	116
Figura 5.36. Previsões modelo UFRJ após ajuste de parâmetros de abrasão ($Pa=14$, $Da = 0,106$ e $\lambda = 0,62$).....	117
Figura 5.37. Simulação do efeito do truncamento da distribuição das energias de colisão em moinho de 30 cm. Truncamento de 10^{-4} J: Linha grossa contínua - 10^{-5} J: Linha contínua - 10^{-6} J: linha tracejada - 10^{-7} J: linha pontilhada	117
Figura 5.38. Resultados de testes de 10 min. de moagem de minério sem presença de corpos moedores	118
Figura 5.39. Registro das energias máximas de colisão nas partículas. Simulação dos moinhos de 30 e 58 cm de diâmetro	119
Figura 5.40. Massa perdida por impacto em função da energia	119
Figura 5.41. Simulação do efeito do truncamento usando o modelo de abrasão. Trunc. 10^{-4} Linha grossa contínua - 10^{-5} J: Linha contínua - 10^{-6} J: linha tracejada - 10^{-7} J: linha pontilhada.....	120
Figura 5.42. Simulação com modelo UFRJ moinho de 30 cm – diâmetro de corpos moedores 25 mm – velocidade de rotação 50 % vc – preenchimento de vazios 100% U, usando o modelo de abrasão modificado	121
Figura 5.43. Esquema de célula de cisalhamento anular utilizada no trabalho de Bridgwater <i>et al.</i> (2003).....	122
Figura 5.44. Eficiência energética do corpo moedor para quartzo, em ensaios de queda de peso em partículas individuais (Tavares, 1999).....	125
Figura 5.45. Previsões do modelo UFRJ em moinho de 30 cm tipo 1. Velocidade de rotação de 65%vc, Diâmetro de corpos moedores de 25 mm e enchimento de 30 %. Fator de eficiência de energia transferida 80%.....	125

Figura 5.46. Previsões do modelo UFRJ em moinho de 60 cm. Velocidade de rotação de 60 % vc, Diâmetro de corpos moedores de 25 mm e enchimento de 30%. Fator de eficiência de energia transferida de 40%	126
Figura 5.47. Comparação entre experimentos (pontos) e previsões modelo UFRJ (linhas) para moinho de 30 cm tipo 1 - tamanho de bola de 15 mm – Velocidade de rotação de 75%vc e 100 % de preenchimento de vazios	127
Figura 5.48. Comparação entre experimentos (pontos) e previsões do modelo UFRJ (linhas) em moinho de 30 cm tipo 1 - d_B 40 mm – Velocidade de rotação 75%vc, grau de enchimento de 30 % e 100% preenchimento de vazios.....	128
Figura 5.49. Comparação entre experimentos (pontos) e previsões usando o modelo UFRJ (linhas) para moinho de 60 cm, com enchimento de carga de 30%, preenchimento de 100% de vazios e velocidade de rotação do 80%vc.....	128
Figura 5.50. Comparação entre experimentos (pontos) e previsões usando o modelo UFRJ (linhas) 10 min. de moagem para moinho de 30 cm, com diferente enchimento de carga	129
Figura 5.51. Influência do E^∞ nas previsões do modelo UFRJ	130
Figura 5.52. Influência do parâmetro do (esquerda) e ϕ (Direita) nas previsões do modelo UFRJ	130
Figura 5.53. Influência do γ do modelo de dano nas previsões do modelo UFRJ	131
Figura 5.54. Influência do A (esquerda) e b' (Direita) do modelo de fragmentação na previsões do modelo UFRJ	131
Figura 5.55. Efeito do parâmetro A_T modelo de atrição sob condições sem componente tangencial significativa	132
Figura 5.56. Influência do parâmetro A_T modelo de atrição nas previsões do modelo UFRJ	133

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolos latinos

A	parâmetro do modelo de determinação do t_{10} em função da energia de impacto
A_{80}	abertura de peneira no qual 80% das partículas é passante
A_e	parâmetro da equação do número de partículas capturadas
A_{ijl}	função quebra da abrasão na forma distribuída
A_{ilkb}	termo de aparecimento de material na classe il devido à quebra por impacto de material da classe jl para colisões da classe k
A_{ilks}	termo de aparecimento de material na classe il devido ao desgaste por abrasão de material da classe jl para colisões da classe k
A_T	Parâmetro de modelo de atrição em função da energia
B	função quebra na forma matricial
B	parâmetro do modelo de determinação do t_{10} em função da energia de impacto
b'	parâmetro do modelo de determinação do t_{10} em função razão da energia de impacto e a energia de fratura
$B(x,x')$	função quebra na forma contínua e acumulada
$Bd(e',p)$	função quebra relativa ao leito de partículas
Bij	função quebra na forma discreta e acumulada
$bijkl(eE,t)$	elemento ij da função quebra do material da classe l quando este é submetido a uma colisão da classe k de magnitude energética eE
$BM(p)$	função quebra para o moinho de bolas segundo o modelo do Cho
C	coeficiente de restituição no modelo de contato de Hertz-Mindlin
C_i	elemento da curva de partição referente à classe de tamanho i
C_n	coeficiente de restituição normal
D	diâmetro de uma partícula esférica
D	parâmetro de acúmulo do dano
d_0	tamanho original das partículas
d_{50}	tamanho no qual 50 % da população de partículas é menor
D_a	parâmetro da função quebra por abrasão
D_B	diâmetro das bolas (corpos moedores)
D_i	tamanho representativo de partículas na classe i (tamanho de partícula)
D_{ilkb}	termo de desaparecimento de material na classe il devido à quebra por impacto de material da classe jl para colisões da classe k
D_{ilks}	termo de desaparecimento de material na classe il devido ao desgaste por abrasão de material da classe jl para colisões da classe k
D_m	diâmetro do moinho

D_o	parâmetro da relação entre a energia de fratura e o tamanho de partícula
E	energia de impacto ou de fratura
e	fração da energia de impacto absorvida pelas partículas
$E_{\bar{x}}$	parâmetro da relação entre a energia de fratura e o tamanho de partícula
$E(e)$	energia associada ao nível energético e' no modelo do Cho
e'	nível energético do modelo de Cho
$E50_{il}$	mediana da distribuição de energia específica de fratura do material na classe il
E_{cs}	energia específica consumida no impacto
E_{il}^*	máxima energia de fratura das partículas da classe il
E_{max}	energia de truncamento superior da distribuição de energias de fratura
E_{min}	parâmetro de truncamento inferior do espectro de energias de impacto ajustado pela equação de Rosin-Rammler
$f(e)$	fração de energia e' e no espectro de energias de impacto.
$F(E,t)$	distribuição de energias de fratura no tempo t
F_i	força que atua sobre a partícula i
$F_{il}(E,t)$	distribuição de energias de fratura das partículas da classe il no tempo t
$F_{il}^*(E,t)$	distribuição de energias de fratura das partículas da classe il que não quebraram e sofreram dano no tempo t
F_r	força repulsiva
G	força gravitacional
G_{il}	fração de material da classe i que foi apenas danificado, permanecendo na classe de tamanho original
H_{il}	fração de material da classe il que apareceu devido à quebra de partículas maiores ou da própria classe de tamanho i no intervalo dt
I	índice da classe de tamanhos
I_i	momento de inércia de uma partícula i
I_{il}	fração de material da classe il que não é capturada no intervalo dt
J	índice da classe de tamanhos
J	grau de enchimento total do moinho
k	índice da classe de colisões
K_n	parâmetros empíricos para correção do índice de trabalho de Bond
L	comprimento do moinho
l	índice da classe de componentes
m	índice dos eventos de quebra na equação discretizada no tempo
M	massa de material no ambiente de quebra (<i>hold-up</i>)
M^*	massa total da carga

M_c	massa de uma partícula i
m_{1p}	massa de partículas da classe il capturadas em um único impacto
$m_{p,il}$	massa de uma partícula da classe il
n	índice do conjunto de funções baseados no parâmetro t_{10}
n_1	parâmetro da função quebra de Austin
n_2	parâmetro da função quebra de Austin
N_c	velocidade crítica do moinho
$N_{cap,il}$	número de partículas da classe il capturadas em um único impacto
n_i	vetor unitário que sai do centro da partícula i e aponta no sentido da partícula j
N_k	número de classes (k) de colisão
N_r	frequência de rotações do moinho
N_{rev}	número de revestimentos diferentes
$P(di)$	percentagem de material passante no tamanho representativo di
$p(E)$	espectro de energias de impacto na forma distribuída
$P(E)$	espectro de energias de impacto na forma acumulada
$p(e)$	função de repartição de energia
P_{80}	abertura de peneira no qual 80% das partículas é passante
Pa	parâmetro referente a taxa de quebra por abrasão
$pk(E)$	espectro de energias de impacto das colisões da classe k
Pm	potência do moinho
Q_{il}	fração de material da classe il que entra no processo no intervalo dt
s_l	taxa de quebra de partículas da classe de tamanho l
t	instante de tempo
T	torque necessário para girar um moinho
t_{10}	porcentagem de material gerado na quebra que é menor que o tamanho equivalente a 10% do tamanho original da partícula
t_n	porcentagem de material gerado na quebra que é menor que o tamanho equivalente a n % do tamanho original da partícula
v	vetor velocidade linear de uma partícula i
W_i	índice de trabalho na moagem
x	tamanho de partícula contínuo
x'	tamanho de partícula contínuo
y	variável de integração da função beta incompleta
Y	módulo de Young

Símbolos Gregos

α_n	parâmetro da função beta incompleta para o índice n
α_p	parâmetro do cálculo da potência de um moinho
β	parâmetro da função beta incompleta para o índice n
γ	coeficiente de acúmulo de dano
δ	função delta Dirac
Δt	variação discreta no tempo
ε	variável de integração para as energias de impacto
η	parâmetro da equação de Rosin-Rammler para o espectro de energias de impacto
Θ	parâmetro correspondente ao grau de enchimento do moinho
κ	taxa de quebra por abrasão do material na classe il
λ	parâmetro da função de quebra por abrasão
μ_r	coeficiente de atrito de rolamento no modelo de contato de Hertz-Mindlin
μ_s	coeficiente de atrito estático no modelo de contato de Hertz-Mindlin
ρ	massa específica
ρ_c	massa específica da carga
σ	desvio padrão da distribuição lognormal
ν	razão de Poisson
κ	fração do produto da quebra que contribui para a fração fina
φ_c	fração da velocidade crítica do moinho
Γ	Módulo de cisalhamento no modelo de Bridgwater
ω	frequência total de colisões
ω_i	vetor velocidade angular de uma partícula i
ω_k	frequência de colisões da classe k
ϕ	parâmetro da relação entre a energia de fratura e o tamanho de partícula

1 INTRODUÇÃO

As rochas e os minerais constituem os insumos básicos mais requisitados pela civilização moderna. Em vista disto, vem-se observando o desenvolvimento de processos para modificação físico-química dos minerais, visando melhorar a sua funcionalidade e ampliar suas aplicações práticas. Tudo isso sem perder de vista que este aproveitamento deve estar comprometido com os requisitos do conceito de desenvolvimento sustentável, ou seja, satisfazer as necessidades do presente sem prejudicar as futuras gerações.

A cominuição, a qual consiste na redução do tamanho de material sólido é uma importante operação em várias indústrias. Na mineração ela é necessária para expor os minerais valiosos, de modo a permitir a sua recuperação. Na indústria do cimento ela é utilizada tanto na preparação das matérias-primas quanto na moagem do clínquer, enquanto na área de termoelectricidade ela é usada na moagem de carvão a fim de promover a combustão rápida e completa dos seus constituintes, entre várias outras aplicações.

Diversas estimativas sugerem que a maioria dos processos industriais de redução de tamanhos, em particular a moagem, apresenta baixa eficiência considerando a energia teórica necessária para criar nova superfície (L. G. Austin, R. R. Klimpel, 1984; Radziszewski, 2013). No entanto, essa limitação não tem sido contornada, uma vez que o desenvolvimento mais notável nesses equipamentos refere-se ao aumento de tamanho em moinhos rotatórios e ao desenvolvimento de outras tecnologias energeticamente mais eficientes. Por exemplo, dentre esses cita-se o moinho de rolos de alta pressão (HPGR), entretanto não com a mesma capacidade em processamento. Tendo isso em vista, a principal ferramenta para abordar o problema é o entendimento dos mecanismos de ação do processo e as influências de cada variável, com o fim de ter um maior controle do sistema. Estima-se que melhorias realistas na eficiência da energia nos processo de cominuição, incluindo aspectos de classificação e controle de processos, pode resultar em economia anual de energia nos Estados Unidos de mais de 20 bilhões kWh por ano (Napier-Munn *et al.*, 1996).

Estes desafios têm motivado a pesquisadores e engenheiros na busca pela operação em condições ótimas, com ganhos no aproveitamento energético, e tem exigido um conhecimento detalhado dos mecanismos que regem a aplicação de energia na fragmentação das partículas em cada um dos equipamentos de cominuição.

Uma das operações mais importantes na cominuição de minerais é a moagem em moinhos de bolas. Estes moinhos são equipamentos simples, relativamente baratos de construir, seguros e de fácil controle (Concha, 1994). Apresentam uma ampla faixa de tamanho de aplicação, pois podem ser usados desde a moagem primária (± 20 mm), a moagem secundária/terciária, até a moagem ultrafina. Embora circuitos multi-etapas (i.e. Britador-moagem primária) passaram a ser gradualmente suplantados por circuitos AG/SAG, e na moagem ultrafina estão sendo progressivamente substituídos por moinhos atritores verticais (Vertimill[®]) e horizontais (IsaMill[®]), as outras fases da moagem são, principalmente, comandadas pelos moinhos de bolas. Estes equipamentos são geralmente os maiores consumidores de energia dentro de uma usina de processamento mineral. Por exemplo, em uma usina concentradora de minério de cobre, o consumo energético médio nos diferentes estágios é de 13% na britagem, 71% na Moagem e 16% na Flotação (Wills e Napier-Munn, 2006). Portanto, é de vital importância o uso e o controle eficiente dessas operações.

Técnicas de modelagem e métodos quantitativos são fundamentais para o estudo e desenvolvimento da engenharia de processos. O principal potencial da modelagem matemática como uma ferramenta de otimização é a possibilidade de explorar diferentes cenários de uma maneira rápida e eficiente, sem a necessidade de realizar ensaios dispendiosos em usinas piloto. Contudo, a modelagem na área de processamento mineral tem sido difícil devido à complexidade das unidades de operação. Os modelos empíricos, como o modelo de Bond, focado nas relações entre energia aplicada e redução de tamanhos e os modelos fenomenológicos, baseados no modelo do balanço populacional (MBP), têm apresentado importantes limitações em sua aplicação. Por um lado, o modelo empírico pode ser útil, particularmente se é necessária uma resposta aproximada numa região de interesse em que as variáveis têm faixas de valores limitados (Box, Hunter e Hunter, 1999). No caso do modelo de Bond, este não incorpora uma série de efeitos importantes de segunda ordem (i.e eficiência no classificador, tamanhos de bolas, perfil do *lifters* entre outros) e não deve ser utilizado como um guia preciso, tanto do ponto de vista operacional quanto econômico (Austin e Brame, 1983). O MBP tem sido fundamental no projeto e controle de processos

de cominuição. Porém, tem-se mostrado incapaz de desacoplar os efeitos relacionados ao equipamento, das propriedades intrínsecas de quebra do material processado, além de mostrar dificuldades em descrever as taxas de quebra de ordem não linear e explicitar as contribuições de características construtivas e operacionais de equipamentos na cominuição.

Diante das limitações, se torna clara a necessidade de compreender as características do ambiente de cominuição nos moinhos. Com esse objetivo Mishra e Rajamani (1992) aplicaram o Método dos Elementos Discretos ou, *Discrete Element Method (DEM)* na modelagem de moinhos tubulares. Embora os métodos para simular a quebra do material não se encontram bem desenvolvidos, hoje em dia o *DEM* é uma ferramenta madura e válida para a compreensão de fundamentos de fragmentação e fornecer informações para o projeto, otimização e operação de dispositivos (Weerasekara *et al.*, 2013). Do mesmo modo, é evidente a necessidade da compreensão dos mecanismos envolvidos na redução de tamanhos de partícula e como esses mecanismos estariam relacionados à aplicação dos esforços. Estes conceitos se relacionam com os modelos mecanicistas.

Vários pesquisadores têm proposto modelos mecanicistas com notáveis resultados (Bourgeois e King, 1993; Datta e Rajamani, 2002; Herbst, 2004; Powell, 2006); dentro deste seleto grupo encontra-se o modelo mecanicista UFRJ, o qual é um modelo com características destacadas, pois incorpora os conceitos de probabilidade de ruptura e energia de fratura, além de um modelo proposto sobre a fratura de partículas por impactos repetidos usando mecânica do dano contínuo (Tavares e King, 2002). Uma das principais características é a capacidade de descrever o enfraquecimento das partículas devido a eventos de impacto. Por outro lado, modelos como *Unified Comminution Model (UCM)* (Powell, 2006) e *High Fidelity Simulation HFS* (Herbst, 2004) não consideram esse importante aspecto, ou sua descrição requer que a população de partículas seja descrita com propriedades médias ou que as partículas sejam rastreadas individualmente, o que exige um esforço computacional muito alto (Carvalho, 2013).

Em relação à moagem de bolas, alguns pesquisadores (Carvalho, 2009; Carvalho e Tavares, 2013; Francioli, 2015) têm trabalhado na validação prévia do modelo UFRJ, encontrando bons resultados. Dentre esses resultados, vale destacar a capacidade do modelo em descrever as taxas de moagem não lineares, à sua sensibilidade às mudanças no perfil dos *lifters*, a predição dos efeitos da sinergia entre as propriedades do material e as variáveis

na moagem sem os métodos tradicionais de escalonamento, além de outras características. No entanto, ainda que nenhuma das hipóteses iniciais tenha sido refutada, o modelo também tem apresentado algumas limitações, principalmente nas previsões da parte mais fina da distribuição granulométrica do produto e na moagem utilizando bolas de menor diâmetro.

O presente trabalho realiza a aplicação, adequação e validação do modelo UFRJ nas operações de moagem em batelada, testando cada uma das hipóteses do modelo UFRJ e validando seu comportamento em cenários antes não testados. Para isso, foi projetado e instalado no Laboratório de Tecnologia Mineral (LTM) um moinho com 58 cm de diâmetro, o qual permitiu comparar cinéticas de moagem diferentes e uma descrição mais realista da moagem de partículas mais grossas. Por outro lado, o modelo de abrasão foi relacionado com a dificuldade do modelo UFRJ nas previsões dos finos. Assim, propõe-se um novo modelo de abrasão em função da energia de impacto, que separa o mecanismo de lascamento e atrição, este último utilizando a componente tangencial da energia de impacto, alcançando melhorias e resultados mais realistas.

Além disso, diversos pesquisadores nas suas simulações usando *DEM* (Cleary e Morrison, 2011) concordam que existe um número de colisões no interior do moinho que não envolve partículas de minério, apesar disso, enquanto vários modelos, dentre eles o UFRJ, assumem que em cada evento de colisão existe material a cominuir envolvido. Esse efeito foi estudado e incorporado no modelo.

Por fim, a partir dos novos modelos e das alterações propostas, simulações do modelo UFRJ em diferentes cenários foram realizadas com resultados satisfatórios quando comparados com resultados experimentais.

2 OBJETIVOS

2.1 Objetivo geral

Validar o modelo mecanicista UFRJ na moagem de bolas em batelada.

2.2 Objetivos específicos

- ✓ Validar cada uma das hipóteses nas quais se baseia o modelo.
- ✓ Validar o modelo na descrição da moagem em batelada a seco com um diâmetro de moinho.
- ✓ Validar o modelo na descrição da moagem em batelada com diferentes diâmetros de moinho (escalonamento).
- ✓ Validar o modelo, implementando as modificações e avanços necessários para a descrição de moagem em cenários críticos, como cominuição a baixa energia e altas velocidades de rotação.

3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

3.1 Cominuição

As operações de cominuição compreendem diversos estágios de redução de tamanhos de partícula, desde detonações com explosivos, até processos de moagem ultrafina. A ciência básica envolvida na cominuição é a mecânica da fratura. A quebra de partículas em processos de cominuição e degradação é o resultado de um número de microprocessos que ainda não se encontram bem compreendidos (Tavares, 2007). Deste modo, é evidente a importância de se conhecer os conceitos básicos do ponto de vista da redução de tamanho de partícula.

Por definição, entende-se que o termo “material”, mencionado no texto, se refere à população de partículas sólidas, a que pode ser de um minério, um clínquer ou qualquer outro material sólido, que possa ser processado em um equipamento de cominuição.

3.1.1 Mecanismos de quebra

Nas operações de cominuição, as forças aplicadas às partículas podem ser de compressão, de cisalhamento ou de impacto. Particularmente, nas operações de moagem de bolas a fratura das partículas é realizada por meio de um corpo moedor impactando a partícula. Quando a energia cinética dos corpos moedores é suficiente para causar fratura volumétrica, ocorre uma sequência de eventos individuais de fratura. Uma parte da energia é consumida num primeiro evento, onde o material é quebrado e gera partículas filhas. No entanto, nem toda a energia é consumida neste primeiro evento, de maneira que existe uma energia residual que é absorvida pelas partículas filhas (fragmentos) até que toda a energia cinética do corpo moedor seja dissipada. O número de eventos sequenciais de quebra que ocorre durante o impacto de uma partícula é determinado primariamente pela energia cinética do peso, no instante do impacto. Quanto maior essa energia, maior o número de eventos sequenciais, e vice-versa.

Os mecanismos de quebra podem ser classificados em função da energia aplicada. Existem dois tipos de fenômenos na cominuição de baixa energia, o lascamento (*chipping*) e a atrição. Cabe ressaltar que os dois regularmente são considerados em um mesmo mecanismo, chamado mecanismo de abrasão, o qual se

caracteriza pela ação predominante de esforços cisalhantes. O lascamento ocorre quando a energia de impacto é suficiente para fragmentar a partícula, mas essa quebra não supera 10 % de sua massa original. Já a abrasão é identificada quando há interação entre as mesmas partículas, paredes do moinho e corpos moedores (Khanal e Morrison, 2012), na qual a partícula inicial passa por um processo quase contínuo de redução de tamanho, responsável pela geração de finos (Figura 3.1 (a)).

Quando a intensidade de aplicação da energia é baixa, mas suficiente para causar a quebra volumétrica do material; a fragmentação ocorre pelo mecanismo da clivagem. Neste caso diversos fragmentos relativamente grossos são gerados, ao mesmo tempo em que partículas muito mais finas se originam nos pontos de contato de aplicação dos esforços (Figura 3.1 (b)). Por último, quando se aplica uma elevada taxa de energia, o mecanismo característico é o estilhaçamento, o qual se distingue pela produção de um amplo espectro de tamanhos de fragmentos (Figura 3.1 (c)). Se o nível de energia aplicada é demasiado alto, a partícula quebra mais fino do que o necessário e seus fragmentos podem até se aglomerar (Tavares, 2004).

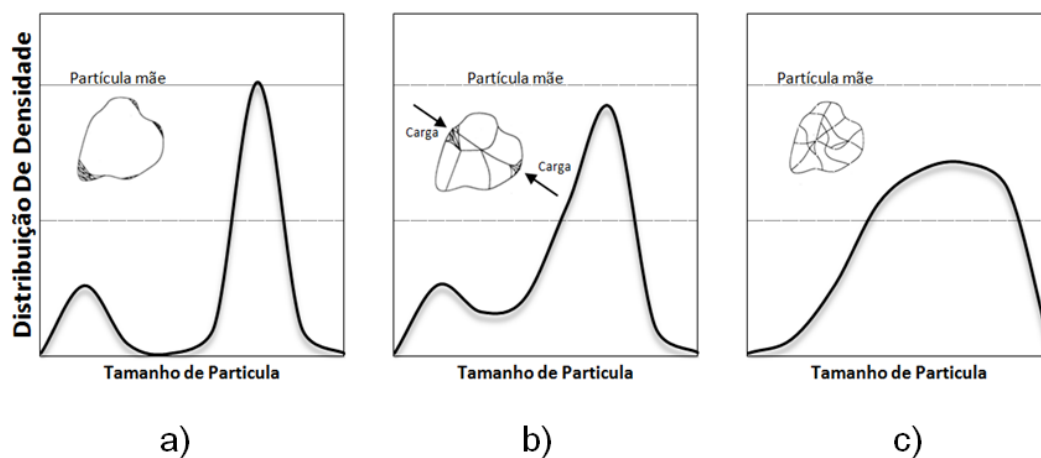


Figura 3.1. Distribuição de partículas segundo mecanismo de fratura: a) Abrasão b) Clivagem c) Estilhaçamento

O mecanismo predominante na fragmentação de uma partícula, além de estar fortemente influenciado pelas condições do carregamento, também é associado à forma e ao tamanho das partículas (Tang *et al.*, 2001). No que diz respeito à forma da partícula alguns autores (Norazirah, Fuad e Hazizan, 2016; Unland e Al-Khasawneh, 2009) encontraram que, segundo o formato da partícula, a maneira como a energia é aplicada e os tempos de contato mudam. Também é sabido que o tamanho da partícula influencia

na energia demandada para fragmentação, sendo que para maiores tamanhos há uma maior demanda para a quebra, embora a energia total por unidade de massa (energia específica) seja baixa, quando comparada a tamanhos menores de partícula. Por outro lado, quando a partícula é fina, a energia de fratura por partícula é pequena, no entanto, é elevada a energia específica (Beraldo, 1987).

Por outro lado, quando uma partícula é submetida a uma energia que não é suficiente para causar a quebra volumétrica, esta energia gera um dano na partícula (Krogh, 1980; Pauw e Maré, 1988). A medida que a partícula recebe uma maior quantidade de impactos, este dano vai se acumulando até gerar uma quebra volumétrica na partícula. Este efeito pode ser visto na Figura 3.2, que ilustra o aumento na quantidade ou tamanho das trincas como aumento no número de impactos sequenciais, até ocorrer a quebra da partícula (Tavares, 2009).

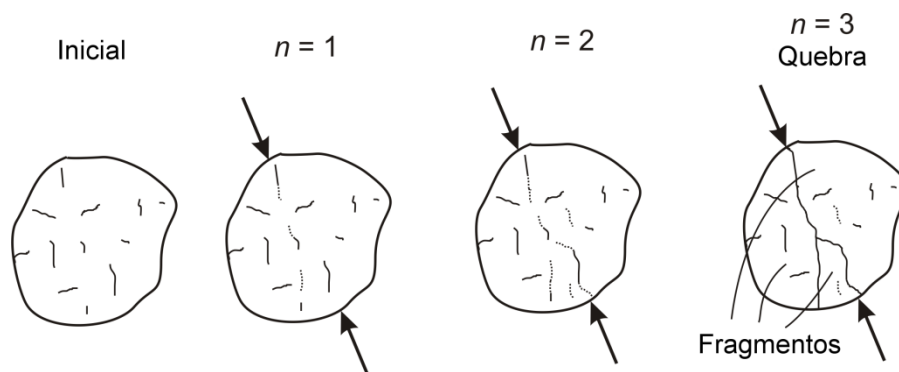


Figura 3.2. Enfraquecimento devido ao acúmulo de dano de uma partícula submetida a repetidos impactos (Tavares, 2009)

Tavares (2009) expõe que além do crescimento das trincas, existe outra razão pela qual as partículas não quebram em primeira instância. Esta corresponde ao fato de que a resistência das partículas depende da sua orientação, de maneira que impactos repetidos são necessários até encontrar essa orientação predileta.

O enfoque de um modelo mecanicista é desacoplar cada um dos mecanismos que atuam em um processo. Com a necessidade de descrever estes mecanismos, foram desenvolvidos alguns testes em laboratório que conseguiram quantificar o aporte de cada microprocesso envolvido na cominuição.

3.1.2 Ensaio de quebra individual

As propriedades fundamentais dos processos de cominuição podem ser estudadas de uma maneira mais eficiente por experimentos bem controlados de quebra de partículas individuais. Além disso, é sabido que a quebra de partículas individuais é o método mais eficiente na redução do tamanho (Tavares, 2004), por conseguinte, é uma boa referência da eficiência energética dos equipamentos de cominuição.

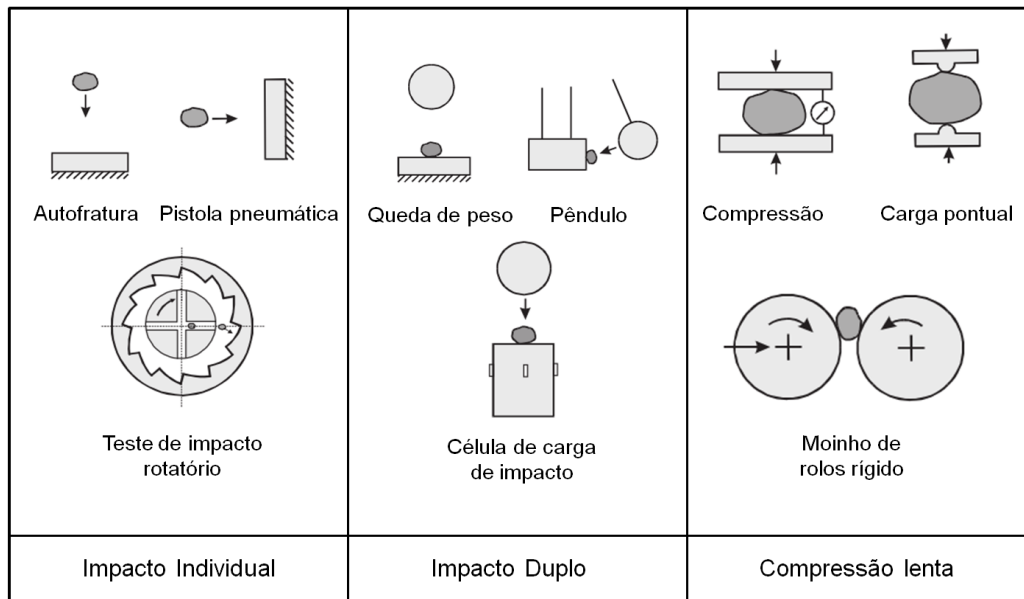


Figura 3.3. Tipos de testes de quebra de partícula individual, utilizados na caracterização de partícula (Tavares, 2007)

O objetivo principal dos diferentes ensaios é aplicar ao material uma energia conhecida. Estes ensaios podem ser classificados segundo a aplicação do esforço e o número de pontos de contato. Assim, existem ensaios de impacto individual, duplo e de compressão lenta. Cada um deles é ilustrado na Figura 3.3. Da mesma forma, estes ensaios podem ser classificados segundo a velocidade de impacto: desde impactos de baixas a altas velocidades. Na primeira categoria se encontram ensaios como a autofratura, que consiste em liberar a partícula desde uma altura conhecida. Neste caso a energia a qual a partícula é submetida é função da massa da partícula e da altura da queda (Equação 3.1). Esta dependência limita o uso deste teste só para partículas razoavelmente grossas ou de baixa resistência à fratura (Tavares, 2007).

$$E = mgh$$

Equação 3.1

Na qual m é massa da partícula, g gravidade e h altura desde a superfície de impacto. Com esta limitação se desenvolveram outros grupos de ensaios, como a pistola pneumática. Aqui se empregam velocidade até de 60 m/s (1800 J/kg), sendo possível estudar a influência do ângulo de impacto.

Fechando o grupo de ensaios de impacto individual, tem-se o teste de impacto rotatório. Neste ensaio, a alimentação da partícula é feita no rotor em forma de disco. Frequentemente, esta alimentação é realizada por meio de um alimentador vibratório. Uma vez alimentadas, as partículas são aceleradas em um dos canais radiais para posteriormente ser impactada e quebrada. Tendo em vista que o atrito durante a aceleração pode ser negligenciado, neste caso a velocidade das partículas pode ser calculada pela Equação 3.2:

$$V_o = \sqrt{2}\pi D_r n$$

Equação 3.2

na qual D_r é o diâmetro externo do rotor e n é a frequência de rotações.

O *DWT* (siglas em inglês de *drop weight test*) é um dos métodos mais utilizados para a caracterização da quebra de partículas. Consiste de um peso montado sobre duas guias e uma bigorna sobre uma estrutura pesada (Figura 3.4). Este peso montado cai e impacta sobre uma partícula posicionada sobre a bigorna. A energia de impacto é ajustada manualmente em função da altura e/ou o peso montado. Diferentes geometrias do peso montado e bigornas são usadas (Napier-Munn *et al.*, 1996; Tavares e King, 1998; Tavares, 2007), encontrando diferenças no produto com o uso de cada geometria.

Em um ensaio padrão do *DWT* padronizado pelo instituto de pesquisa JKMRC da Austrália, são testadas partículas de cinco classes (13,2-16 mm, 19-22,4 mm, 26,5-31,5 mm, 37,5-45 mm e 53-63 mm) cada uma com três níveis específicos de energia. Para cada nível 30 partículas são testadas uma por uma, evidenciando quão árduos podem ser este tipo de ensaios (Zuo e Shi, 2016).

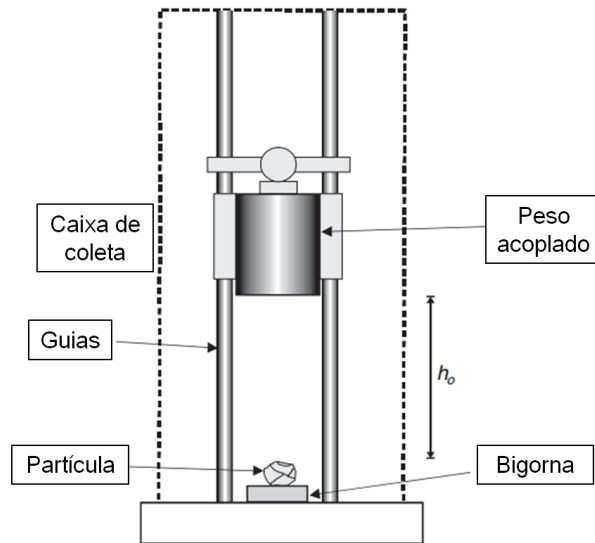


Figura 3.4. Esquema de Queda de peso

Poderia se dizer que o *DWT* tem duas limitações. A primeira corresponde à energia aplicada à partícula, e a segunda no que diz respeito à medida direta da energia de cominuição. Uma excelente alternativa para resolver a primeira limitação tem sido o teste de pendulo, do qual existem diferentes tipos. No entanto, o princípio continua sendo o mesmo, impactar a partícula com uma ou duas massas acoplada a um pivô que permite sua movimentação livremente. O uso deste equipamento é mais comum para calcular o índice de britabilidade de Bond (*CWI - crushing work index*).

Para superar a segunda limitação, o *DWT* foi instrumentado com uma barra Hopkinson (1914). Ainda que com o próprio esquema proposto por Hopkinson é possível fazer a medição da energia de fratura da partícula, existem algumas limitações dadas pela alta variabilidade no comportamento do minério (Tavares, 2007). Conseqüentemente, foi desenvolvida a célula de carga de impacto (ILC), que consiste em uma barra equipada com extensômetros. Sobre esta barra a amostra a testar é colocada (como a bigorna) para depois ser impactada. O impacto gera uma deformação na barra que é captada pelos extensômetros, o qual converte em um impulso elétrico. Este sinal é registrado em função do tempo, usando um apropriado sistema de armazenamento (Figura 3.5).

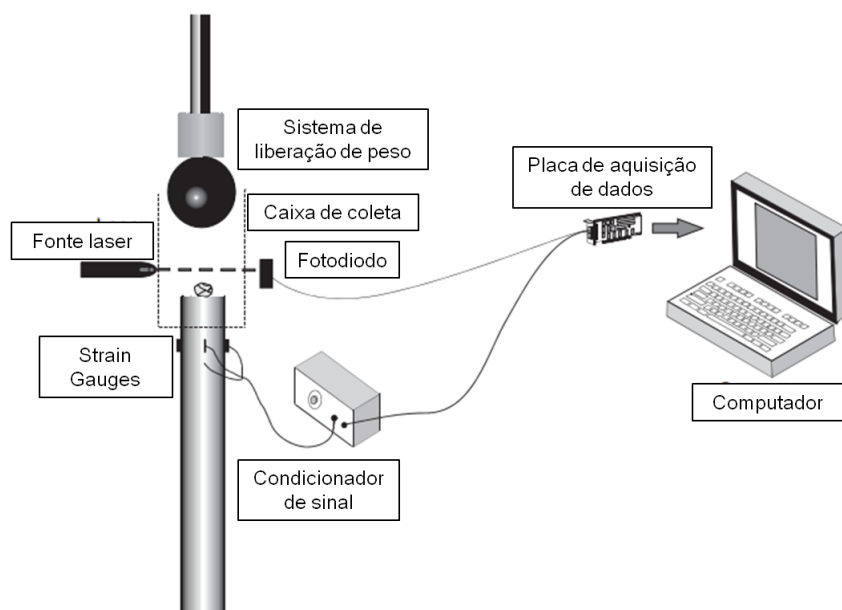


Figura 3.5. Esquema da célula de carga (Tavares, 2007)

Por último, diversos equipamentos industriais como britadores de mandíbulas, giratórios ou de rolos utilizam o efeito físico de compressão para cominuir o material. Este efeito consiste em aplicar um esforço uniaxial sobre a partícula. Desta maneira, estes ensaios de compressão permitem aplicar forças controladas e medir a deformação que elas geram sobre o material. Esta característica é a principal vantagem em relação às metodologias descritas anteriormente. Os ensaios de compressão têm sido aplicados a níveis industriais com capacidade para aplicar 4000 kN de força e medir até 0,5 m de deformação (Unland e Szczelina, 2004). Assim, têm sido de importante ajuda no dimensionamento de equipamentos industriais desde um ponto de vista mais científico que empírico.

3.1.3 Modelagem de quebra de partículas

Os materiais geológicos, geralmente, apresentam uma alta quantidade de heterogeneidades e, para descrever a suas propriedades é necessário de teorias estatísticas. Uma das principais propriedades é a energia de fratura, a qual é definida como a energia armazenada pela partícula até o instante da fratura (Tavares, 1997). A variabilidade das energias de fratura das partículas contidas em uma determinada faixa de tamanhos pode ser descrita adequadamente pela utilização de diferentes distribuições

(King, 2001; Krogh, 1980; Weicher, 1992). Uma das mais utilizadas tem sido a distribuição log-normal, descrita pela Equação 3.3:

$$F(E_m) = \frac{1}{2} \left[1 + \operatorname{erf} \left(\frac{\ln E_m - \ln E_{m50}}{\sqrt{2\sigma^2}} \right) \right] \quad \text{Equação 3.3}$$

na qual E_{m50} é a mediana da distribuição de energias de fratura das partículas, que corresponde à energia específica de fratura que resulta na quebra de 50 % das partículas da população, σ^2 é a variância da distribuição e E_m é a razão entre a energia de colisão (E) e a massa média de partículas.

Os fragmentos das partículas quebradas são recolhidos e analisados por peneiramento. As relações de massa e energia aplicadas ao minério podem ser utilizadas para a construção de uma função conhecida como função quebra, que procura determinar o produto da quebra de partículas individuais de um minério quando são submetidas a determinada energia.

Austin (1984) propôs a Equação 3.4 para descrever a população de partículas quebradas do evento de impacto:

$$B(x; x') = \phi \left(\frac{x}{x'} \right)^\gamma + (1 - \phi) \left(\frac{x}{x'} \right)^\beta \quad \text{Equação 3.4}$$

Assim, a função quebra pode ser definida como a proporção de partículas menores que o tamanho x , resultantes da fratura de partículas de tamanho representativo x' , na qual ϕ , γ , β são constantes adimensionais do material. Os valores de n_i representam o que pode ocorrer em função da tensão que causa a fratura, sendo por impacto ou compressivo. $B(x;x')$ encontra-se da forma cumulativa, mas para a aplicação em modelos deve-se passar para a sua forma de densidade de distribuição $b(x;x')$. O primeiro termo da Equação 3.4 descreve a distribuição de tamanhos da fração na população produzida pelos esforços de compressão (ϕ), ou seja, o material mais fino. O segundo termo descreve o material mais grosso da distribuição. Geralmente, considera-se que os dados de distribuição granulométrica são normalizáveis, ou seja, somente dependem da razão x/x' . Caso os dados experimentais não sejam normalizáveis, as constantes ϕ , n_1 , e n_2 devem ser determinadas como função do tamanho x .

Outros autores (Narayanan e Whiten, 1983) propuseram outro método para representar a quebra das partículas. Uma função conhecida como a função aparência (*appearance function*), nome introduzido em 1960s como o fim de prover um termo com uma definição única (Özer e Whiten, 2012). Narayanan e Whiten propuseram que a distribuição de tamanhos das partículas filhas, na maioria dos casos obtida desde ensaios de quebra, podem ser descritas por uma família de curvas que precisam unicamente de um parâmetro para identificar cada curva em particular (Narayanan e Whiten, 1983). Estas curvas são chamadas de t_n , e são definidas como a porcentagem de material menor que d_i/n depois do evento de quebra, sendo d_i o tamanho da partícula mãe.

Para obter a família completa de curvas *appearance function*, é necessário relacionar cada t_n com o t_{10} , o qual corresponde à quantidade de material menor que 1/10 do tamanho da partícula inicial (mãe), depois de um evento de quebra. Este termo é representado em função de energia específica de cominuição (Ecs) e dos parâmetros A e b (ver Equação 3.5), que devem ser obtidos a partir de ensaios experimentais. Além disso, estes dois parâmetros estão relacionados com a susceptibilidade à fragmentação de uma rocha. Quando o produto $A*b$ possui um valor baixo, indica que a rocha pode ser considerada dura ou tenaz.

$$t_{10} = A [1 - \exp(-b * Ecs)] \quad \text{Equação 3.5}$$

Figura 3.6 pode-se observar o comportamento do t_{10} (geração de finos) em função da energia específica de cominuição. Na qual à medida em que aumenta a energia também aumenta a quantidade de finos no produto. Note-se que existe um valor t_{10max} , que indica o aumento da energia aplicada não gera uma maior cominuição, de esta maneira a partir deste valor a utilização da energia diminui e é dissipada de outras formas, como na aglomeração dos fragmentos e na geração de calor.

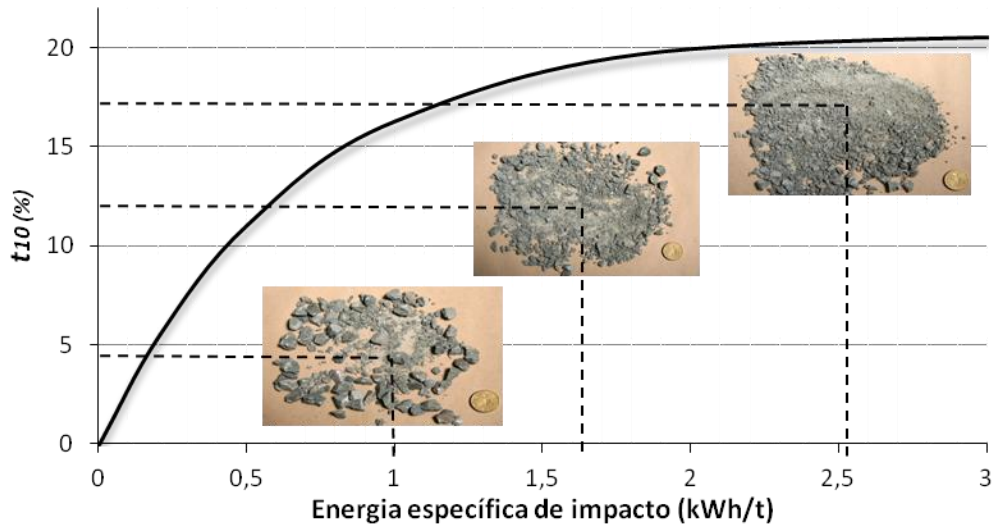


Figura 3.6. Influência da energia na quebra de partículas

Para correlacionar esse t_{10} com os t_n e conseguir representar a função quebra inteira, é necessário um conjunto de polinômios de *splines* cúbicas para fazer a interpolação e gerar a *appearance function*. Esta relação pode ser observada na Figura 3.7.

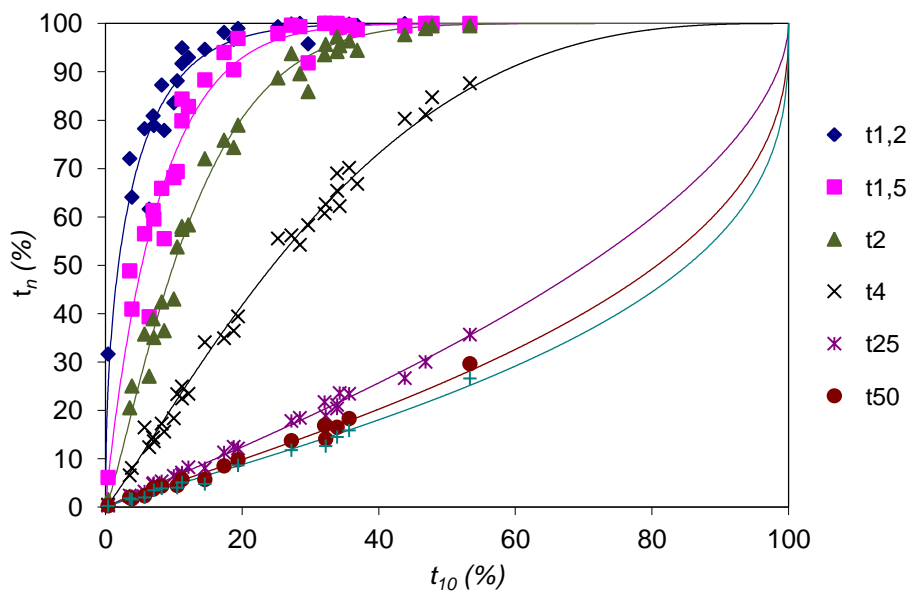


Figura 3.7. Família de curvas t_{10} vs t_n . (*appearance function*). Dados experimentais (pontos), ajuste por *splines* cúbicas (linhas)

Como já foi mencionado, o tamanho de partícula influencia diretamente as suas características de quebra. Isto se deve principalmente ao número de defeitos acumulados (trincas, poros) cujo efeito foi estudado por diversos autores (Fandrich, Clout e Bourgeois, 1998; Tavares e King, 1998; Yashima, Kanda e Sano, 1987). Eles concluíram que partículas de maior tamanho têm uma menor energia específica de fratura que as de menor tamanho (Figura 3.8). Evidentemente, existe uma relação potencial entre o tamanho da partícula e a energia específica média de fratura. Portanto, um modelo baseado na teoria da confiabilidade (Tavares, 1997) foi proposto:

$$E'_{m50,i} = E_{m,\alpha} \left[1 + \left(\frac{d_o}{d_i} \right)^\varphi \right] \quad \text{Equação 3.6}$$

sendo $E_{m,\alpha}$, d_o e φ constantes do material.

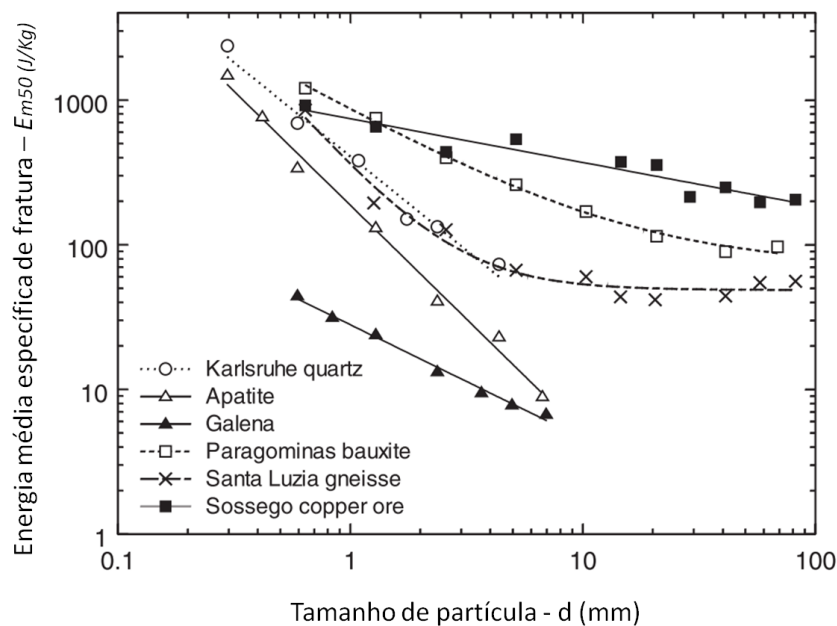


Figura 3.8. Variação da energia média específica de fatura com o tamanho de partícula (Tavares, 2004)

Além disso, o tamanho da partícula mãe também se relaciona com a distribuição do tamanho das partículas filhas. Ou seja, existe uma influência desta variável no valor do t_{10} , o que por sua vez, contradiz o proposto por Narayanan e Whiten e representado na Equação 3.5. Tavares (1997) encontrou algumas anomalias na metodologia utilizada por Narayanan e Whiten, principalmente, na descrição da quebra das partículas de menor tamanho. Em vista disso, o autor encontrou que existe uma relação entre a energia de impacto e a energia requerida para a fratura primária da partícula. Assim, a Equação 3.5 torna-se:

$$t_{10} = A \left[1 - \exp \left(\frac{-b' * E_{cs}}{E_{m50}} \right) \right] \quad \text{Equação 3.7}$$

Uma vez estabelecida a metodologia para representação da quebra das partículas, são apresentados a seguir alguns modelos básicos para operação de equipamentos de cominuição. Evidentemente, o presente trabalho foca nas operações de moagem de bolas, por conseguinte, os modelos a apresentar se encontram com este mesmo enfoque.

3.1.3.1 Modelagem da abrasão

É dito que a abrasão é a quebra mais lenta das partículas mais arredondadas (Banini, 2000). De um ponto de vista de cominuição, existem dois trabalhos importantes na quebra superficial de partículas. A aproximação de Leung (1987) e o desenvolvido por Loveday e Naidoo (1997). O enfoque do último consistiu em um moinho de 60 x 50 cm, com *lifters* de borracha de 5,4 cm de altura. Foram testadas a influência de variáveis como a velocidade do moinho, tamanho do *lifter*, massa de material, entre outras.

Resultados relevantes foram encontrados por Loveday e Naidoo. Por exemplo, a taxa de produção de finos por unidade de massa aumenta com o tamanho da partícula, de maneira que com maiores tamanhos mais fino são gerados. Do mesmo modo, o trabalho evidenciou um aumento na taxa de abrasão com o aumento na massa carregada. Por último, os autores encontraram uma forte relação da perda de massa por abrasão com a dureza superficial do minério.

Um modelo utilizado amplamente para a modelagem do mecanismo de abrasão foi o desenvolvido pelo JKMRC (Napier-Munn *et al.*, 1996). Este modelo por meio de um ensaio de tamboramento padronizado caracteriza a suscetibilidade do material processado à quebra por abrasão. Neste ensaio uma amostra de 3 kg de material de tamanho 53,0 x 37,5 mm é submetida ao tamboramento em um moinho tubular de 30 cm x 30 cm, sem carga de corpos moedores por um período de 10 minutos. Posteriormente, realiza-se uma análise granulométrica do material no moinho. Dessa análise granulométrica determina-se um parâmetro chamado Pa que diz respeito ao índice de abrasão do material processado (Figura 3.9). O parâmetro Pa corresponde à proporção de partículas finas geradas ao fim do ensaio de tamboramento. King (2001) propôs que este parâmetro seja utilizado diretamente no cálculo da taxa de quebra por abrasão (k) na modelagem de moinhos autógenos e semi-autógenos. Como é descrito na Equação 3.8:

$$k = \frac{Pa}{\text{ciclo}} dt \quad \text{Equação 3.8}$$

Uma vez estabelecida a quantidade de material fino gerado pela abrasão, a seguir, foi modelada a função quebra de abrasão, ou seja, como é distribuído esse material quebrado nas classes inferiores:

$$A_i = \left(\frac{d_i}{d_A} \right)^{\lambda_A} \quad \text{Equação 3.9}$$

sendo d_A o tamanho do maior fragmento gerado por abrasão e λ_A a inclinação da reta da curva de distribuição de tamanhos dos produtos do ensaio de abrasão (Figura 3.9).

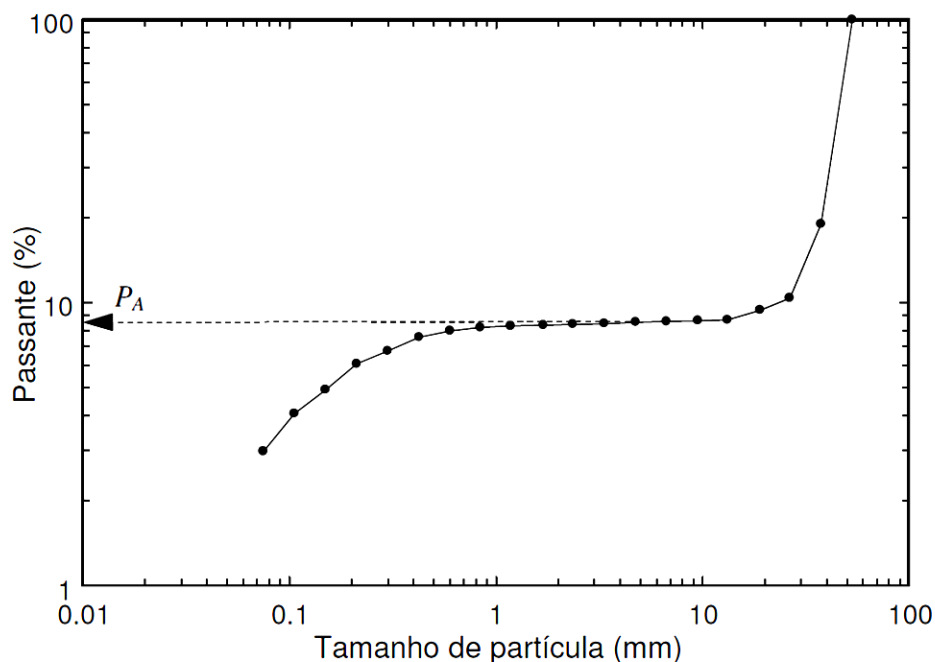


Figura 3.9. Produto do ensaio de abrasão JKMRC para um calcário indicando o valor do parâmetro P_A . Fonte (Carvalho, 2009)

Alguns autores (Banini, 2000; Khanal e Morrison, 2008, 2012; Loveday e Naidoo, 1997; Yahyaei *et al.*, 2014) estudaram de maneira mais profunda o mecanismo de abrasão, e evidenciaram alguns desacertos deste modelo. Evidentemente o experimento não considera alguns aspectos:

- i. Influência na abrasão do tamanho da partícula.
- ii. A abrasão é independente da energia aplicada.
- iii. O número de partículas varia para cada teste, pois é função da massa específica do material. Pesquisas anteriores (Devasahayam e Kojovic, 1995) observaram uma influência significativa do número de partículas no produto de abrasão.
- iv. Re-moagem das partículas filhas.

Leung (1987), após realizar testes sucessivos, concluiu que a melhor maneira de medir a quebra superficial é por meio de técnicas de impacto único de partículas.

Cunha (2015) propôs um modelo de abrasão em função da energia de impacto. O autor baseou-se em resultados de ensaios de autofratura, caracterizou a quantidade de massa perdida em função da energia da colisão. Desta maneira, Cunha empregou três energias diferentes correspondentes à queda de partículas desde 1, 4 e 8 metros de altura, com o intuito de fornecer subsídios para analisar a quebra em equipamentos de britagem do tipo britador de impacto de eixo vertical (VSI), objeto de estudo do autor. Além disso, utilizou material granulito de diferentes fontes, uma delas proveniente da mesma empresa Pedra Sul Mineração, também empregada no presente trabalho.

Inicialmente, Cunha separou em duas classes os ensaios realizados desde 8 metros. A primeira distribuição se refere aos cinco primeiros impactos e a segunda distribuição são referentes aos impactos subsequentes (Ver Figura 3.10). Nos primeiros impactos seria esperado que houvesse uma perda mássica maior devido ao formato irregular das partículas (lascamento). Entretanto, isso não ocorreu para todos os casos avaliados. Presume-se ainda no modelo que o tamanho inicial das partículas não influencia a taxa de geração e a distribuição dos tamanhos dos fragmentos da abrasão.

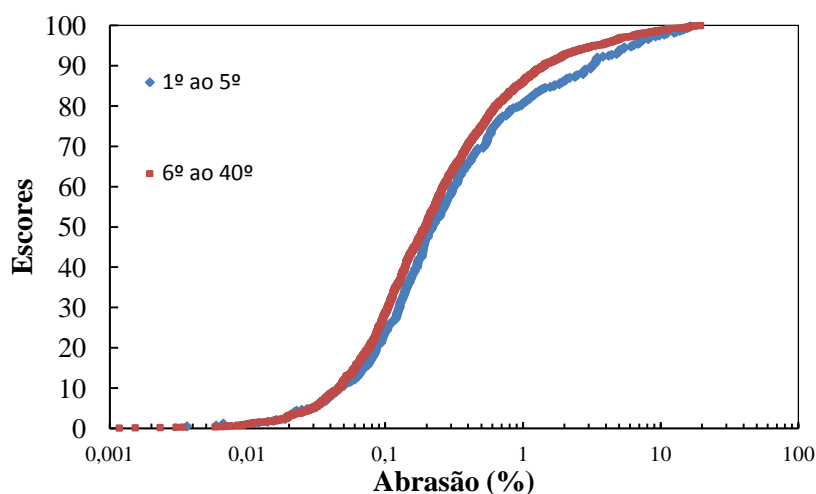


Figura 3.10. Resultado dos ensaios de autofratura para ensaios de queda livre, com altura de 8 metros para o tamanho de partícula de 22,4 x 19,2 mm (Cunha, 2015)

Cunha encontrou uma relação potencial entre a energia e a perda mássica por abrasão (Figura 3.11).

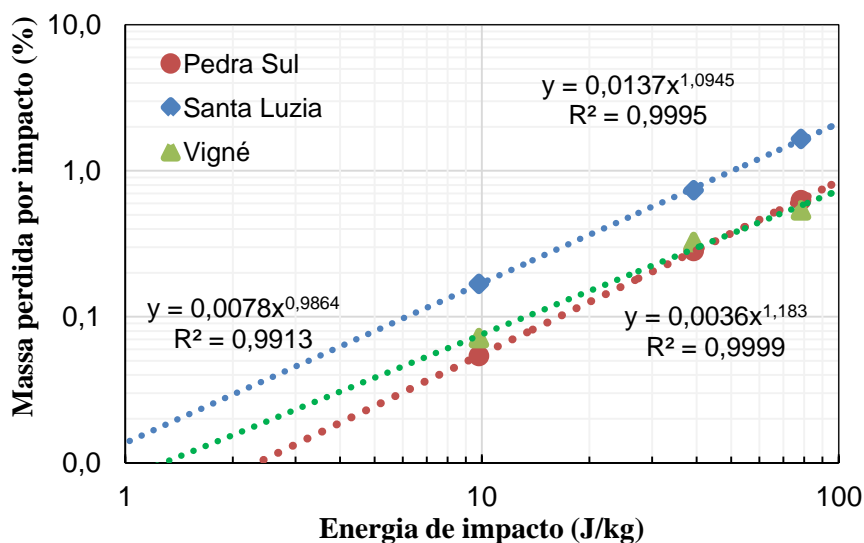


Figura 3.11 Resultado dos ensaios de autofratura para alturas de queda de 1, 4 e 8 metros para o tamanho de partícula de 22,4 x 19,2 mm (Cunha, 2015)

3.1.3.2 Mecânica do dano

Um dos pioneiros na modelagem do enfraquecimento de partículas foi Tavares (1997). O modelo da mecânica do dano desenvolvido por Tavares é fundamentado na teoria de contatos elásticos de Hertz. De uma maneira resumida, a seguir é apresentada a sua abordagem. No entanto, uma descrição mais detalhada pode ser encontrada em outra publicação (Tavares e King, 2002).

O autor parte de alguns princípios como esfericidade da partícula, superfície de impacto perfeitamente plana, um valor constante de rigidez da partícula e inicialmente, um comportamento perfeitamente elástico. Segundo o autor, por meio da Equação 3.10 é possível relacionar a energia específica de fratura e o número de impactos sucessivos no qual ela é submetida:

$$E_n = E_{n-1} (1 - D_n^*) \quad \text{Equação 3.10}$$

sendo E_n a energia de fratura da partícula após o impacto sem quebra, ou seja, a nova energia de fratura da partícula, E_{n-1} é a energia imposta pelo impacto e o D_n^* a quantidade de dano que foi submetida à partícula. Essa quantidade de dano sofrido no n -ésimo ciclo de carregamento é dado por:

$$D_n^* = \left[\frac{2\gamma}{(2\gamma + 5 - 5D_n^*)} \frac{E_{k,n}}{E_{n-1}} \right]^{\frac{2\gamma}{5}} \quad \text{Equação 3.11}$$

onde γ (susceptibilidade ao dano) é o único parâmetro do modelo a ser calibrado. Quanto mais baixo for o seu valor, maior é a receptividade do material a acumular-se danos e, portanto, enfraquecer como resultado de impactos repetidos.

É importante ressaltar que a Equação 3.10 e a Equação 3.11 devem ser resolvidas iterativamente por algum método numérico e que o valor de D_n^* converge em poucas iterações (aprox. 10) desde uma estimativa inicial $D_n^* = 0$ (Tavares e King, 2002). Para a determinação desse parâmetro é necessária a obtenção da distribuição de energias específicas de fratura, esta pode ser modelada como se apresentou na Equação 3.3.

3.1.4 Modelos Matemáticos na cominuição

Basicamente um modelo deveria criar um sistema de equações que levem em conta as características do material a cominuir (e.g. dureza, energia de fratura, distribuição granulométrica, etc.), as características do equipamento (e.g. potência aplicada, diâmetro, velocidade de rotação, etc.) e, o que é mais complexo, que é a maneira como estes dois elementos se combinam dentro do equipamento durante a operação. Durante décadas, têm-se elaborado diferentes modelos, enfoques e teorias, os quais são de vital importância para se entender o desenvolvimento do modelo mecanicista utilizado no presente trabalho. Por conseguinte, em seguida é apresentada uma breve revisão da evolução da modelagem matemática nos processos de cominuição.

3.1.4.1 Modelo de Bond

A abordagem energética do fenômeno começa com dois modelos: de Rittinger (1876) e o de Kick (1885). Embora sejam denominadas de primeira e segunda lei da cominuição, estas proposições tinham fundamentações teóricas duvidosas e encontraram limitada aplicação em cominuição. Fred Bond (1957) seguindo uma

relação intermediária entre os dois modelos e baseado em uma experimentação extensiva formulou o que é conhecido como a *terceira lei da cominuição*. Na Equação 3.12 pode-se observar no que consistiu o modelo:

$$E = 10Wi \left[\frac{1}{\sqrt{P_{80}}} - \frac{1}{\sqrt{F_{80}}} \right] \quad \text{Equação 3.12}$$

sendo P_{80} e F_{80} o tamanho do 80% passante do produto e da alimentação, respectivamente. Assim, o modelo não depende da geometria do material e fornece o valor de um parâmetro referente ao consumo energético específico do material processado. Este valioso parâmetro chamado *Índice de Bond* ou *Work Index* (Wi) é determinado experimentalmente e representa a energia necessária (kWh/t) para reduzir desde um tamanho muito grosso (i.e. $F_{80} = \text{infinito}$) até um P_{80} igual a 100 μm .

Esta lei é aplicável para britadores, moinhos de barras e bolas a nível industrial, mas é necessária a utilização de relações empíricas. Nessas relações empíricas são incorporados os efeitos do tipo de circuito (aberto ou fechado), do tipo de moagem (seco ou úmido), da razão de redução dos tamanhos de partícula, bem como das características granulométricas da alimentação e do produto (Rowland e Kjos, 1978).

Estes modelos de energia pura fornecem uma descrição macroscópica útil da cominuição como um todo. No entanto, não consideram fatores importantes como o transporte das partículas ou a dissipação da energia na forma de calor, deformação plástica, forma da partícula, etc (Napier-Munn *et al.*, 1996). Por esse motivo a energia consumida nestas operações é muitas vezes superior àquela efetivamente requerida para quebra das partículas (Schonert, 1986). Além disso, o modelo é baseado num ajuste empírico dos dados e sempre haverá uma faixa de erro para qualquer equipamento e o material específico num conjunto de condições de operação (Austin e Brame 1983). O modelo de Bond não inclui vários fatores que são importantes: razão da reciclo (circuitos fechados) e eficiência do classificador, distribuição de tamanhos de bolas, influência do perfil do *lifter*, influência da densidade e reologia da polpa na taxa de moagem. Assim, não pode ser usado como uma guia para um ajuste preciso ou otimização de um determinado sistema (Austin e Brame, 1983).

3.1.4.2 Modelo de Balanço Populacional (MBP)

Conhecendo as limitações dos modelos descritos anteriormente, procuraram-se diferentes alternativas para descrever os complexos mecanismos envolvidos nos processos de cominuição. A principal ferramenta desenvolvida foi o modelo do balanço populacional (MBP), no qual foram situadas algumas considerações em relação com um reator de mistura perfeita (Herbst e Fuerstenau, 1980). Assim, as partículas alimentadas são consideradas como os reagentes e o material cominuído como o produto. No caso de modelos de moinhos, o modelo do balanço populacional é alimentado por equações que regem propriedades médias, como a taxa de quebra e a distribuição de quebra do material.

Este modelo, é normalmente chamado de *modelo de taxas de primeira ordem*, pois presume que há uma taxa constante de quebra para cada fração de tamanho s_i (min^{-1}), que caracteriza a velocidade de desaparecimento das faixas de tamanhos das partículas (Napier-Munn, et al., 1996). Neste ponto, afirma-se uma das principais limitações deste modelo, no qual as taxas de moagem tanto de partículas grossas como finas tende a apresentar comportamento não linear (Tavares e Carvalho, 2009). Este fenômeno se evidencia na carga circulante, que frequentemente se mostra mais difícil de cominuir que o material contido na alimentação nova (Tavares e King, 1998). A taxa de quebra é tipicamente modelada da seguinte forma:

$$\frac{dw_i}{dt} = s_i w_i \quad \text{Equação 3.13}$$

na qual o w_i é a massa da i -ésima fração de tamanho no equipamento. O método da estimativa experimental consiste na integração da Equação 3.13, onde avalia-se a variação da massa da primeira classe de tamanho e determina-se o s_1 :

$$\log \frac{w_1(t)}{w_1(0)} = \frac{s_1 t}{2,3} \quad \text{Equação 3.14}$$

A quebra de primeira ordem, indicada pela linha reta, tem declividade igual a $-s_1$. A razão $w_1(t) / w_1(0)$ representa a fração remanescente de partículas contidas na classe de

tamanho 1. A determinação experimental do s_i pode ser feita a partir de ensaio de moagem em batelada.

Austin (1984) propôs uma equação para descrever a função seleção (S_i) em função do tamanho de partícula x_i :

$$S_i = \frac{s_1 x_i^\alpha}{1 + \left(\frac{x_i}{\mu}\right)^\Lambda} \quad \text{Equação 3.15}$$

sendo α , μ (mm) e Λ parâmetros do modelo que dependem das condições da moagem e das propriedades do material que está sendo alimentado no moinho.

Esta função seleção pode ser escalonada para simulação de moinhos em operação a nível industrial. Entretanto, é importante destacar que o modelo não tem a capacidade intrínseca para simular processos com condições diferentes das estabelecidas inicialmente. Além disso, ele não permite levar em consideração o efeito de mudanças no perfil dos revestimentos de um moinho. Em trabalhos anteriores nos quais foram mudados os tamanhos dos *lifters* no moinho as predições do MBP não concordaram com os resultados experimentais (Carvalho e Tavares, 2013; Francioli, 2015).

O MBP foi estabelecido como uma ferramenta básica para ser aplicada a todos os processos que envolvem interação entre partículas (Rajamani, 1992). No caso da modelagem nos processos de cominuição, onde se tem processos já estabelecidos de análise granulométrica e separação em faixas de tamanhos como o peneiramento. A distribuição do tamanho de partícula deve ser discretizada nas mesmas classes de tamanho. O modelo discretizado em relação à classe de tamanho (i) pode ser descrito como:

$$\frac{d[M(t)w_i(t)]}{dt} = W_{in}(t)w_{in,i} - W_{out}(t)w_{out,i} - s_i(t)w_i(t)M(t) + \sum_{j=1}^{i-1} b_{ij}s_j(t)w_j(t)M(t)$$

Equação 3.16

Na qual w é a fração mássica de partículas na classe de tamanho i . W_{in} e W_{out} são as taxas de alimentação e descarga, respectivamente, b_{ij} função quebra da forma distributiva e M massa total de minério no moinho. Esta massa total (*hold-up*) é função dos tempos de residência do material, os quais podem ser calculados de diferentes maneiras coma realização de experimentos (Concha, 1994).

Na maioria das vezes, o material a ser alimentado no moinho é um sólido heterogêneo, composto de diferentes fases com propriedades distintas, que influenciam nos resultados da moagem deles. Como tem sido mostrado, nenhum dos modelos apresentados leva em consideração este fato, gerando imprecisão nos resultados. Essa imprecisão foi demonstrada em trabalhos anteriores (Costa, 2012). Verificou-se ainda que nem o índice de trabalho de Bond nem as taxas de quebra na moagem obedecem à regra das misturas (Tavares e Kallembach, 2013). Assim, a distribuição granulométrica de cada componente no produto de ensaios de moabilidade de Bond se mantém normalmente inalterada se o material é moído separadamente ou se é moído como parte de uma mistura.

Em resumo, as principais limitações dos modelos semi-empíricos/fenomenológicos e os baseados na energia sofrem inadequações na precisão, aplicação de minérios com multicomponentes e incapacidade de prever o desempenho de equipamentos novos (Weerasekara *et al.*, 2013), além de que se baseiam cada vez mais em fórmulas empíricas, que pretendem corrigir mediante numerosos “fatores de correção” àquelas diferenças encontradas entre os parâmetros obtidos no laboratório e a escala industrial. Por conseguinte, não evoluíram o suficiente para oferecer alternativas práticas de simulação e otimização. Isso proporcionou uma motivação clara para desenvolver os modelos mecanicistas, modelos preditivos com uma visão mais detalhada dos micromecanismos na moagem.

3.2 Moagem de bolas

3.2.1 Generalidades

Normalmente as primeiras etapas da cominuição (i.e. detonação, britagem) não conseguem o tamanho final ótimo no processamento mineral, seja como produto final (e.g. agregados) ou para a liberação do minério necessária nos posteriores processo de concentração. Portanto, o estágio da moagem representa a última etapa dos processos da cominuição, onde por meio de mecanismos de impacto e abrasão se consegue a diminuição do tamanho da rocha e o incremento da energia superficial (Beraldo, 1987).

De acordo com a forma como o movimento é transmitido à carga, moinhos são geralmente classificadas em dois tipos: moinhos agitados (Figura 3.12) e moinhos rotatórios, estes últimos os mais utilizados, nos quais partículas entre 5 e 250 mm são reduzidas até tamanhos entre 40 e 300 μm (Wills e Napier-Munn 2006). Os moinhos rotativos consistem em uma carcaça cilíndrica revestida internamente com placas de aço e/ou borracha, e provida com uma carga de corpos moedores que podem ser bolas, barras ou rochas do mesmo minério.

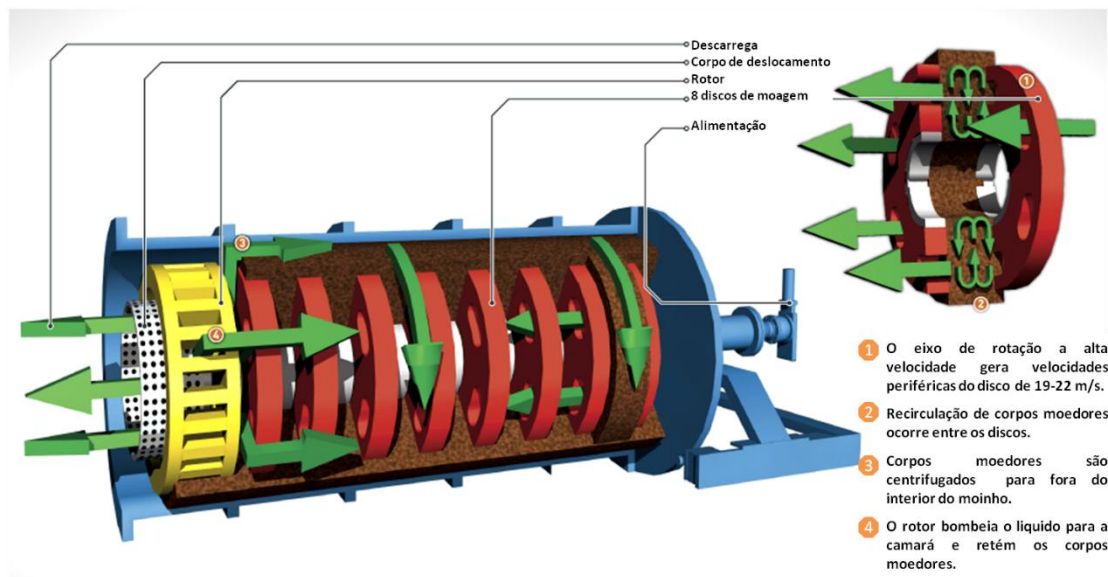


Figura 3.12. Moinho agitador horizontal, (Technology, 2013)

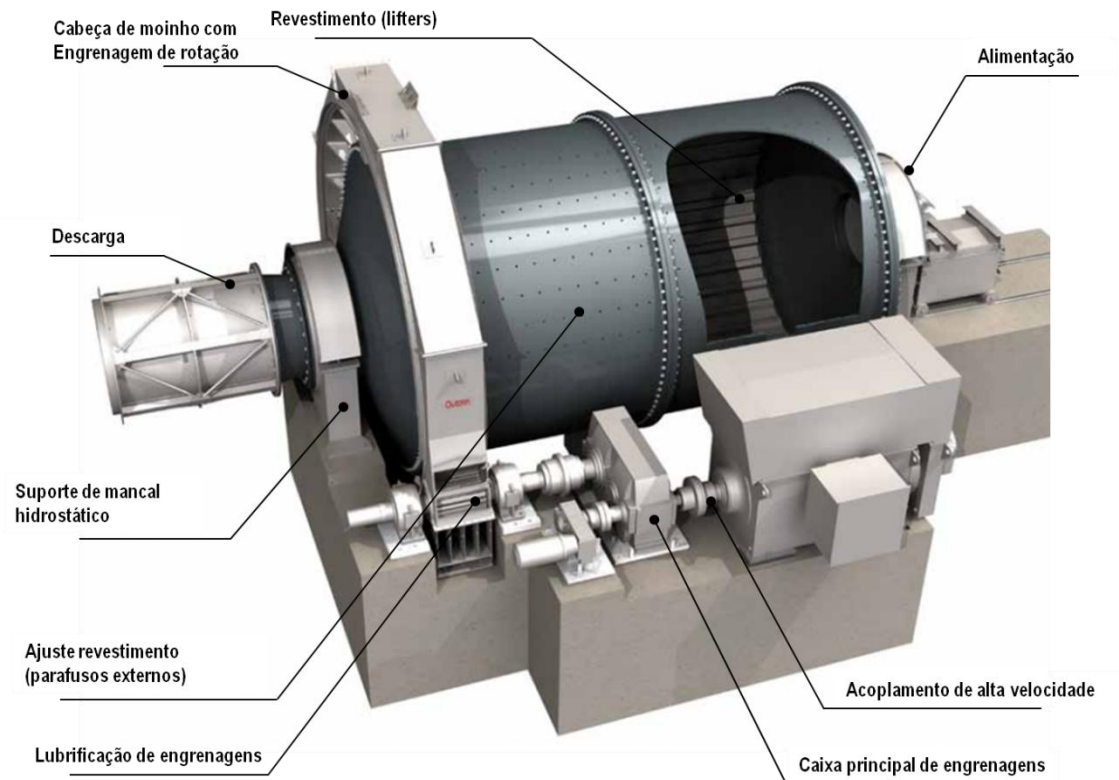


Figura 3.13. Esquema do moinho de bolas. Adaptado de Outotec (2012)

Os moinhos de bolas são moinhos de movimento rotatórios de forma tubular (Figura 3.13), onde o corpo moedor, como o próprio nome indica, são bolas de aço (na maior parte dos casos de diferentes tamanhos). Os corpos moedores, por meio do movimento giratório e de *lifters* (levantadores localizados nas paredes do moinho), são elevadas perimetralmente junto com o minério até atingir uma determinada altura, onde a força da gravidade que se opõem supera a força centrífuga, posteriormente, a carga cairá seguindo um movimento parabólico.

Os moinhos de bolas podem operar em circuitos fechados ou abertos, sendo fechados quando se tem uma unidade classificadora no produto do moinho, a qual retorna o material com uma granulometria maior que a selecionada. Já o produto dos circuitos abertos exibe uma ampla faixa de tamanhos de partículas. No entanto, o principal inconveniente é a porcentagem significativa de material com um tamanho menor que o necessário (sobremoagem). Por outro lado, esta ocorrência é diminuída em circuitos fechados, principalmente pelos menores tempos de residência do material (Wills e Napier-Munn, 2006).

A moagem de bolas não é utilizada somente para a cominuição de minérios e agregados. Além do incremento da energia superficial, em alguns casos, podem ocorrer modificações nas propriedades físicas/químicas do material e proporcionando transformações estruturais e/o reações químicas. Desse modo, existe uma grande variedade de materiais que podem ser processados com diferentes fins, incluindo metais (D’Incau, Leoni e Scardi, 2007; Pochet *et al.*, 1995; Sheibani *et al.*, 2007), orgânicos (In-Yup Jeon *et al.*, 2013; Rubio *et al.*, 2011; Stolle *et al.*, 2011), farmacêuticos (E.L. Parrott, 1974; Patterson *et al.*, 2007; Shan *et al.*, 2016) e compostos (Esawi e Morsi, 2007; Muttalib e Othman, 2016) entre outros.

3.2.2 Variáveis operacionais

Dois tipos de ineficiências podem ser definidas na moagem. A primeira conhecida como a sobre moagem do material. Segundo Austin (1994) o moinho pode moer eficientemente, no entanto, chega a um ponto onde essa energia é desperdiçada em moer material que se encontra suficientemente fino. Principalmente, este caso se encontra relacionado com tempos de residência do material. Por outro lado, existe um tipo de ineficiência que pode ser causada pelas condições operacionais no processo (Concha, 1994), por exemplo: baixos preenchimentos de vazios, densidade de polpas altas, entre outras. Como uma variável operacional, além de outras variáveis, a potência é utilizada para monitorar a carga no moinho, considerando o movimento da carga como a distribuição de impactos de energia conhecida. A potência do moinho é a soma da energia em cada um dos eventos por unidade de tempo (Napier-Munn *et al.*, 1996). Isso não quer dizer que toda a energia empregada na moagem seja consumida na quebra das partículas do minério. Na prática, uma boa parcela dessa energia é dissipada na forma de calor e ruído, além da ruptura das ligações no interior das partículas. (Austin e Klimpel 1984; Morrel 1994; Napier-Munn *et al.* 1996). Outro método para calcular a potência está relacionado com o centro de massa da carga no interior do moinho. Assim, pode-se definir a seguinte equação para o cálculo do torque (T) necessário para girar o moinho:

$$T = M_c g d_c + T_f$$

Equação 3.17

na qual M_c é a massa total da carga do moinho e T_f é o torque necessário para superar o atrito. Cada uma das variáveis da Equação 3.17 são ilustradas na Figura 3.14.

Conhecendo o T é possível calcular potência do moinho P_m a partir de:

$$P_m = 2\pi N_r T \quad \text{Equação 3.18}$$

Sendo N_r a frequência de rotações do moinho.

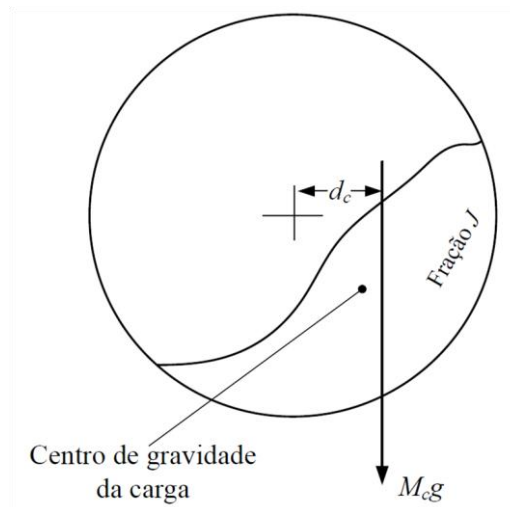


Figura 3.14. Modelo simplificado para o cálculo do torque necessário para girar um moinho tubular, adaptado de King (2001)

A seguir apresentam-se as variáveis operacionais no processo de moagem de bolas e a influência que estas têm tanto na potência quanto na taxa de moagem.

3.2.2.1 Velocidade de rotação

Regularmente, a velocidade de rotação do moinho é relacionada com a velocidade crítica (v_c). Esta v_c é definida como a velocidade na qual um corpo moedor irá permanecer junto à parede do moinho durante uma rotação completa (Gupta e Yan 2006). Esta velocidade está bem descrita pela Equação 3.19.

$$v_c = \frac{42.2}{\sqrt{D - d_b}} \quad \text{Equação 3.19}$$

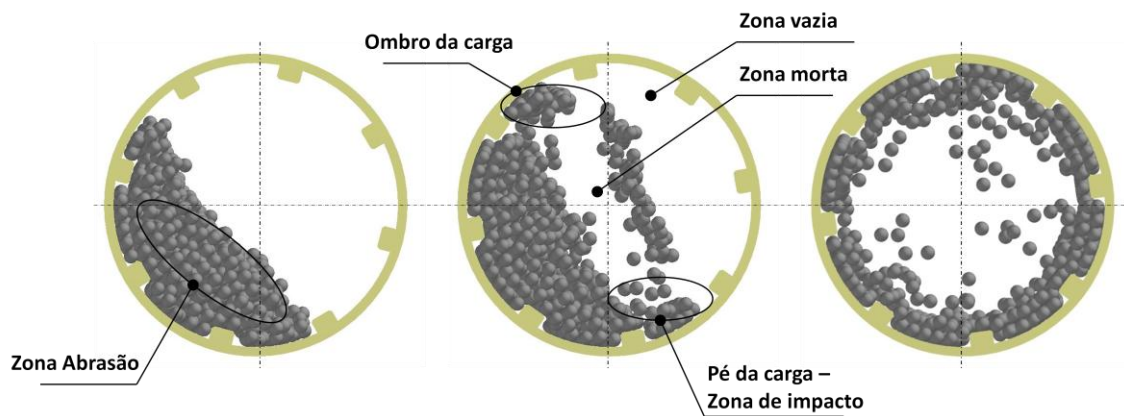


Figura 3.15. Movimento da carga no interior do moinho: Cascata (Esquerda), Catarata (centro) e Centrífugo (Direita)

Na qual D é o diâmetro do moinho e d_b é o diâmetro do corpo moedor em metros. O movimento da carga se encontra diretamente vinculado com a $\%v_c$ que opera o moinho. Assim, ainda que a altura do *lifter* tenha influência sobre este movimento, é possível dizer que para $\%v_c$ menores que 50, o movimento característico é de cascata, onde o mecanismo predominante é a abrasão. Para velocidades de rotação entre 50-90% v_c , o movimento é conhecido como catarata. Aqui existe uma sinergia entre mecanismo de abrasão e estilhaçamento. Finalmente, para velocidades de rotação maiores que 90% v_c o movimento é conhecido como centrífugo (Cleary, 1998) (Figura 3.15).

Normalmente, os moinhos operam em uma faixa entre 65-82% da velocidade crítica v_c (Figura 3.16), resultando na movimentação da cara do tipo catarata. Em condições ótimas, a zona de impacto encontra-se no pé da carga, de maneira que os corpos moedores caindo não geram um dano no revestimento do moinho.

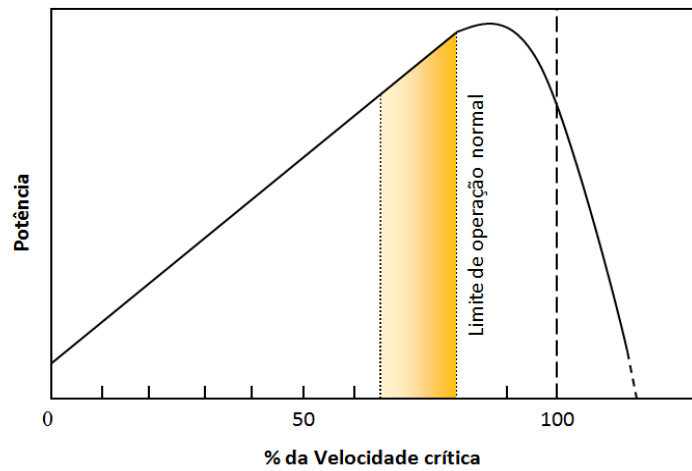


Figura 3.16. Faixa de operação do moinho de bolas (amarela)

Evidentemente, a velocidade de operação também influencia na taxa de quebra do material. Na Figura 3.17 observa-se como à medida que aumenta a velocidade de rotação também aumenta a taxa específica de quebra. No entanto, uma vez que esta variável se aproxima da velocidade crítica, a taxa de quebra começa a diminuir.

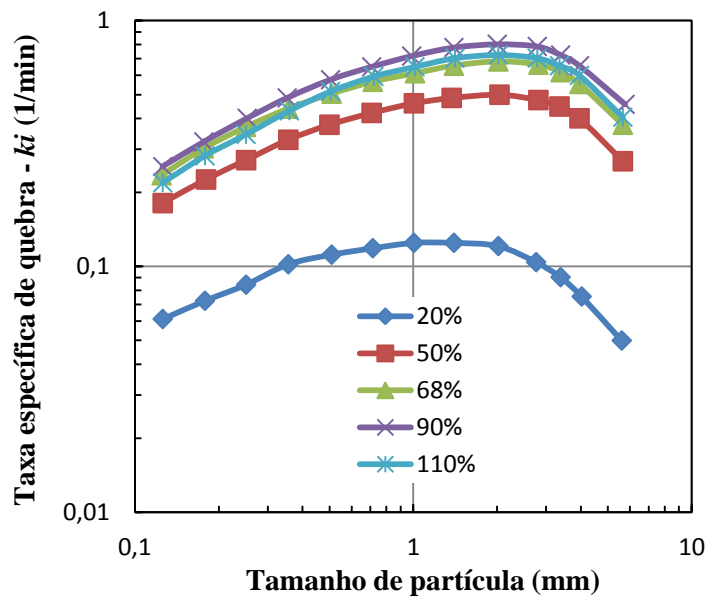


Figura 3.17. Influência da velocidade de operação na taxa específica de quebra (Carvalho e Tavares, 2013)

3.2.2.2 Grau de preenchimento (J)

Outra variável importante é o grau de enchimento ou a carga de bolas (J) no interior do moinho. Na Figura 3.18 observa-se como esta variável influencia na potência. Este comportamento se deve principalmente ao deslocamento do centro de gravidade da massa da carga. Em outras palavras, existe um torque (T) que é função do centro de gravidade da massa da carga, este deve ser superado para produzir a rotação do moinho. Este torque aumenta à medida que se aumenta a carga. Não obstante, pelo deslocamento do centro de massa em direção ao centro geométrico do moinho para graus de enchimento acima de 50% , o torque diminui e do mesmo modo a potência necessária para a rotação do moinho. Também, deve-se considerar que esse deslocamento do centro de massa supera o efeito do aumento de massa na equação de torque (Equação 3.17), desta maneira a potência demandada não se acrescenta depois desse limite.

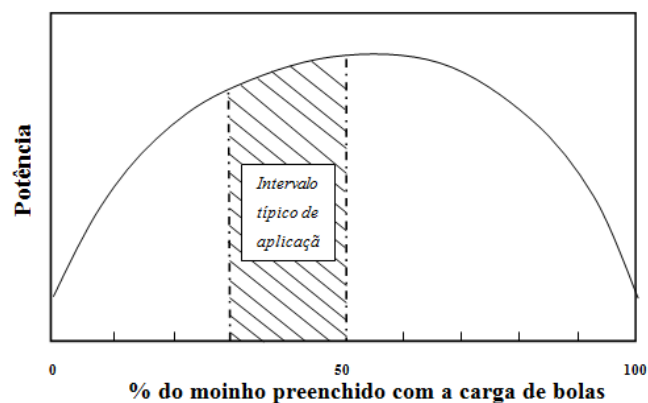


Figura 3.18. Efeito do grau de enchimento na potência

Embora que com o grau de enchimento maior, uma maior quantidade de material está sendo potencialmente processada, esta variável não exerce influência significativa nas taxas específicas de moagem. Este fenômeno acontece por uma sinergia entre o número de colisões e a energia de cada colisão (Carvalho e Tavares, 2013). Assim, ainda que o número de colisões aumente com o grau de enchimento, a magnitude energética de cada colisão diminui pelos limitados movimentos da carga (Equação 3.19). No entanto, chega-se a um ponto ($>35\%$ J) no qual tanto as frequências quanto a energia média das colisões diminuem. Nessas condições encontraram-se menores taxas

de moagem. Este fato também é evidenciado na moagem a úmido (Mulenga, Mkonde e Bwalya, 2016).

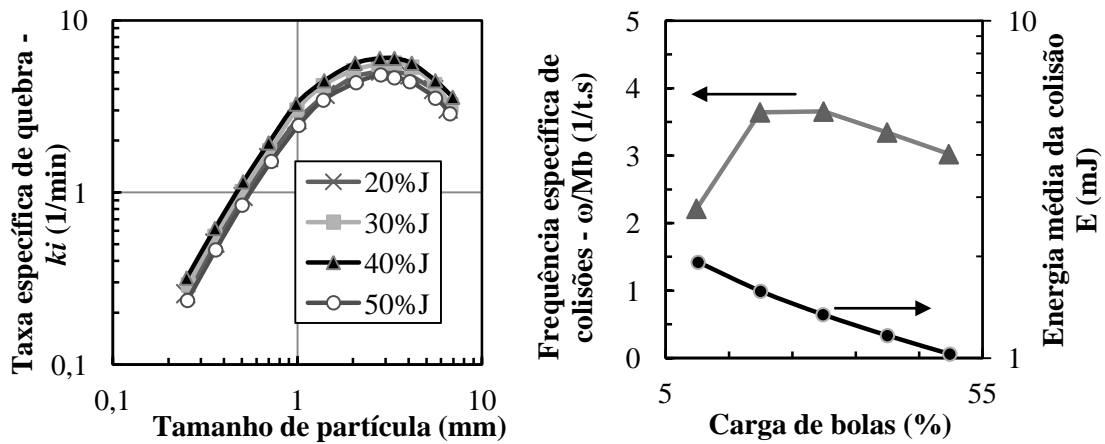


Figura 3.19. Influência da carga das bolas (% J) na taxa específica de quebra (esquerda) – frequência e energia média das colisões (Direita) (Carvalho e Tavares, 2013)

3.2.2.3 Diâmetro do moinho

A energia média das colisões aumenta com o aumento do diâmetro do moinho, demandando uma maior potência para seu movimento (Weerasekara, Liu e Powell, 2016). Como apresentado na Figura 3.20, o resultado é também um aumento significativo nas taxas específicas de quebra. Esta foi uma das variáveis que mais se tem aumentado para melhorar as taxas de moagem na indústria.

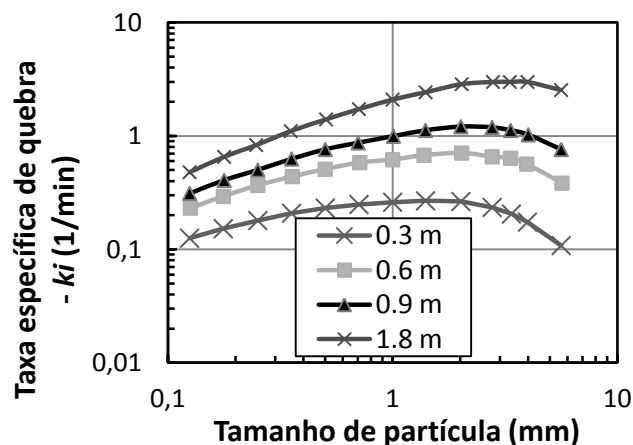


Figura 3.20. Efeito do diâmetro do moinho na taxa de moagem (Carvalho e Tavares, 2013)

3.2.2.4 Tamanho do corpo moedor

A influência do tamanho dos corpos moedores é bem descrita na literatura (Austin *et al.*, 2007; Katubilwa e Moys, 2009; L. G. Austin, R. R. Klimpel, 1984; Shin *et al.*, 2013; Zhang *et al.*, 2014), bem como da sua forma ((Kiangi, Potapovb e Moysc, 2013; Lameck, 2013). O aspecto mais importante a ser revisado é o seguinte: os corpos moedores de maiores tamanhos têm maiores energia de colisão, aumentando a taxa de moagem. No entanto, aplicações industriais indicam que quando o material chega a certo grau de finura, as bolas de maior tamanho não conseguem capturar o minério, evidenciando uma baixa produtividade, alto consumo energético e inconformidade no produto. Em contrapartida, corpos moedores de menor tamanho, ainda que capturem as partículas mais finas, não têm a energia necessária para quebrar as partículas mais grossas. Assim, se diz que a chave para atingir um equilíbrio é utilizar uma distribuição de tamanho de bolas (Napier-Munn *et al.*, 1996).

Do mesmo modo, o tamanho ótimo de bola diminui com o incremento da velocidade de rotação. Isso é atribuído a dois fatores: a baixa energia cinética (fator negativo) e ao aumento no número de contatos das bolas menores. Isso quer dizer que à medida que se aumenta a velocidade de rotação, aumenta também a velocidade das bolas. Desta maneira se faz necessário diminuir o tamanho para conseguir uma maior quantidade de contatos (Shin *et al.*, 2013).

3.2.2.5 Grau de enchimento de minério, ou preenchimento de vazios

O grau de enchimento de minério, U , popularmente conhecido como preenchimento de vazios, é definido como a fração dos interstícios da carga de bolas que é preenchida com material, calculada usando a densidade aparente do material e assumindo que a porosidade na carga de bolas é de 40%. Como já foi mencionado, a menores graus de preenchimento de vazios gera-se uma ineficiência no moinho (Seção 3.2.2), pois uma elevada quantidade de energia é dissipada em colisões aço-aço.

Por outro lado, o preenchimento de vazios influencia no movimento da carga e, marginalmente, na potência consumida pelo moinho. De fato, sabe-se que a presença de minério incrementa tanto a potência consumida, como o ângulo do ombro da carga no moinho. Cleary (2011), por meio de simulações usando o Método dos Elementos Discretos, investigou a dissipação da energia, aumentando o preenchimento de vazios

do moinho. O autor concluiu que quanto maior o valor de U mais energia é dissipada nas colisões que envolvem minério, para um mesmo grau de enchimento. No entanto, a potência específica (W/kg) continua praticamente constante, mostrando que não se tem uma diferença apreciável na maneira como é absorvida a energia pelo minério com o incremento dessa variável.

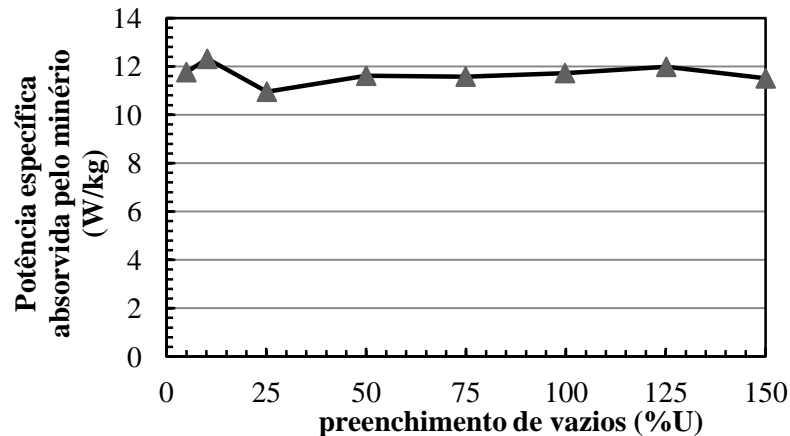


Figura 3.21. Potência específica absorvida pelo minério em função do preenchimento de vazios (Cleary e Morrison, 2011)

3.2.2.6 Geometria dos revestimentos

Revestimentos são colocados como elementos de sacrifício para prevenir o desgaste das paredes do moinho. Estes revestimentos estão projetados como ondas ou barras elevadoras (*lifters*), permitindo transmitir a energia do moinho à carga (Napier-Munn *et al.*, 1996). O material utilizado pode ser borracha ou diferentes ligas de aço ou mesmo uma mistura de ambos os materiais.

As barras elevadoras desempenham um papel crítico devido a sua forte influência na trajetória da carga e conseqüentemente, na eficiência de quebra do material. Existe uma relação inversa entre a vida útil do *lifter* e o desempenho na moagem. Isso se deve às seguintes premissas (Toor *et al.*, 2013):

- ✓ *Lifters* novos reduzem o volume interno no moinho.
- ✓ Possível empacotamento do material entre os *lifters*.
- ✓ Projeto inadequado dos *lifters*.
- ✓ Ineficientes ajustes de parâmetros operacionais durante a fase de operação com *lifters* novos.

A geometria em cada barra elevadora influencia no rendimento do moinho. Seções transversais em forma de cone melhoram notavelmente o rendimento do equipamento, estendendo o movimento em catarata e o consumo de energia do moinho (Makokha *et al.*, 2007). Do mesmo modo, o desgaste das barras elevadoras pode mudar o desempenho do moinho com o tempo (Concha, 1994; Powell *et al.*, 2011). No entanto, uma pesquisa mais recente (Mundim, 2015), através da digitalização dessa geometria em um moinho industrial e simulações DEM, mostrou que o efeito do desgaste no revestimento não tinha uma influência significativa no desempenho do moinho usando na moagem de *pellet feed* com revestimento de borracha.

3.3 Método dos elementos discretos (DEM)

Nos anos 1950 dizia-se que não era possível estimar com precisão a potência líquida por meio de uma determinação analítica, porque não se tinha um conhecimento claro na dinâmica interna do moinho (Gupta e Yan, 2006). Com os avanços na capacidade de computação e algoritmos numéricos, atualmente é possível conhecer esta dinâmica, respondendo a questões como a energia operacional na moagem, potência consumida, a tonelagem processada entre outras.

Uma técnica que ocupa uma posição central na modelagem mecanicista da cominuição é o método dos elementos discretos (DEM), o qual é um método numérico para calcular o movimento e colisões de partículas. Fundamentalmente, o DEM permite resolver as equações do movimento de Newton e usa uma lei de contato para resolver as forças entre partículas (Weerasekara *et al.*, 2013). O movimento de cada partícula individual é governado pelas leis de conservação do momento linear enquanto o momento angular pode ser resolvido usando a segunda lei de movimento de Newton (Weerasekara, Liu e Powell, 2016).

O outro conjunto de informações extraídas do DEM para as simulações nos moinhos rotatórios é o espectro de energias de colisão. Atualmente existem duas formas de extrair esta informação. Uma delas é pela perda ou dissipação normal e tangencial da energia, onde existem diferentes modelos para calcular essa dissipação. Um dos mais utilizados é o modelo de Hertz-Mindlin (MINDLIN, 1949). Esse modelo combina a teoria de contato de Hertz para resolver a colisão entre elementos na direção normal e utiliza o modelo de Mindlin, com controle deslizante de atrito no caso de forças

tangenciais (Figura 3.22). Na direção normal, a força resultante (F_n) é a soma da força repulsiva (mola) e a força dissipada (amortecedor), representada na Equação 3.20:

$$F_n = -K_n \delta_n + \eta_n v_n^{rel} \quad \text{Equação 3.20}$$

sendo K_n a constante de rigidez da mola, δ_n a sobreposição entre as duas partículas ou elementos, η_n coeficiente de amortecimento e v_n^{rel} é a velocidade na sobreposição.

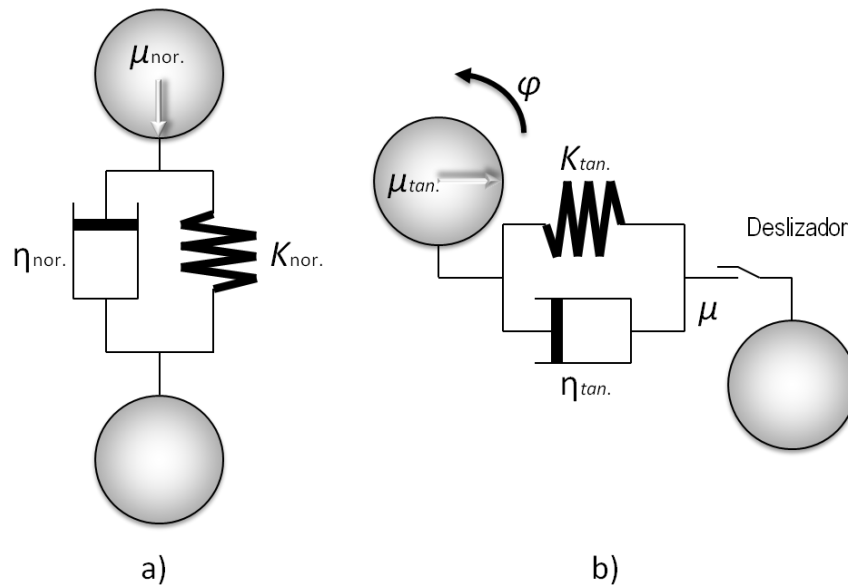


Figura 3.22. Modelo forças de contato, a) Força Normal b) Força tangencial. (η e K_n coeficientes da mola e do amortecedor, μ o movimento relativo) (Renzo, Di e Maio, Di, 2004)

Na direção tangencial a possível configuração da força de deslocamento depende das cargas tanto normal como tangencial. Sendo que a força total tangencial é limitada pela lei de atrito de Coulomb, ou seja, utiliza-se o menor valor dentre os dois cálculos possíveis,

$$F_t = \min\{\mu F_n, K_t \delta_t + \eta_n v_t^{rel}\} \quad \text{Equação 3.21}$$

As constantes K_n e η_n são calculadas como mostrado na Tabela 3.1, sendo Y o modulo de Young, G o modulo de cisalhamento, R^* o raio efetivo da colisão e ε o coeficiente de restituição.

Tabela 3.1. Coeficiente de rigidez e amortecimento, adaptado de WEERASEKARA *et al* (2016)

	Sentido Normal (n)	Sentido Tangencial (t)
Constante de rigidez da mola	$K_n = \frac{4}{3}Y\sqrt{R^*\delta_n}$	$K_t = 8G\sqrt{R^*\delta_n}$
Coeficiente de amortecimento	$\eta_n = 2\sqrt{\frac{5}{6}}\beta\sqrt{S_n m}$	$\eta_t = 2\sqrt{\frac{5}{6}}\beta\sqrt{k_t m}$
	$S_n = 2Y\sqrt{R^*\delta_n}$	$\beta = \frac{\ln \varepsilon}{\sqrt{\ln \varepsilon^2 + \pi^2}}$

Por sua simplicidade este modelo permite rastrear o movimento e cinética bruta de um grande número de partículas, permitindo ser contabilizados e recodificados para análise posterior nos modelos de fragmentação (Weerasekara *et al.*, 2013).

A outra forma de extração é a partir da energia cinética da partícula antes e imediatamente após do evento de colisão. Evidencia-se uma diferença significativa nos resultados obtidos entre os dois tipos (Powell, Govender e McBride, 2009), entretanto não se tem uma concordância entre os pesquisadores sobre qual é válida. Carvalho (2013), entretanto, destaca que o mais importante é ser consistente com o modelo de quebra utilizado.

O método dos elementos discretos é um algoritmo *time-stepping*, o que significa que o mesmo algoritmo se repete em cada passo de tempo (*time step*). Um dos números importantes nas simulações DEM é o passo de tempo de Rayleigh (Edem Guide, 2011). Este é o tempo tomado por uma onda de cisalhamento em se propagar através de uma partícula sólida. Isto é, portanto, o máximo passo de tempo teórico para as simulações

DEM de um conjunto de partículas quasi-estáticas, no qual o número de coordenação (número total de contatos por partícula) para cada partícula permanece acima de 1, e é dado por:

$$T_R = \pi R \left(\frac{\rho}{G} \right)^{\frac{1}{2}} / (0,1631v + 0,8766) \quad \text{Equação 3.22}$$

Na qual R é o raio da menor partícula no domínio, ρ a sua densidade e v a razão de Poisson. Esta equação assume que a velocidade relativa entre partículas em contato é muito pequena, pois é apropriada para um sistema quasi-estático. Na prática, uma fração deste valor máximo é usada. Para altos números de coordenação (4 ou mais) um típico passo de $0,2T_R$ tem mostrado uma correta aproximação. Para menores números de coordenação, é mais adequado um $0,4T_R$ (Edem Guide, 2011). Se o passo de tempo utilizado é maior, o esquema é instável e os resultados da simulação não são confiáveis (Johnstone, 2010).

Apesar do *DEM* permitir o cálculo do consumo de energia devido ao movimento de carga, este consumo não inclui o efeito de movimento da polpa na carga ou as perdas mecânicas no motor ou acoplamentos. Assim, espera-se que a potência do moinho obtida a partir de simulações *DEM* seja sistematicamente menor se comparada às medidas realizadas em moinhos reais, fornecendo uma previsão de consumo de energia com um erro de menos de 10% (Mishra, 2003). O cálculo do consumo de energia pode ser realizado a partir da integração de todas as perdas de energia em termos de componentes normais e tangencias de todas as colisões (Cleary, 2001). Regularmente, o resultado desta integração se encontra superestimado pelo método. Consequentemente, um método típico para validar as simulações de moinhos em *DEM* é a comparação entre a potência calculada pelo centro de massa a partir da simulação com a potência medida em um moinho durante sua operação.

Desde os primeiros trabalhos desenvolvidos em *DEM* na simulação do movimento das bolas em um moinho em duas dimensões (Mishra e Rajamani, Raj K, 1992; Mishra e Rajamani, 1990), o aporte deste método no entendimento destas operações tem sido significativo. Atualmente, depois de anos de pesquisa e importantes avanços na moagem de bolas (Carvalho e Tavares, 2013; Cleary, 2001, 1998; Cleary e

Morrison, 2011; Datta e Rajamani, 2002; Djordjevic, 2003, 2005; Kalala, Bwalya e Moys, 2005; Powell *et al.*, 2011; Tavares e Carvalho, 2009) o DEM se tornou uma ferramenta que ocupa uma posição destacada na modelagem avançada da cominuição.

Alguns autores (Powell e Weerasekara, 2010) estabeleceram uma importante série de conclusões relacionadas com a simulação em moinhos:

- ✓ Os eventos de colisão devem ser registrados e individualmente atribuídos à modelagem da quebra; este é completamente diferente que usar a energia acumulada para as partículas.
- ✓ É necessária uma melhor compreensão dos componentes normal e tangencial do impacto na ruptura.
- ✓ A energia do amortecedor não é utilizada quando uma partícula sofre fratura. De fato, apenas um décimo da energia é absorvido quando ocorre a ruptura.

Simulações um pouco mais complexas incluindo minério (Cleary e Morrison, 2011) evidenciaram o enorme poder computacional necessário para manter o controle da grande quantidade das partículas empregadas, isto sem incluir os eventos elementares que acontece na quebra das partículas. Outros autores (Cleary, 2001; Potapov e Campbell, 1994; Potyondy e Cundall, 2004) propuseram modelos que tentam descrever essa quebra de partículas. No entanto, em alguns casos o recurso computacional necessário para simular a quebra apenas de uma partícula é altíssimo. Desta maneira, a simulação de um equipamento completo torna-se difícil ou custosa. O uso mais conveniente do DEM para modelar e simular processos de cominuição é descrever o ambiente mecânico, e resolver a quebra de partículas com algum modelo baseado no balanço populacional (Bourgeois e King, 1993; Carvalho e Tavares, 2013; Datta e Rajamani, 2002; Lichter *et al.*, 2009; Tavares e Carvalho, 2009).

Para todos os processos onde se apresenta escoamento, o *DEM* pode ser acoplado com técnicas como Fluidodinâmica Computacional (*CFD*) (Brosh, Kalman e Levy, 2014; Smuts, 2015; Zhao e Shan, 2013; Zhou *et al.*, 2010) ou Hidrodinâmica de partículas suavizadas (*SPH*) (Cleary, 2015), de maneira que, o movimento é governado pelas interações partículas-fluido, partículas-geometria e partícula-partícula.

Para a aplicação do DEM é necessária algumas propriedades e características dos materiais utilizados, tanto das partículas como da geometria empregada, isto com o fim de representar de maneira mais real a dinâmica desenvolvida no interior do moinho. Assim, além das características próprias do material (densidade, módulo de cisalhamento, coeficiente de Poisson) existe outro conjunto de parâmetros que domina o movimento e interação entre as partículas. Estes são chamados de parâmetros de contato. A seguir, faz-se uma revisão de seus conceitos e metodologias para sua medição ou calibração.

3.3.1 Calibração de parâmetros de contato

Uma escolha apropriada dos parâmetros de contato é de grande importância. Neste exercício, três parâmetros devem ser calibrados para o uso do modelo de Hertz-Mindlin para cada interação entre materiais: o coeficiente de restituição, o coeficiente de atrito estático e o coeficiente de atrito de rolamento. Cada um deles tem um aporte significativo nas forças resultantes depois de cada contato entre partículas.

O coeficiente de restituição (CR) está diretamente relacionado à energia dissipada durante uma colisão. Regularmente, é definido como a razão da velocidade antes e após do impacto. Assim, um objeto colide elasticamente quando o CR é igual a 1, enquanto para uma colisão inelástica o CR é igual a 0. A medição deste parâmetro é relativamente complexa, especialmente para materiais com formas irregulares de partículas, no entanto, com medições indiretas e técnicas estatísticas é possível a sua estimativa (Li, Zhang e Ge, 2004). Este coeficiente pode ser determinado por meio de ensaios de queda, como é mostrado na Figura 3.23 (Barrios *et al.*, 2013).

O coeficiente de atrito estático (CAE) é um valor escalar que determina quanto torque é necessário aplicar a um objeto em repouso para produzir seu movimento. A força de atrito estático máxima é igual à força mínima necessária para iniciar o movimento de um corpo. Assim, à medida que o coeficiente de atrito estático é maior, a força necessária para movimentar o corpo também será maior. Uma medição direta deste parâmetro foi realizada por Barrios (2013) em tribômetro, tendo sido estimada pela relação entre a componente tangencial e normal da força aplicada. Ainda assim, alguns autores (Ai *et al.*, 2011; Johnstone, 2010) concordam que a medição precisa deste parâmetro não é simples.

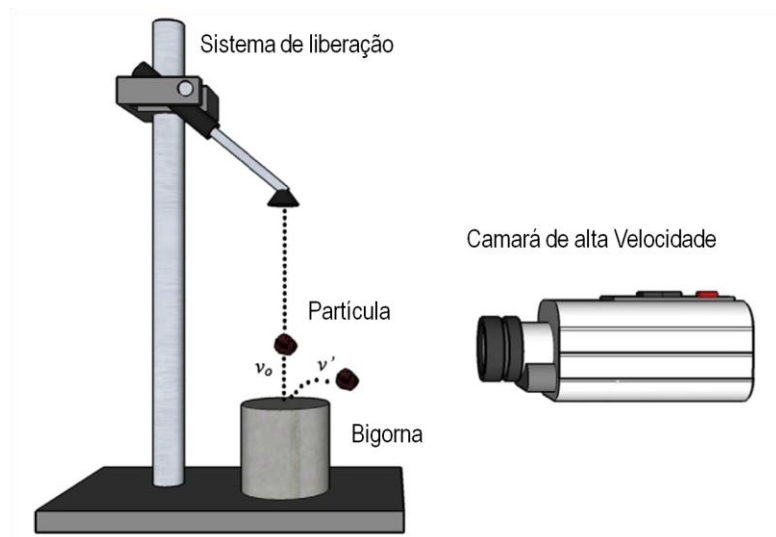


Figura 3.23. Sistema de gravação de alta velocidade para a medição do coeficiente de restituição (Barrios *et al.*, 2013)

O coeficiente de atrito de rolamento (CAR) está definido como a relação entre o torque necessário para o corpo se manter a uma velocidade constante e o produto do peso do sólido e o raio de curvatura. Este coeficiente está definido entre 0 e 1, conforme o CAR seja mais próximo de 1 significa que é necessária uma força maior para o corpo se manter em movimento a uma mesma velocidade.

No *DEM*, frequentemente as partículas de minério são modeladas como esferas, de forma que essas devem possuir uma resistência ao rolamento que as façam se comportar como se apresentassem formato real (irregular). Desta maneira, nos parâmetros selecionados, este comportamento já se encontra implícito (Ramos, Carvalho e Tavares, 2011). Por outro lado, a dificuldade na medição direta desses parâmetros tem evidenciado a necessidade de implementar outras metodologias com o fim de se obter uma representação mais precisa do comportamento das partículas. Estas metodologias consistem em uma medição indireta destes parâmetros nas quais o objetivo é verificar o ângulo de rolamento sobre diferentes condições. Aquelas condições mais utilizadas podem ser observadas na Figura 3.24. A descrição destas metodologias pode ser encontrada em outros trabalhos (Barrios, Carvalho e Tavares, 2011; Johnstone, 2010; Mishra e Murty, 2001; Ramos, Carvalho e Tavares, 2011).

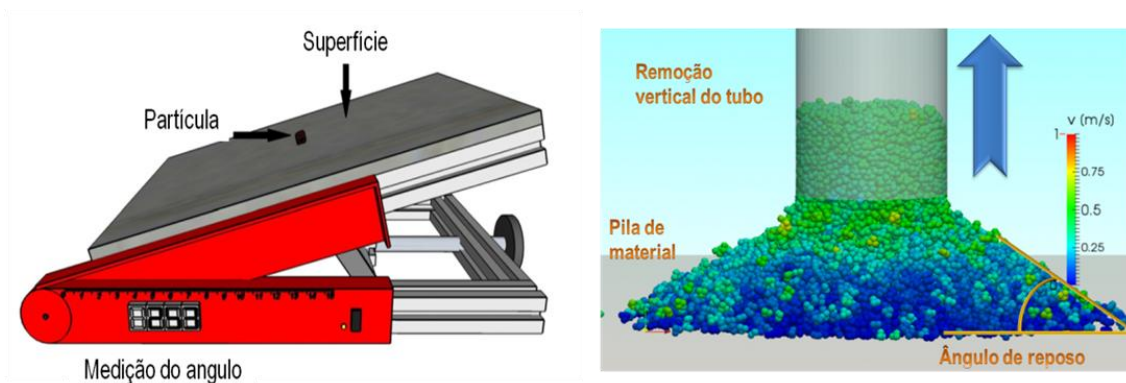


Figura 3.24. Metodologias de ângulo de repouso para medição indireta dos coeficientes de atrito (Barrios *et al.*, 2013)

Nas operações de moagem, a principal informação a ser obtida com o DEM é o movimento da carga, e conseqüentemente, o espectro de colisões dos corpos moedores no interior do moinho. O movimento da carga é diretamente influenciado pelos valores dos parâmetros de material e de contato utilizados em cada simulação. Desse modo, se faz evidente a importância da determinação precisa do conjunto de parâmetros que possam descrever o que acontece no interior do moinho, inclusive em condições muito distantes da prática operacional.

A presença de minério aumenta o ângulo do ombro e do pé da carga, movimentando e afastando o centro de massa do eixo central. Este efeito também aparece na forma do aumento da potência no moinho (Cleary, 1998; Ramos, Carvalho e Tavares, 2011). Na abordagem do modelo UFRJ, a fim de simular estas condições, o conjunto de parâmetros de contato no DEM deve representar o movimento com minério, ainda que o minério não seja incluído na simulação. Assim, a validação deste conjunto não seria realizada somente pela comparação dos ângulos dinâmicos, senão deveria existir uma similaridade entre o centro de massa calculado e a potência medida experimental, além dos ângulos do ombro e do pé da carga.

Barrios (2013) fez algumas simulações em DEM utilizando esferas sobrepostas com o fim de representar a morfologia das partículas de forma mais realista. Barrios encontrou que quando as simulações em DEM não se aproximam da realidade, os parâmetros de contato não devem ser medidos, mas sim calibrados a partir dos resultados experimentais. Por conseguinte, sabendo que as simulações em DEM para alimentar o modelo UFRJ só representam o movimento da carga moedora, uma medição

direta dos parâmetros de contato não necessariamente permitiria obter uma maior precisão nos resultados.

3.4 Modelos Mecanicistas na moagem de bolas

De acordo com um número de pesquisadores que tem trabalhado com uma visão da contribuição do material na cominuição, como Gaudin (1939), Schönert e Marktscheffel (1986) e Powell (2008) a modelagem da cominuição atingiu um impasse há alguns anos, que já não pode evoluir para atender às expectativas de uma indústria mineral moderna, cujo futuro depende da sua capacidade de processar minérios cada dia mais escassos e mais pobres. Desta maneira, uma nova visão da modelagem vem-se trabalhando desde o final do século 20, com a proposta da criação de modelos mecanicistas (Tavares, 2017). Este tipo de modelos pressupõe que um sistema complexo pode ser compreendido a partir da análise do funcionamento das suas partes individuais e da forma em que se encontram acoplados. Diversos autores têm ajudado na formação de conceitos e teorias para a formação de modelos mecanicistas da moagem. Por exemplo, Cho (1987) desenvolveu uma metodologia de caracterização das funções quebra e seleção como uma ponderação em função da magnitude e da frequência das energias de impacto no interior do moinho de bolas. Seus ensaios, os quais consistiam no lançamento de esferas de aço sobre leitos de partículas, permitiram calcular a função de distribuição de quebra para diversas energias de impacto.

Continuando com aqueles estudos e tentando solucionar as limitações do modelo do balanço populacional aplicado à moinhos, foi proposto um modelo conceitual para o moinho de bolas (Bourgeois e King, 1993), no qual a função distribuição de quebra é representada por:

$$b_p(x', x) = \int_0^{\infty} w_b(x, x'; eE)P(E)dE \quad (3.23)$$

sendo $P(E)$ a função de densidade de probabilidades das energias de impacto no moinho, $w_b(x, x', eE)$ a massa de partículas menores que o tamanho x criado a partir da quebra das partículas de tamanho x' quando submetidas a um impacto de energia E . O parâmetro e , o qual indica a proporção da energia de impacto absorvida pelas partículas em um leito, foi estimado a partir de um modelo de fratura de partículas individuais.

O maior avanço na modelagem de moinhos de bolas foi possível através do DEM. Os pioneiros em aplicar esta técnica foram Mishra e Rajamani (1992). Assim, aplicou-se as informações sobre a frequência e magnitude das colisões extraídas de simulações da movimentação da carga moedora em moinhos de bolas. O autor e colaboradores descreveram a moagem de bolas em batelada pela seguinte expressão:

$$\frac{dM_i}{dt} = -\omega \sum_{k=1}^n p(E_k) m_{i,k} + \omega \sum_{j=1}^{i-1} \sum_{k=1}^n p(E_k) m_{j,k} b_{ij}(E_k) \quad \text{Equação 3.24}$$

na qual n é o número de classes da energia das colisões, ω é a frequência das colisões, $p(E_k)$ é a fração de colisões de magnitude E_k , $m_{i,k}$ é a massa de partículas na classe i que quebra em um evento de colisão de energia E_k , M_i massa de partículas na classe i e $b_{ij}(E_k)$ é a função quebra. Posteriormente, outros autores continuaram com essa abordagem (Datta e Rajamani, 2002), acrescentando o termo M_i/H , com o objetivo de corrigir a falta da fração de massa i no moinho à medida que a cominuição progride. Além disso, os autores utilizaram um fator de 0,8 tanto para o aparecimento como para o desaparecimento do material, o que tornou possível descrever adequadamente os dados experimentais. De acordo com os autores, a necessidade da introdução deste fator estava relacionada com a ineficiência do moinho.

Wang *et al* (2012) utilizou o modelo proposto por Datta e Rajamani (2002), no entanto, incluiu partículas de tamanho médio no DEM para representar a contribuição do minério. Os autores presumiram que a energia dissipada em cada colisão acarretaria na quebra do minério capturado, hipótese que contradiz os mecanismos de fratura validados na diferentes pesquisas e apresentadas na seção 3.1 do presente trabalho, pois cada partícula tem uma energia de fratura característica.

Datta (1998) desenvolveu um modelo que utilizou o DEM com a finalidade de obter a distribuição de energias de impacto. Este modelo é a aplicação do modelo do balanço populacional com mais uma dimensão, que é o espectro de energias de fratura. Porém, uma limitação do modelo do balanço populacional foi mantida, ou seja, a hipótese de cinética de primeira ordem.

Continuando com a modelagem a microescala, a função quebra foi obtida pela quebra de partículas individuais em função do nível energético (King, 2001):

$$B(x, x') = \int_0^1 \int_0^\infty B(x, x', eE) P(eE, x') p(e) p(E) de dE \quad \text{Equação 3.25}$$

sendo $P(E, x')$ a probabilidade de quebra de uma partícula de tamanho x' quando recebe uma quantidade de energia E de um impacto no moinho e $B(x, x', E)$ a função quebra que resulta de um único evento de impacto de energia E . $p(E)$ é a distribuição de densidades para as energias de impacto no moinho e a variável e é a fração da energia naquele impacto que é capturada por uma única partícula. $p(e)$ descreve como ' e ' é distribuída sobre a população de partículas (King 2001).

Crespo (2011) considerando uma distribuição de energias de fratura do minério e de colisões em um moinho de bolas conseguiu previsões do comportamento não linear na cinética de quebra de partículas grossas. O principal inconveniente na sua aproximação é um modelo de captura retro-calculado de dados de moagem em batelada.

Até este ponto nenhum dos autores havia tentado desacoplar as características do material e o ambiente de moagem gerado pelo equipamento. Esta abordagem apresenta importantes benefícios na modelagem. O ambiente de moagem ou as condições energéticas que apresentam um equipamento podem ser determinados utilizando o DEM. Por outro lado, o que acontece com material sendo submetido aquela energia, pode ser calibrado por testes de caracterização realizada no laboratório. Esta é a visão do *Unified Comminution Model* (UCM), proposto por Powell em 2008. O autor utiliza a estrutura do MBP para realizar as previsões do modelo. Aqui, três diferentes eventos podem acontecer:

- i. Se a energia é maior que uma E_{crit} , a partícula irá quebrar.
- ii. Se a energia é menor que uma E_o , a partícula não sofre nenhum dano.
- iii. Se a energia é maior que E_o e menor que o E_{crit} a partícula vai sofrer um tipo de dano, que aumenta a probabilidade de quebra da partícula. Assim, com um número de impactos deste intervalo de magnitude energética, a partícula pode chegar à quebra. Aqui, evidencia-se a necessidade de rastrear cada uma das partículas, o qual não é uma atividade muito prática em simulações com DEM.

O UCM, em uma simples aplicação, pode ter 20 tamanhos de partícula, dois tipos de minerais, bolas de aço, 4 modos de quebra primária e 20 classes de energia por modo. Isso evidencia que as simulações em DEM para o UCM são intensas computacionalmente e devem ser planejadas com antecedência para obter o resultado do perfil do equipamento (Powell, Govender e McBride, 2008).

Outra interessante abordagem foi realizada por Morrison e Cleary (2008) com o modelo chamado *Virtual Comminution Machine* (VCM). Uma das principais características deste modelo é a descrição total dos mecanismos estudados na seção 3.1.1 (Tavares, 2017), além do enfraquecimento das partículas por repetidos impactos (Morrison, Shi e Whyte, 2007). Inicialmente, este modelo prediz a quebra das partículas usando o MBP, no entanto, simulações com minério no DEM foram necessárias para entender a influência deste no movimento da carga.

Por fim, um modelo proposto por Herbst e Potapov (2004) foi relacionado com o DEM. Este modelo relaciona a quebra individual com o rendimento do moinho. No entanto, o *High Fidelity Simulation* (HFS) como é conhecido, é impossível na aplicação em escala industrial, pois demanda um intenso recurso computacional (Herbst, 2004).

3.5 Modelo mecanicista UFRJ

3.5.1 Conceitos

A seguir, é apresentada a abordagem proposta por Tavares e Carvalho de modelagem mecanicista da moagem, denominado modelo UFRJ, o qual é o objeto de estudo do presente trabalho. Este modelo matemático leva em consideração informações fundamentais das propriedades de quebra do material de forma a descrever os diferentes mecanismos de quebra relevantes em determinado processo de cominuição. Além disso, é importante ressaltar que o modelo é capaz de ser utilizado na modelagem de diferentes equipamentos, devido, sobretudo, à sua capacidade de desacoplar inteiramente os efeitos do material e do ambiente de moagem. Em outras palavras: o modelo tem a capacidade de considerar a distribuição das energias de fratura das partículas e a distribuição de energias das colisões no equipamento de cominuição (Tavares e Carvalho, 2009).

Inicialmente, o modelo é baseado nas seguintes hipóteses:

- i. O ambiente mecânico de colisão é determinado exclusivamente pelo movimento dos corpos moedores e a energia utilizada na quebra do minério é dada pela energia dissipada na colisão.
- ii. A quebra resulta da componente normal da energia de colisão.
- iii. Bolas e minério no interior do moinho são considerados perfeitamente misturados.
- iv. Cada evento de colisão envolve partículas de minério, e as partículas sempre são capturadas em monocamadas.
- v. A resistência à fratura de partículas recém criadas não é função do tipo de mecanismo gerador.

Portanto, o modelo utiliza o DEM em sua maneira mais apropriada e simples, simulando o moinho de bolas sem a presença de minério, somente com a presença de corpos moedores. Utiliza-se a metodologia já descrita (ver seção 3.3), na qual os parâmetros de contato são selecionados de modo a imitar o comportamento da carga com minério. A partir dessas simulações se extrai o espectro de energia ao qual o material a cominuir é submetido (Figura 3.25). Este espectro pode ser normalmente truncado em 10^{-4} Joules, já que colisões de menor magnitude foram simplesmente consideradas como um artifício de DEM em rastrear os contatos (Powell, Govender e McBride, 2008). Além disso, pode-se dizer que o dano que essas colisões conseguem gerar sobre o minério é nulo, pois, essas energias correspondem ao impacto de uma bola de 25 mm a uma altura de apenas 0,2 mm (Tavares e Carvalho, 2009).

Carvalho (2009a) estudou a influência que tinha o truncamento de energias menores a 10^{-4} Joules sobre a potência calculada pela integração das energias. O autor evidenciou que a potência final não se vê influenciada pelo truncamento de energias menores 10^{-4} Joules.

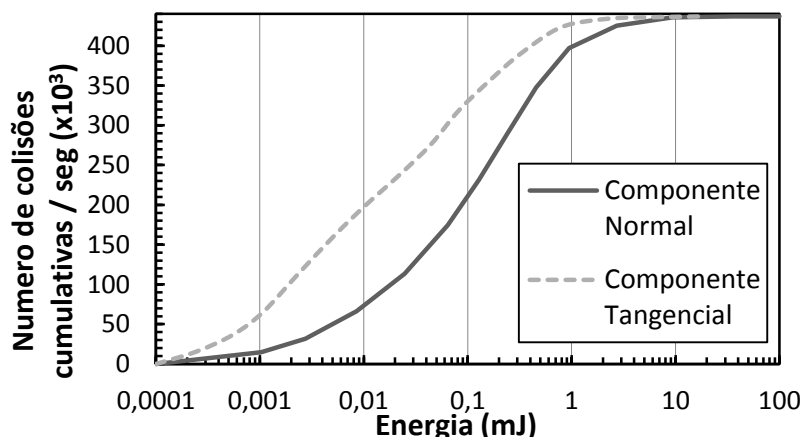


Figura 3.25. Espectro de energias extraído do método dos elementos discretos

Os cálculos realizados pelo DEM para determinar a dissipação de energia de cada colisão têm apresentado discordância com os resultados experimentais (Francioli, 2015). Principalmente, a componente tangencial tem sido superestimada pelo método. Desta forma, essa componente não foi utilizada originalmente nas simulações utilizando o modelo UFRJ. Como alternativa, a componente normal tem sido utilizada como energia disponível para a quebra das partículas de minério.

Uma vez determinado o espectro de energia, deve-se entender como é repartida essa energia na população de partículas. Um modelo de captura de partículas foi desenvolvido por Barrios *et al.* (2011). Este modelo relaciona a quantidade de partículas capturadas em uma colisão (Bola-Bola ou Bola-Revestimento) com a energia de impacto, uma constante geométrica e uma constante elástica. A constante geométrica relacionada com o raio da bola e a constante elástica com o material. A descrição completa deste modelo pode ser encontrada em outra publicação (Barrios, Carvalho e Tavares, 2011).

Por simplicidade, presume-se que cada partícula capturada recebe a mesma fração da energia da colisão. Com a suposição de que a carga no moinho se encontra misturada perfeitamente, é possível determinar a energia que cada partícula recebe. A seguir apresenta-se como o modelo relaciona essa energia para prever a quebra das partículas no processo de cominuição.

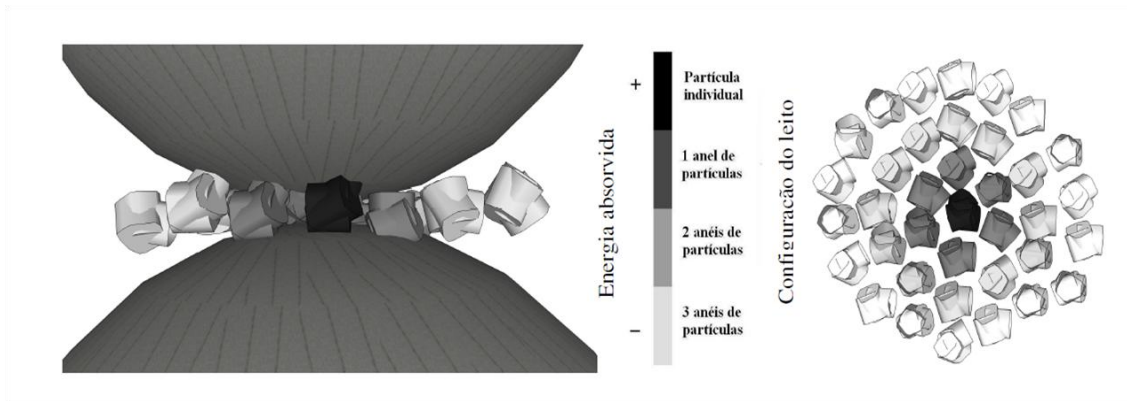


Figura 3.26. Representação gráfica do impacto de um corpo moedor sobre um leito de partículas (Barrios e Tavares, 2009)

Na Equação 3.26 é apresentado o modelo na sua forma mais geral. O modelo tem como base o modelo do balanço populacional já discretizado em classes de tamanhos, esta característica é de vital importância para manter a modelagem coerente com a metodologia usual de medição de tamanhos de partícula, que normalmente é o peneiramento.

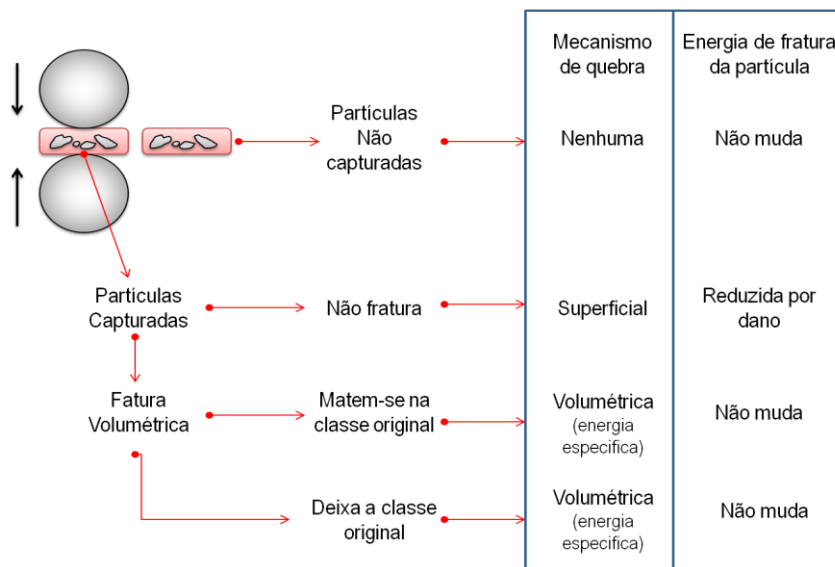


Figura 3.27. Ilustração dos eventos em um único evento de colisão (Tavares e Carvalho 2009)

$$\frac{d[w_{il}(t)M(t)]}{dt} = w_{il}^{in}(t)W^{in}(t) + \omega_k \sum_k [-D_{ilk}^b(t) - D_{ilk}^s(t) + A_{ilk}^b(t) + A_{ilk}^s(t)] - w_{il}^{out}(t)W^{out}(t)$$

Equação 3.26

sendo:

<i>i</i> Classe de tamanho	<i>l</i> Classe mineralógica
w_{il}^{in} Frações mássicas de material na corrente de alimentação	D_{ilk} Taxa de desaparecimento
w_{il} Frações mássicas de material no interior do processo	A_{ilk} Taxa de aparecimento
w_{il}^{out} Frações mássicas de material na corrente de saída	<i>b</i> Quebra do corpo da partícula (por impacto)
W^{in} Taxas de alimentação do material	<i>s</i> Quebra superficial (por abrasão).
W^{out} Taxas de descarga do material	ω_k Frequência de eventos de aplicação de energia da classe k (impactos)

Assim, tomando um pequeno intervalo do tempo, dentro do qual as partículas são submetidas apenas a um único evento de colisão no moinho, existem quatro resultados diferentes que podem ocorrer e que são ilustrados na Figura 3.27. Em resumo, uma partícula pode ser ou não pode ser capturada por o corpo moedor, se a partícula é capturada e dependendo da quantidade de energia, ela pode ou não pode ser fraturada; no caso que não seja fraturada, a partícula vai sofrer quebra superficial, além de enfraquecimento do material; e no caso que a partícula seja fraturada (volumetricamente) vai gerar uma série de partículas classificadas em faixas mais finas, podendo ainda permanecer na mesma faixa original de tamanhos, esse último contemplando a possibilidade que partículas contidas em uma classe de tamanhos podem gerar fragmentos ainda contidos na mesma faixa (Tavares e King 1998). Desse modo, as taxas de desaparecimento e aparecimento são descritas segundo a Equação 3.27 e a Equação 3.28, respectivamente:

$$D_{ilk}^b(t) = w_{il}(t) \int_0^\infty m_{ik}(E) p_k(E) \int_0^1 [1 - b_{iilk}(eE, t)] F_{il}(eE, t) p_k(e) de dE \quad \text{Equação 3.27}$$

$$A_{ilk}^b(t) = \sum_{j=1}^{i-1} w_{jl}(t) \int_0^\infty m_{jk}(E) p_k(E) \int_0^1 b_{ijlk}(eE, t) F_{jl}(eE, t) p_k(e) de dE \quad \text{Equação 3.28}$$

O termo $p_k(E)$ é a distribuição das energias de impacto E de classe k no equipamento. $m_{ik}(E)$ é a massa de partículas contidas na classe de tamanho i que são capturadas em cada evento de impacto relacionado a classe de colisão k . $p_k(e)$ é a função de repartição da energia de impacto entre estas partículas, a qual depende da classe de impacto k . b_{ijlk} é a fração mássica que uma partícula da classe mineralógica l que uma classe de tamanho j deixa na classe de tamanho i quando sofre quebra por impacto do tipo k de magnitude eE . F_{il} é a distribuição de energias de fratura das partículas na classe de tamanho i e classe mineralógica l naquele instante de tempo. Assim, $F_{il}(eE, t)$, é a proporção das partículas na classe il que quebram quando submetidas a uma energia de impacto eE .

No que diz respeito à quebra superficial pelo mecanismo de abrasão, tem-se a Equação 3.29 e a Equação 3.30:

$$D_{ilk}^s(t) = w_{il}(t) k_{il} \int_0^\infty m_{ik}(E) p_k(E) \int_0^1 [1 - F_{il}(eE, t)] p_k(e) de dE \quad \text{Equação 3.29}$$

$$A_{ilk}^s(t) = \sum_{j=1}^{i-1} w_{jl}(t) k_{jl} \int_0^\infty m_{jk}(E) p_k(E) \int_0^1 a_{ijl}(eE, t) [1 - F_{jl}(eE, t)] p_k(e) de dE \quad \text{Equação 3.30}$$

nas quais a_{ij} é a função quebra de abrasão na forma densidade e k_j é a taxa de quebra por abrasão. Estes dados são determinados segundo o modelo de abrasão apresentado na seção 3.1.3.1.

Uma vez que uma partícula é quebrada, gera-se partículas filhas de determinados tamanhos menores, sendo que cada nova partícula filha possui uma distribuição de

energias de fratura relacionada com a distribuição de energias de fratura do material original do mesmo tamanho.

Desta maneira, seguidamente do cálculo de um ciclo de impactos, se faz necessário calcular a nova distribuição de energias de fratura do material em cada classe il . Para atender essa necessidade do modelo, a Equação 3.31, gera a distribuição de energias de fratura do material de cada classe após um ciclo de impactos, sendo $F(E, t=0)$ são as distribuições de energias de fratura do material novo, $F(E, t)$ do material no interior do processo de cominuição no instante de tempo t , $F^*(E, t)$ do material que sofreu efeito do dano e $F(E, t+\Delta t)$ do material após o ciclo de impactos no instante t .

$$F_{il}(E, t + dt) = \frac{G_{il}(t)F_{il}^*(E, t + dt) + (H_{il}(t) + Q_{il}(t))F(E, t = 0) + I_{il}(t)F_{il}(E, t)}{G_{il}(t) + I_{il}(t) + H_{il}(t) + Q_{il}(t)} \quad \text{Equação 3.31}$$

A distribuição de energia de fratura do material original é geralmente bem descrita pela função distribuição log-normal truncada superiormente (Tavares e King 2002) dada pela Equação 3.32:

$$F_{il}(E, 0) = \frac{1}{2} \left[1 + \operatorname{erf} \left(\frac{\ln E^* - \ln E_{50,il}}{\sqrt{2\sigma_{il}^2}} \right) \right] \quad \text{Equação 3.32}$$

sendo:

$$E^* = \frac{E_{max,il}E}{E_{max,il} - E} \quad \text{Equação 3.33}$$

O termo σ_i^2 é a variância, $E_{max,il}$ corresponde ao truncamento superior da distribuição. $E_{50,il}$ é definido como a mediana da distribuição de energias de fratura, a qual é relacionada na Equação 3.34, a qual apresenta alguns parâmetros que dependem só do tipo de material (E_∞ , ϕ , d_o) e que deve-se ajustar experimentalmente (Tavares e Carvalho, 2009):

$$E_{50,il} = E_{\infty,l} \left[1 + \left(\frac{d_{0,l}}{d_i} \right)^{\phi,l} \right] \bar{m}_{p,il} \quad \text{Equação 3.34}$$

$\bar{m}_{p,i}$ é a massa média de uma partícula na classe il , podendo ser calculada com a Equação 3.35, na qual ρ é a massa específica do material, β é o fator de forma volumétrico e o d_i o tamanho representativo da classe i .

$$\bar{m}_{p,il} = \rho_l \beta d_i^3 \quad \text{Equação 3.35}$$

A distribuição de energias de fratura de partículas que sofreram impacto, mas não quebraram é dada por:

$$F_{il}^*(E, t + \Delta t) = \frac{\int_0^{E_{il}^*} p_k(\varepsilon) \int_0^1 \left[\frac{F_{il} \left(\frac{E}{1-D}, t \right) - F_{il}(e\varepsilon, t)}{1 - F_{il}(e\varepsilon, t)} \right] p_k(e) de d\varepsilon}{\int_0^{E_{il}^*} p_k(\varepsilon) d\varepsilon} \quad \text{Equação 3.36}$$

O parâmetro D é a quantidade de dano ao qual a partícula é sujeita e encontra-se definido como:

$$D = \left[\frac{2\gamma_l(1-D) e\varepsilon}{(2\gamma_l - 5D + 5)E} \right]^{\frac{2\gamma_l}{5}} \quad \text{Equação 3.37}$$

sendo que γ_l é o coeficiente de acúmulo do dano e é função do material processado.

Assim, são gerados sistemas de equações constituídos pela Equação 3.26 e Equação 3.31, os quais têm que ser resolvidos em conjunto, onde os termos da Equação 3.31 são definidos por:

$$\frac{dG_{il}(t)}{dt} = \sum_k \frac{\omega_k}{M(t)} w_{il}(t) (1 - k_{il}) \int_0^\infty m_i(E) p_k(E) \quad \text{Equação 3.38}$$

$$\int_0^1 [1 - F_{il}(eE_k, t)] p_k(e) de dE$$

que é a fração de material na classe il que foi danificado mas permaneceu na classe de tamanho original é dada por,

$$\frac{dH_{il}(t)}{dt} = \sum_k \frac{\omega_k}{M(t)} \left[\sum_{j=1}^i w_{jl}(t) \int_0^\infty m_j(E) p_k(E) dE + \int_0^1 b_{ijkl}(eE, t) F_{jl}(eE, t) p_k(e) de dE + A_{ilk}^s(t) \right] \quad \text{Equação 3.39}$$

sendo a fração de material que apareceu devido à quebra (por impacto e por abrasão) das partículas maiores ou iguais ao tamanho da própria classe il é dada por:

$$\frac{dI_{il}(t)}{dt} = \frac{w_{il}(t)}{M(t)} \left(\frac{M(t)}{dt} - \sum_k \omega_k \int_0^\infty m_{il}(E) p_k(E) dE \right) \quad \text{Equação 3.40}$$

sendo a fração de material da classe il que não foi capturada em cada intervalo de tempo dt e, por fim,

$$\frac{dQ_{il}(t)}{dt} = \frac{w_{il}^{in}(t) W^{in}(t)}{M(t)} \quad \text{Equação 3.41}$$

é a fração de material que entra no processo no intervalo de tempo dt .

Por último, falta estabelecer as classes de impactos K . Com este fim foi utilizada uma matriz de colisões, a qual relaciona cada tipo de choque possível entre os diferentes elementos de impacto do processo. Faz-se uma lista dos possíveis contatos, levando em consideração que a colisão de um contato A-B é igual a uma colisão de um contato B-A. Na Tabela 3.2 é apresentado um exemplo onde se tem dois tipos de tamanhos de bolas (CM_1 - CM_2) e o revestimento do moinho. Desta maneira, na Tabela 3.3 encontram-se os valores que se tornam k , dependendo do tipo de colisão.

Tabela 3.2. Matriz de colisões em um moinho de bolas

	CM ₁	CM ₂	Revestimento
CM ₁	Sim	-	-
CM ₂	Sim	Sim	-
Revestimento	Sim	Sim	-

Tabela 3.3. Classe de colisões e tipo de colisão associado

Classe de colisões (<i>k</i>)	Tipo de colisões
1	CM ₁ – CM ₁
2	CM ₁ – CM ₂
3	CM ₁ – Revestimento
4	CM ₂ – CM ₂
5	CM ₂ – Revestimento

3.5.2 Resultados do modelo UFRJ na moagem de bolas

Carvalho (2009) apresenta alguns estudos de caso para a validação preliminar do modelo, sendo apenas alguns desses revisados a seguir. Na primeira circunstância a partícula ou partículas (no caso de leito) é colocada sobre uma superfície de aço e posteriormente impactada com uma bola de peso conhecido desde uma altura conhecida. Para fazer a validação do modelo foram utilizados dados de pesquisas anteriores (Barrios e Tavares 2009; Bourgeis 1993) em leito de partículas, sendo as configurações analisadas para os leitos de 1, 2 anéis e monocamada.

A Figura 3.28 mostra que o modelo descreveu adequadamente os resultados experimentais, tanto para o impacto sobre uma única partícula quanto para o impacto sobre diferentes leitos.

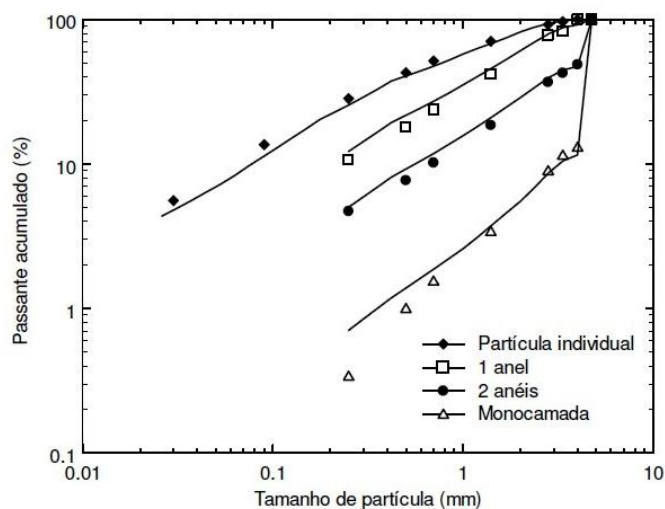


Figura 3.28. Simulação (linhas contínuas), utilizando o modelo UFRJ, da quebra de partículas de quartzo individuais e em leitos comparados aos dados experimentais (pontos), (Carvalho, 2009)

Um segundo cenário foi testado, onde a partícula sofre um dano por impactos repetidos. Neste ensaio, utilizaram partículas de minério de ferro contidas na faixa de tamanhos de 125 x 63 mm; tendo sido estas partículas submetidas a ensaio de autofratura.

Na terceira circunstância o modelo foi testado na simulação da moagem em batelada ou descontínua ($M = \text{constante}$, $W^{in} = W^{out} = 0$), em um moinho de bolas de tamanho 30 x 30 cm e dotado de quatro *lifters* de 7 mm de altura, operando com 30 % de grau de enchimento, preenchimento de vazios de 100 % e velocidade de 54 RPM. Foi moído um minério de um único componente mineralógico e com o moinho carregado com corpos moedores de um mesmo diâmetro (25 mm), de forma que o único tipo de colisão relevante à quebra foi a do tipo bola-bola ($Nk = 1$). Uma vez calculados os parâmetros exigidos pelo DEM, foram feitas as comparações de dados experimentais e simulação pelo modelo.

Uma das características que já foi mencionada é a capacidade do modelo prever taxas de quebra não lineares. Estas aparecem principalmente na quebra de partículas mais grossas, pois os impactos não possuem energia suficiente para produzir a quebra das partículas, as quais são enfraquecidas à medida que recebem impactos repetidos, além da presença de mecanismos de abrasão (Figura 3.29)

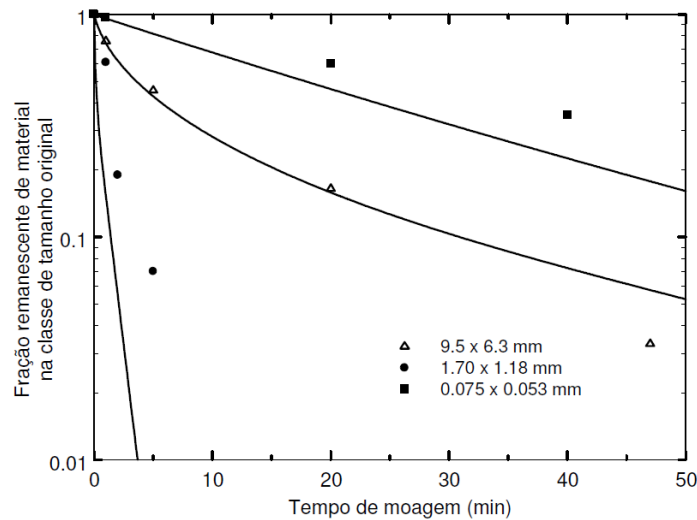


Figura 3.29. Proporção remanescente na classe original de tamanho em função do tempo na moagem descontínua de um minério de calcário (Carvalho, 2009)

Foram também realizados ensaios de moagem em batelada para dois materiais com características de quebra diferentes: minério de cobre e granulito. Em geral, o modelo comportou-se muito bem, mas é importante destacar no caso de minério de cobre a diferença entre os experimentos e a simulação para o tempo de um minuto, no qual Carvalho concluiu que este comportamento ocorre porque não há repartição de energia, provocando uma quebra intensificada. Para o granulito evidencia-se um bom comportamento.

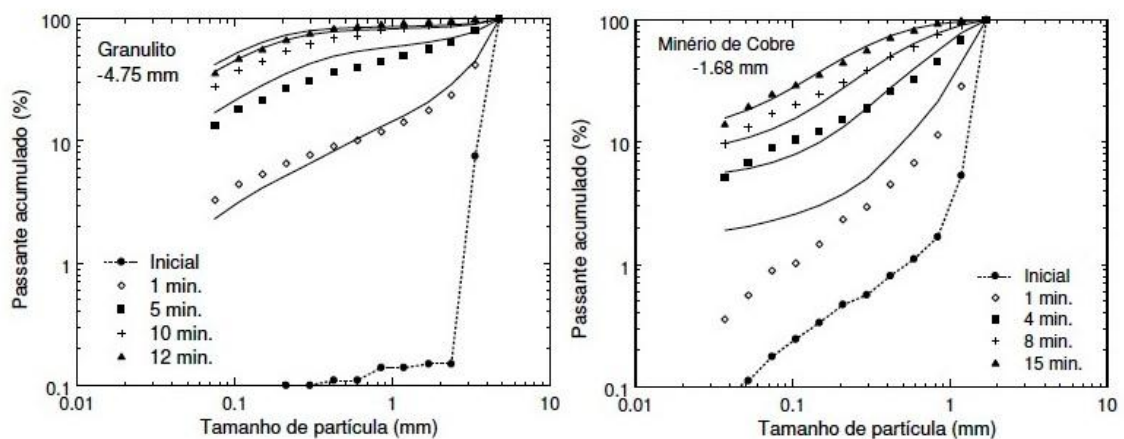


Figura 3.30. Resultados da moagem descontínua para um granulito (esquerda) e para um minério de Cobre (direita) (Carvalho, 2009)

No caso de moagem contínua, Carvalho (2009) realizou ensaios em circuito aberto, com uma alimentação multicomponente, em que o componente 1 apresenta o dobro da energia de fraturas do componente 2. Os resultados mostram que o modelo foi sensível a uma mudança súbita na resistência do material alimentado, mostrando uma mudança gradual na resistência do material no interior do moinho, conforme esperado.

O modelo foi ainda utilizado para a predição do efeito das variáveis de operação e projeto sobre a taxa de quebra de material em um moinho de bolas em batelada de 30 x 30 cm (Carvalho e Tavares, 2013), com concordâncias similares às apresentadas anteriormente, além de sensibilidade nas predições das mudanças no perfil do revestimento. Além disso, neste mesmo trabalho foram ainda realizadas comparações dos modelos de escalonamento de Austin e colaboradores e Herbst e Fuerstenau, onde o modelo mecanicista mostrou boas correlações com os modelos empíricos.

Outro trabalho de vital importância, onde o modelo foi aplicado de forma preliminar, foi realizado por Francioli (2015), o qual realizou vários experimentos em um moinho de dimensões 30 x 30 cm e investigou a influência de parâmetros como: grau de enchimento de bolas, velocidade de rotação do moinho, preenchimento de vazios, tamanho dos corpos moedores, porcentagem de sólidos e projeto das barras elevadoras (*lifters*) na granulometria do produto. O autor encontrou que o tamanho das bolas é a variável que mais afeta o consumo de energia e a taxa de quebra no moinho, especialmente para o minério grosso. Além disso, o autor concluiu que quando maiores tamanhos de bolas e baixas velocidades de rotação são usadas, maiores foram as taxas de quebra. Todos seus resultados incrementaram a base de dados no LTM, sendo parcialmente utilizados no presente trabalho. A principal conclusão relacionada com o modelo mecanicista UFRJ é a excelente concordância com dados experimentais relacionados à quebra de partículas grossas de minério quando corpos moedores de 40 mm foram utilizados. Por outro lado, de forma análoga ao trabalho anterior (Carvalho, 2009) o trabalho evidenciou a necessidade de ajuste na simulação da moagem de finos e também na moagem usando bolas de menores tamanho (i.e. 15 e 25 mm) (Figura 3.31).

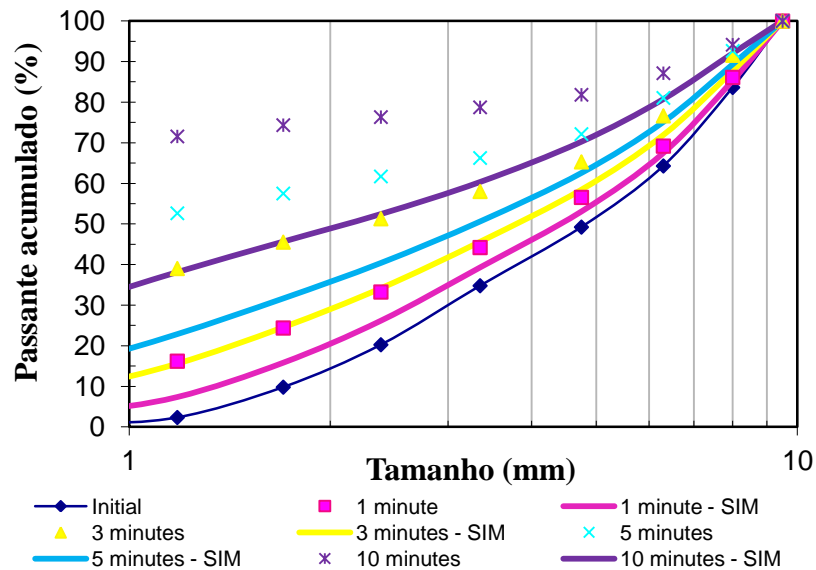


Figura 3.31. Resultados de moagem de bolas de moinho de 30 cm diâmetro, bola de 15 mm, 65% vc. Previsões do modelo UFRJ (línea contínua) (Francioli, 2015)

4 METODOLOGIA

No presente capítulo, materiais, unidades e procedimentos experimentais são apresentados. Cabe mencionar que uma grande parte dos resultados dos ensaios experimentais utilizados no presente trabalho já fazia parte do banco de dados do LTM.

4.1 Material

O material selecionado para o estudo é a rocha granulito, produzida pela empresa Pedra Sul, localizada em Matias Barbosa, no estado de Minas Gerais. O granulito é uma rocha metamórfica formada em grande profundidade, alta pressão e temperatura e na ausência de água. Na jazida em questão, ela apresenta composição química pouco variada. Contém minerais granulares ou tabulares, mas não prismáticos (Macêdo, 2006). A principal característica e motivo de escolha do material são as suas boas propriedades mecânicas, que possibilita resistência aos processos de peneiramento e manuseio. Sem essa resistência o minério poderia quebrar facilmente nas etapas do peneiramento ou outras, e geraria discordâncias nos resultados.

Foi caracterizado um minério proveniente da mesma empresa do ano de 2008, entretanto, o lote utilizado para o presente trabalho pertence a uma nova quantidade (5 toneladas) que posteriormente foi enviado ao LTM em 2013. Para garantir que se trata da mesma rocha foi determinado o W_i de Bond além de ensaio padronizado do abrasão do JKMRC.

4.1.1 Moabilidade de Bond (W_i)

Para a execução deste ensaio deve-se utilizar um moinho padrão (30 x 30 cm), regulado para uma velocidade de 70 +/- 3 RPM. Na Tabela 4.1 está apresentada a distribuição das bolas da carga moedora.

Tabela 4.1. Distribuição dos diâmetros das bolas da carga moedora

Nº de bolas	Diâmetro (mm)
43	36,5
67	30,2
10	25,4
71	19,1
94	15,9

Neste método o minério deve ser britado abaixo de 3,4 mm, minimizando a produção de finos. A quantidade de material (em gramas) de alimentação (M_{Alim}) é determinada pela quantidade de material ocupado em 700 ml de uma proveta de 1 L. O material é cominuído durante um número de revoluções (N_{rev}), que dependente da resistência do minério, mas é recomendável escolher entre 100-200 revoluções. Posteriormente, o material dever ser classificado, para escolher a abertura da malha de classificação do ensaio, que será, quando possível, aquela que fechará o circuito de moagem industrial. Na ausência deste dado, é recomendado usar a peneira ABNT 0,150 mm. Por último, a mesma massa do material passante daquela peneira é recomposta com material novo, do mesmo lote inicialmente britado abaixo de 3,4 mm, para depois ser moído mais uma vez durante um novo número de revoluções controlado. Este número de revoluções vai depender da moabilidade ($M_{\text{passante}}/N_{\text{rev}}$) e se define na Equação 4.1:

$$N_{i+1} = \frac{M_{Alim} - M_{passante}}{Moabilidade} \quad \text{Equação 4.1}$$

Este procedimento é repetido uma e outra vez até que a Moabilidade atinja o equilíbrio. Com isto quer-se dizer que os três últimos valores de Moabilidade devem ter uma diferença entre 3% em relação ao valor médio. Desse modo, o W_i pode ser calculado pela Equação 4.2:

$$W_i = \left[\frac{44.5}{Am^{0,23} * Mob^{0,82} * 10 * [P^{-0,5} - A^{-0,5}]} \right] * 1,1 \quad \text{Equação 4.2}$$

sendo:

W_i – Índice de trabalho para moagem, kWh/t;

Am – Abertura da malha teste de classificação em μm ;

P – Abertura da peneira onde passam 80% da malha do produto, em μm ;

A – Abertura onde passam 80% da massa da alimentação, em μm ;

Mob - Média dos três últimos valores de Moabilidade.

4.2 Unidades Experimentais

Duas unidades experimentais foram usadas no presente trabalho. Um moinho de 30 cm de diâmetro por 30 cm de comprimento e um moinho de 60 cm de diâmetro por 24 cm de comprimento. Este último foi projetado e fabricado como parte do presente trabalho. A seguir, uma breve descrição de cada um deles é apresentada.

4.2.1 Moinho de 30 cm

A grande maioria dos ensaios experimentais do presente trabalho foram ou já tinham sido realizados no moinho de 30 x 30 cm (Francioli, 2015). O moinho projetado com um motor de 1,5 kW que faz rotar um eixo de 1” de diâmetro, que por sua vez

transmite o movimento até o tambor. Entre o motor e o tambor em seu eixo principal encontra-se um sensor de torque tipo DR-3000 manufaturado por *Lorenz Messtechnik GmbH*, o qual permite medir a velocidade, o torque e a potência líquida ao longo do tempo com um erro 0,1% (Figura 4.1). Um transdutor amplifica, filtra e envia os sinais da célula de carga para um software de gravação através de um *Universal Serial Bus* (USB). Devido ao ruído mecânico e elétrico, bem como a natureza desequilibrada do movimento da carga, há uma flutuação na potência medida. Por conseguinte, em condições estacionárias uma média da potência medida é usada. Cabe destacar que esta potência líquida experimental é utilizada como referência para a calibração das simulações.

Três configurações de tambores foram utilizadas (Figura 4.2), todas com as mesmas dimensões. Diferencia-se por uma característica em particular, o número e a altura dos *lifters*. Uma das configurações é equipada com 8 *lifters* mais agressivos, com as seguintes medidas: 15 mm altura x 25 mm de largura, esta configuração será chamada no decorrer do trabalho de tipo 1. A outra com 6 *lifters* de 6 x 26 mm de altura e largura, respectivamente, denomina-se tipo 2. Por último, uma terceira configuração foi utilizada, diferenciando-se das duas anteriores por possuir 4 *lifters* de borracha de 7 mm altura e 10 mm de largura, chama-se de tipo 3.

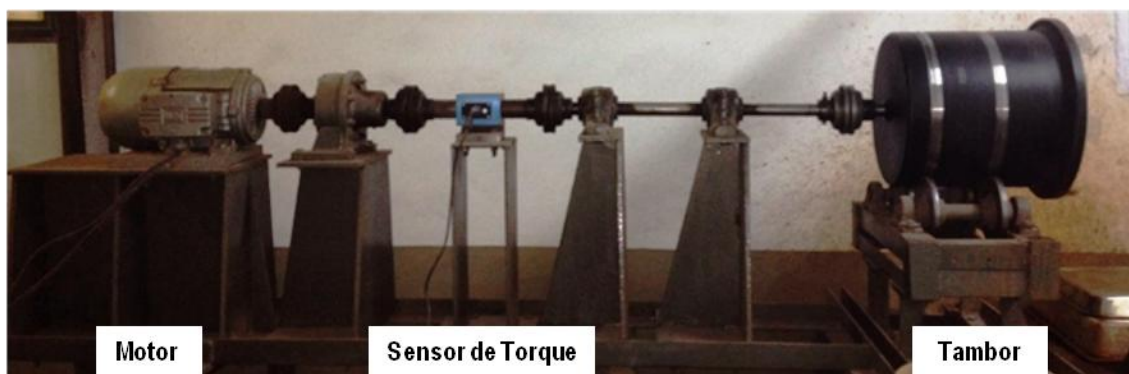


Figura 4.1 Moinho de bolas com tensor de torque incorporado localizado no LTM/COPPE/UFRJ

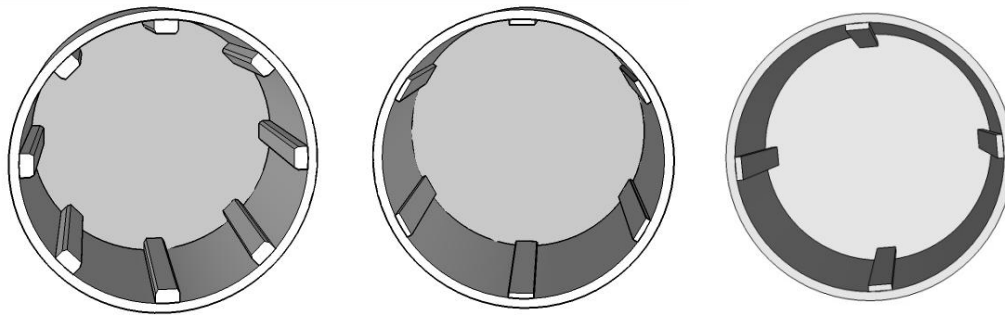


Figura 4.2. Configuração de moinho 30 x 30 cm. Elevadores maiores moinho tipo 1 (Esquerda), menores tipo 2 (centro) e elevadores de borracha tipo 3 (direita)

4.2.2 Moinho de 58 cm

Com a necessidade de avaliar o modelo UFRJ em condições energéticas e taxas de moagem diferentes, foi projetado e fabricado um novo moinho, cuja a carcaça foi feita de aço SAE 1020. Embora um dos critérios iniciais em seu projeto era diminuir o comprimento total comparado com o moinho de 30 cm, este equipamento foi projetado com o mesmo princípio de funcionalidade. Assim, O moinho foi projetado com um motorreductor (Tabela 4.2) conectado a um eixo principal de 1½". Por meio deste eixo e acoplamentos do tipo *Falk Steelflex* 1040T10, é transmitido o movimento para o tambor (aliviado sobre dois rolos que permitem seu movimento) e o sensor de torque. Este último, do mesmo tipo DR-3000 e fabricado pela mesma empresa alemã, permite medir torques de até de 1000 N.m. Todos estes componentes estão suportados sobre uma estrutura de aço, baseada em cantoneiras de abas iguais de 1¾" (45 mm) largura e ¼" (6,35 mm) de espessura. O projeto pode ser visto na Figura 4.3, enquanto detalhes das suas medidas e fotos podem ser encontradas nos anexos.

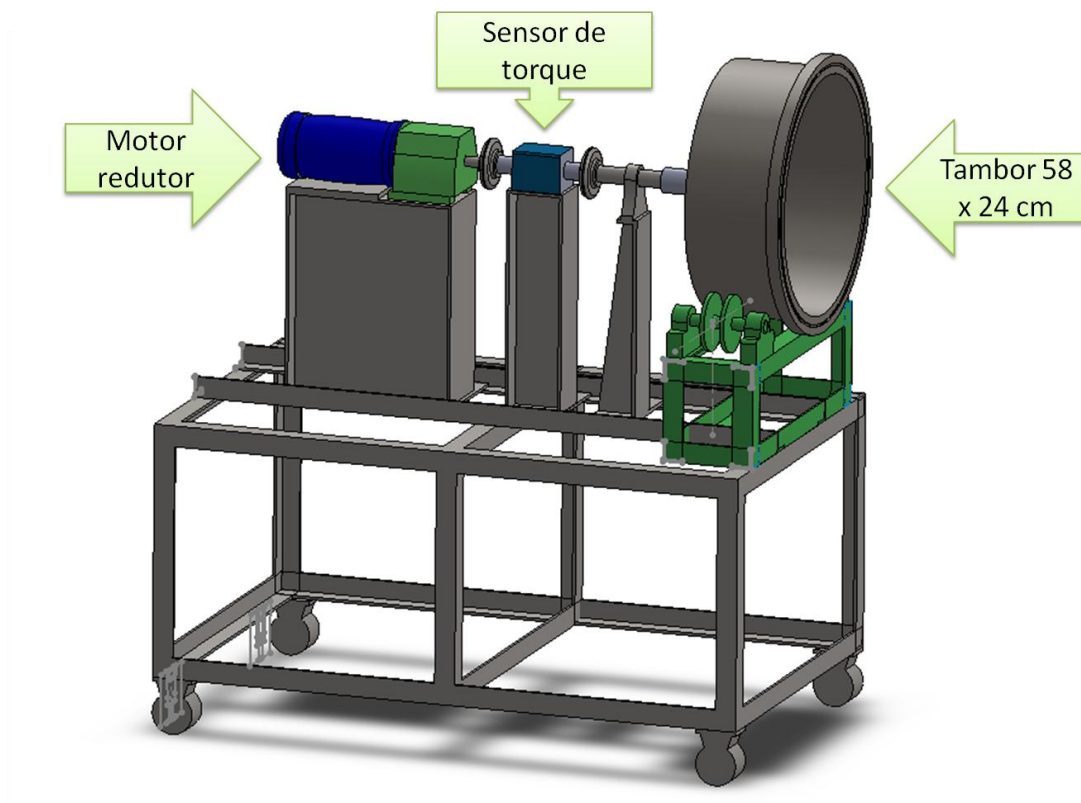


Figura 4.3. Projeto moinho de tambor de 58 cm de diâmetro por 24 cm de comprimento

No interior do tambor realizou-se a soldagem de 8 barras elevadoras de 12 mm de altura por 25 mm de largura. A tampa projetada foi composta por uma tampa menor que permite a carga e descarga no moinho. Cabe afirmar que entre a tampa e o tambor existe uma vedação completa que permite realizar ensaios a úmido. Por último, o torque sem carga para movimentar o moinho vazio foi medido antes de cada teste e subtraído do torque bruto, que é então convertido para o consumo de energia.

Tabela 4.2. Características do motorreductor SEW do Moinho 60 cm.

Característica	Valor
Potência (kW)	2,2
Torque de saída máximo [N.m]	300
Frequência motor [Hz]	60
Rot. entrada/saída A [RPM]	1710/72
Redução total [I]	23,59
Nº de polos	4

4.3 Ensaio de moagem em batelada

Embora a maioria dos resultados utilizados no presente trabalho foram resgatados da base de dados do LTM, alguns testes adicionais foram realizados com objetivos específicos no contexto do presente trabalho. Em cada um desses ensaios foram realizadas análises granulométricas em diferentes tempos de moagem (i.e. 1, 3, 5 e 10 min.). Desse modo, depois de completar os respectivos tempos, o minério era descarregado e analisado como se descreve a seguir.

4.3.1 Análise granulométrica

As análises granulométricas foram realizadas usando uma série de peneiras com aberturas decrescentes que seguem a progressão com razão $\sqrt{2}$. Partículas com tamanhos maiores que 4,75 mm foram peneiradas no *Produtest*[®]. Da mesma maneira, para partículas menores que 4,75 mm e retidas em 0,425 mm utilizou-se o *Ro-tap*[®]. Finalmente, para as partículas de menor tamanho foi utilizado o *Mytos*[®].

Tanto o *Produtest*[®] quanto o *Ro-tap*[®] são peneiradores vibratórios de laboratório. O *produtest*[®] é utilizado principalmente para material grosso e pode ser abastecido com altas quantidades (aproximadamente 4 kg). O *Ro-Tap*[®] é mais adequado para peneiramento de partículas mais finas e menores quantidades de amostra (inferior a, aproximadamente, 750 g).

O outro equipamento usado nas análises granulométricas foi o *Mytos*[®], fabricado pela empresa Sympatec, o qual utiliza a técnica de espalhamento laser. Esta técnica consiste na leitura da difração do laser pela interação com as partículas dispersas na amostra. Assim, são caracterizadas as partículas no intervalo de tamanho de 0,25 a 3500 μm (Figura 4.4). O peso da amostra deve-se encontrar entre 7 e 20 g.

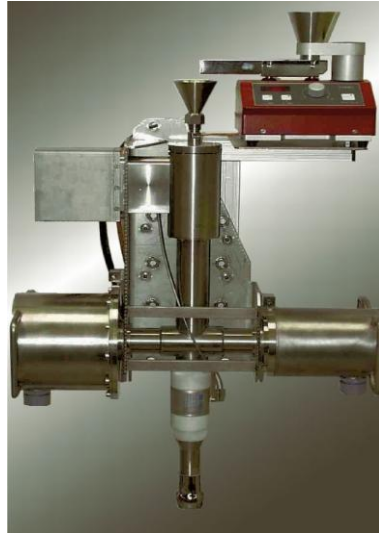


Figura 4.4. Sistema de espalhamento laser Mytos (Sympatec)

4.3.2 Cominuição a baixa energia

Um dos cenários ainda não avaliado com o modelo mecanicista, é aquele no qual predomina a cominuição de baixa energia, com movimento da carga moedora predominantemente em cascata. Afim de reproduzir essas condições, planejou-se ensaios no moinho de 30 cm, com revestimento de tipo 2, operando com as seguintes condições: partículas monotamanho de 9 x 12,5 mm, com 100% de preenchimento de vazios, para um grau de enchimento de 30% e bolas de 25 mm de diâmetro. A velocidade de rotação foi equivalente a 50% da velocidade crítica do moinho (40,3 rpm).

Para o desenvolvimento do modelo de abrasão em função da energia foram necessários outros testes sem carga de bolas, tanto no moinho de 30 cm (tipo 3) quanto no de 60 cm de diâmetro. O tempo de moagem, para ambos os casos, foi de 10 minutos sem interrupções. Desta forma, foi possível reproduzir as condições de abrasão que predominam no ensaio padronizado do JKMRC (seção 3.1.3.1).

A fim de se obter um melhor aproveitamento destes ensaios, realizou-se ainda a análise da forma das partículas durante os tempos de moagem. Os índices de lamelaridade (IL), alongamento (IA) e de forma (IF) para a classe mais grossa ensaiada foram calculados, seguindo a metodologia descrita na norma inglesa “*BS 812 Testing aggregates. Methods for determination of physical properties*”. Uma partícula é

considerada lamelar quando a sua espessura é menor que 0,6 da sua dimensão nominal. Alongada quando o comprimento da partícula é igual ou superior a 1,8 da sua dimensão nominal e não cúbica quando a relação entre o comprimento e a largura (C/L) da partícula é maior que 3. Cada índice corresponde ao quociente da massa de cada tipo de partícula pela massa da amostra.

4.3.3 Enchimento de vazios – úmido-seco

Outra variável que não tem sido avaliada no modelo UFRJ é o preenchimento de vazios. No presente trabalho, faz-se um estudo detalhado dessa influência por meio de simulações em DEM. Daqui, implementou-se algumas novas hipóteses para melhorar as previsões do modelo. No entanto, para validar esses resultados foi necessária a realização de novos ensaios experimentais. A metodologia foi bem simples, utilizando-se dos mesmos tempos e procedimentos para as análises granulométricas. A granulometria do material alimentado estava contido na faixa entre 3,35 mm e 0,6 mm e foram utilizados diferentes graus de preenchimento de vazios (100, 150 e 200%) tanto a úmido quanto a seco (Ver Ensaios 1 a 6 Tabela 4.3).

Tabela 4.3. Condições de ensaios experimentais de moagem em batelada.

Ensaio #	Tamanho de bolas (mm)	% J	% vc	Diâmetro Moinho (cm)	% U	% Sólidos
1				30 (tipo 3)	100	100
2					100	100
3					150	100
4		30	50	30 (Tipo 1)	200	100
5	25				100	70
6					150	70
7					200	70
8			60	60	100	100
9		20	80	60	100	100

4.3.4 Ensaios no moinho de 60 cm

Por fim, foram realizados dois ensaios de moagem utilizando o moinho de 60 cm de diâmetro. Entretanto, o aporte destes testes no entendimento do modelo foi relevante. As características dos ensaios são apresentadas na Tabela 4.3 (Ver Ensaio 8-9).

4.4 Simulações DEM

Para as simulações da movimentação da carga de moinhos utilizando o método dos elementos discretos, foi utilizado o software EDEM[®] (*Dem Solutions Ltd.*). Este software pode ser dividido em três partes: a primeira, o *EDEM Creator*, usado para configurar e inicializar o modelo, criar ou importar partículas e geometria, entre outros parâmetros. Nesta etapa, é selecionado o modelo de contato utilizado, o qual corresponde ao Hertz Mindlin-slip, revisado na seção 3.3. A segunda parte corresponde ao *EDEM Simulator* no qual se configura e controla a simulação; e finalmente, o *EDEM Analyst* ou pós-processador, usado para analisar e visualizar os resultados da simulação.

Uma das principais características deste *software* é a alta capacidade de pós-processamento em sua plataforma, que permite extrair informações como as forças, velocidades, energias da partícula, entre outras. Ele também permite analisar desgaste na geometria, acoplamentos com diferentes programas, entre outras características, o que faz do EDEM o principal software de simulação em DEM para aplicações em engenharia. No presente trabalho foi utilizada sua última versão, o EDEM 2.7.2, a qual apresenta grandes vantagens comparadas com as versões anteriores. Entretanto, com o fim de validar o uso deste software, foi realizado um estudo da influência de cada parâmetro ajustado no *EDEM Simulator* nas simulações de movimentação da carga moedora. Desta maneira, uma metodologia foi proposta para garantir que o espectro de energias extraído do EDEM seja adequado para o modelo UFRJ.

4.4.1 Calibração de parâmetros de contato para simulação em DEM

A calibração realizada no presente trabalho consistiu em equipar os moinhos em batelada com uma tampa acrílica, que permitisse observar o movimento das bolas em seu interior. Assim, foi possível a captura de imagens e/ou vídeos para uma análise posterior. Esta análise consistiu na medição digital dos ângulos do pé e do ombro da carga. Para gerar cada uma das fotos e vídeos, se utilizou a câmera Nikon D3200 com 24,2 MP e 60 frames por segundo. Além disso, os ângulos de repouso dinâmicos foram medidos por meio de um programa de desenho. Assim sendo, este procedimento foi executado nas duas unidades experimentais (moinho de 30 e 60 cm de diâmetro).

Regularmente, se realiza um plano fatorial para encontrar o conjunto ótimo de parâmetros. No entanto, em trabalhos anteriores realizou-se a calibração dos parâmetros de contato para o moinho de 30 cm (Ramos, Carvalho e Tavares, 2011). Os resultados de dito trabalho mostram uma alta congruência entre as simulações e os ensaios experimentais. Por conseguinte, esse conjunto de parâmetros foi tomado como ponto de partida, descartando a necessidade da realização de um plano fatorial.

4.4.1.1 Calibração de parâmetros DEM no moinho de 30 cm de diâmetro

Em conformidade com o acima descrito, já estabelecido o conjunto de parâmetros do moinho de 30 cm, apenas se pretende testar eles em um cenário extremo. Esta condição consistiu em reproduzir o ensaio de Bond. Onde os *lifters* do moinho foram removidos, proporcionando uma superfície lisa que possa testar os coeficientes de rolamento selecionados.

4.4.1.2 Calibração de parâmetros DEM no moinho de 58 cm de diâmetro.

Para o novo moinho de 58 cm de diâmetro não havia ainda sido realizado estudo de calibração de parâmetros. Têm-se evidências de que o coeficiente de restituição varia com a energia de impacto (Zhou, 2013). Além disso, existem dois aspectos importantes a testar: o primeiro é a diferença nas condições superficiais das paredes dos moinhos, que poderiam gerar alterações nos coeficientes de rolamento; o segundo é a redução do comprimento do tambor, que poderia ocasionar um aumento do ângulo de repouso do material, independentemente da condição operacional. Isto significa que o efeito de parede pode ser intensificado nesse moinho, o qual proporciona uma maior elevação do leito de material através do movimento ascendente das paredes laterais.

Neste contexto, foi projetada uma tampa em acrílico bipartida, a qual permitiria de uma maneira mais simples a carga e descarga do moinho. As dimensões da tampa são apresentadas na Figura 4.5. Foi realizada uma grande quantidade de testes, variando velocidade, porcentagem do enchimento de bolas e diâmetro das bolas, além de diferentes graus de enchimento do minério. Com isto, garantiram-se distintos movimentos da carga que devem ser representados pelos parâmetros escolhidos. Na Tabela 4.4 são resumidas as condições usadas em cada ensaio.

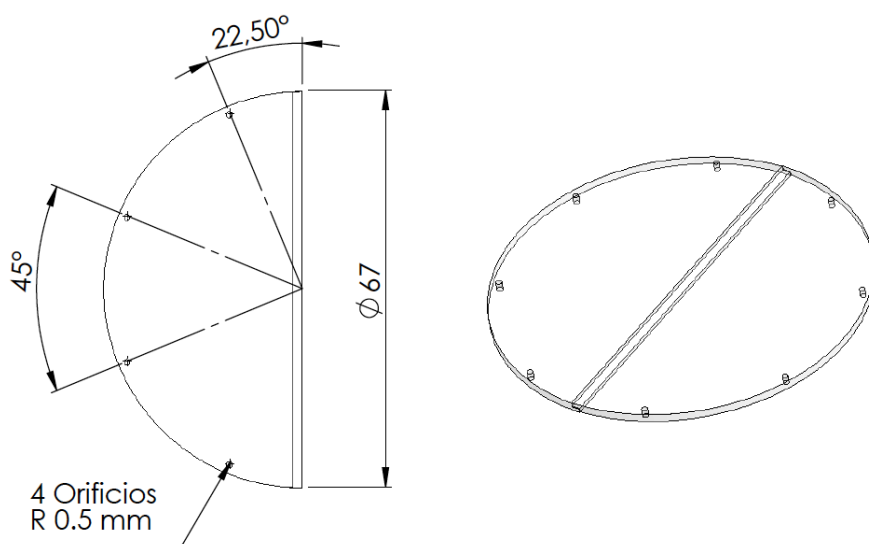


Figura 4.5. Projeto da tampa acrílica bipartida para calibração de parâmetros de contato DEM no moinho 58 cm de diâmetro

Tabela 4.4. Características dos ensaios experimentais para obtenção de parâmetros de contato DEM

# Ensaio	Diâmetro da bola (mm)	J (%)	V_c (%)	U (%)
1	25	10	40	0
2			60	100
3			80	0
4		20	40	100
5			60	0
6			80	100
7	40	20	40	0
8			60	100
9			80	0

4.4.2 Simulações de movimento de carga

Uma vez estabelecida a influência de cada parâmetro no software EDEM, além da calibração dos parâmetros de contato, foi possível fazer simulações com um alto grau de confiabilidade. Inicialmente, a simulação do moinho de bolas consistiu em simular a movimentação da carga no EDEM durante 8 segundos, tempo este necessário para que o movimento da carga moedora atinja o regime estacionário. Durante este tempo não se realiza um rastreamento da energia das colisões, pois esta opção consome uma

porcentagem significativa de memória, desta maneira é possível melhorar o rendimento da simulação. Uma vez em regime estacionário, a opção de rastreamento das energias das colisões é ativada, e a simulação é realizada por mais dois segundos de operação. Finalmente, são extraídas informações como posição das partículas, velocidades, identificação, energia normal e tangencial de cada colisão, entre outras

O pós-processamento dos dados foi realizado pelo software LTManalyst (CARVALHO, 2013), além de algumas rotinas desenvolvida especificamente para o presente trabalho. Em relação ao LTManalyst, este software fornece o espectro de energia, a estimativa da potência pelo centro de massa, movimento da massa e diversas informações de bastante utilidade para o análise do moinho (Figura 4.6), que são gerados a partir de informações extraídas da simulação do movimento da carga moedora realizada no EDEM.

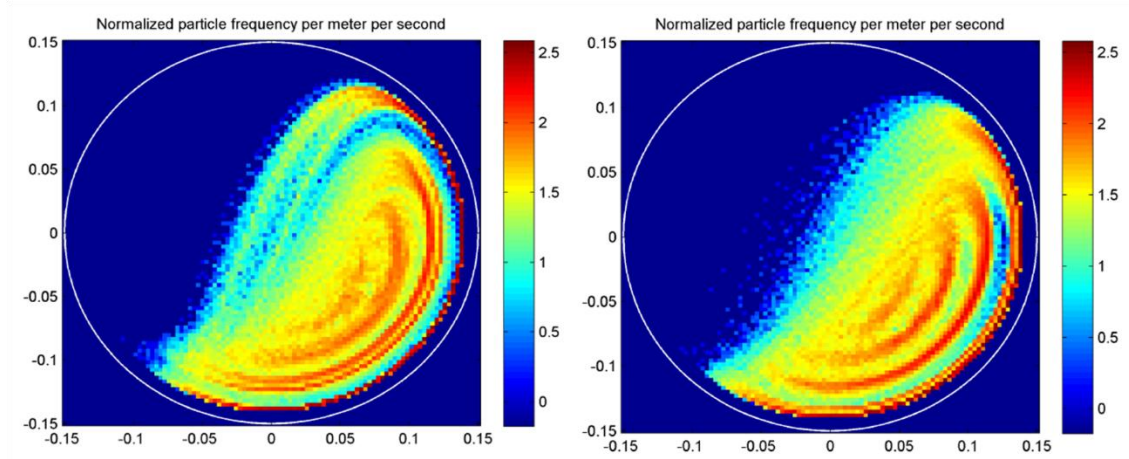


Figura 4.6. Exemplo de resultado pós-processado usando o LTManalyst

4.4.3 Simulações com minério

Com o objetivo de estudar a contribuição do minério tanto no movimento da carga quanto na forma como é dissipada a energia, Foi realizada uma série de simulações variando o percentual de preenchimento de vazios sob as mesmas condições operacionais. Avaliou-se a influência de outras variáveis como a porcentagem da velocidade crítica, o tamanho de partículas de minério, o diâmetro dos corpos moedores e o diâmetro do moinho (Tabela 4.5).

Tabela 4.5 Condições das simulações com minério

#	Diâmetro de Moinho (cm)	Diâmetro corpos moedores (mm)	Diâmetro das partículas de Minério (mm)	Velocidade de rotação (%vc)	Número de corpos moedores	Número de partículas de Minério	Preenchimento de vazios (%)
1						0	0
2						43200	40
3						64800	60
4						86400	80
5			3	50	461	108000	100
6		25				129600	120
7						162000	150
8	30 tipo 1					216000	200
9			15,83	50	461	723	100
10			3	80	461	64800	60
11			3	65	461	64800	60
12		40	3	50	127	34352	100
13		40	3	50	112	162000	150
14		40	Distribuição	40,3	112	14760	100
15	60	25	7,74	60	1043	14219	100
16			4,75		795	16456	

A alta demanda computacional para a realização deste tipo de simulações, em função do pequeno tamanho das partículas, torna impraticável realizar a simulação do moinho completo. Uma ferramenta disponível no software EDEM é a possibilidade de simular um segmento do comprimento total do moinho, no qual suas extremidades são indiretamente conectadas de modo que partículas que passam por uma dessas extremidades continuam seu movimento e/ou colidem com demais elementos localizados na outra extremidade. Este recurso é chamado de domínio periódico. Diversos autores têm validado o uso desta técnica (Capece, Davé e Bilgili, 2015; Cleary, 2001; Cleary e Morrison, 2011; Johnstone, 2010; Weerasekara *et al.*, 2013). A seleção do comprimento mínimo deste domínio está relacionado com o tamanho da maior partícula (D_{mp}) presente na simulação. Estima-se que três vezes o tamanho da maior partícula ($3*D_{mp}$) seria o comprimento mínimo apropriado para representação do moinho completo.

A detecção de contatos entre partículas com diâmetros muito discrepantes, como no caso do contato entre partículas de minério e corpos moedores se apresenta como um desafio para a simulação, de modo que a escolha do passo de tempo do algoritmo de integração numérica deve ser escolhido com cuidado de modo a evitar a superposição exagerada no contato, o que resultará no cálculo das forças resultantes com magnitudes erradas, inviabilizando a simulação, causando o efeito de explosão de partículas.

4.4.4 Metodologia para a validação do modelo de captura de partículas

No modelo UFRJ, o número de partículas capturadas em cada colisão é dado pelo proposto por Barrios *et al.* (2011). Como já foi mencionado, para aplicação deste modelo de captura, é utilizado o espectro de energias da simulação no método dos elementos discretos sem a presença de minério. No entanto, o modelo UFRJ assume que em cada colisão no interior do moinho sempre é capturado minério, hipóteses que de não ser certa estaria submetendo o minério a uma maior energia de cominuição. Apesar de que não tem sido encontrada uma influencia negativa nessa hipótese, no presente capítulo, mediante algumas simulações complexas no DEM quer-se avaliar as determinações do modelo de Barrios *et al.* (2011).

Para esta determinação foi comparada a energia recebida pelo minério por meio de duas abordagens. Por um lado, utilizando o modelo de Barrios *et al.* (2011) e o espectro de colisões de simulações no método dos elementos discretos sem minério, e por outro lado, simulações no método dos elementos discretos com a presença de minério. Desta maneira, foi realizada esta comparação em dois cenários, no primeiro, o propósito foi que o corpo moedor conseguisse capturar um alto número de partículas. Assim, utilizaram-se corpos moedores de 40 mm de diâmetro e minério do menor tamanho possível, que fosse capaz de ser processado pelo recurso computacional disponível (i.e 2,5 mm). Alternativamente, no segundo cenário, o objetivo foi que o número de partículas capturado em cada colisão fosse o menor possível, ou seja, uma partícula por colisão. Para este último, as condições consistiram de corpos moedores de 25 mm, com partículas de monotamanho de 9,5 x 12 mm. Nas duas simulações utilizou-

se 100% de preenchimento de vazios, velocidade de rotação de 50% da velocidade crítica e o mesmo moinho de 30 cm de diâmetro com revestimento tipo 1.

Foi necessário programar uma rotina para o pós-processamento dos dados das simulações em presença de minério (Figura 4.7), a fim de garantir que a energia levada em consideração correspondera à utilizada na cominuição do minério. Daqui, foram obtido dois gráficos em forma cumulativa da energia recebida pelo minério com as duas abordagens descritas na presente seção.

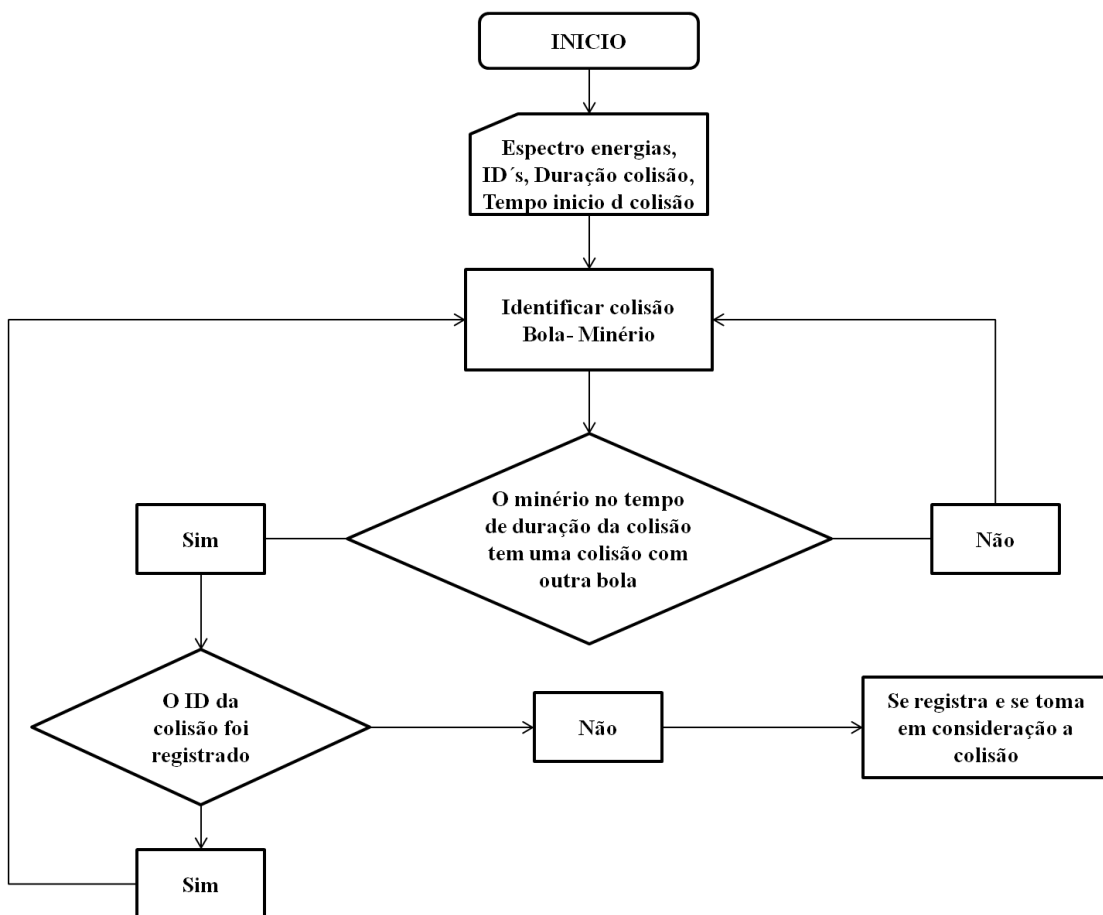


Figura 4.7. Algoritmo da rotina para a análise de quantidade de energia recebida pelo minério

4.5 Análise de sensibilidade paramétrica do modelo mecanicista

A análise de sensibilidade é uma ferramenta importante na construção de modelos matemáticos. Esta metodologia proporciona uma melhor compreensão do comportamento dinâmico do sistema, para posteriormente aplicar estratégias de

controle. A seguinte metodologia foi proposta a fim de conhecer a sensibilidade do modelo UFRJ com a variação de cada um dos seus parâmetros, sendo esses os parâmetros relacionados ao comportamento dos minérios com relação a quebra, desde o modelo que relaciona a energia mediana de fratura com o tamanho de partícula (Equação 3.6), modelo que relaciona a granulometria do produto da quebra com a energia aplicada (Equação 3.7), modelo do dano (Equação 3.11) e por fim, o modelo de quebra superficial (Equação 3.9). Inicialmente, se estabeleceu um valor médio, o qual corresponde ao calculado experimentalmente dos ensaios de caracterização do minério. A partir deste valor, definiu-se limites máximos e mínimos, aumentando e reduzindo o valor médio em 20%, conforme (Tabela 4.6). Realizou-se uma simulação por cada uma das variações para um total de 28.

Para a realização dessas simulações com o modelo mecanicista para a análise de sensibilidade, escolheu-se uma simulação DEM da movimentação da carga moedora (40 mm) em moinho de 30 cm operando a 65% da velocidade crítica com grau de enchimento de 100%. O espectro de energias foi extraído e pós-processado, conforme descrito na seção 0.

Tabela 4.6. Lista dos valores utilizados para análise de sensibilidade do modelo

Parâmetro	Modelo	Ponto Médio	Limite Inferior (-20%)	Limite Superior (20%)
$E\alpha(\text{J/Kg})$	Energia de	123	98,4	147,6
$do(\text{mm})$	Fratura	0,91	0,728	1,092
$\Phi(-)$	(Equação 3.6)	1,68	1,344	2,01
$\gamma (-)$	Dano (Equação 3.11)	3	2,4	3,6
$A(\%)$	Fragmentação	60,4	48,32	72,48
b'	(Equação 3.7)	0,05	0,04	0,06
Pa	Quebra	1,6	1,28	1,92
da	superficial	0,21	0,17	0,25
Λ_A	Equação 3.9	0,31	0,25	0,37
$dpast$		0,1	0,08	0,12
ftn		0,64	0,52	0,77
β	Fator de forma	0,62	0,5	0,74
σ_α	Energia de	0,46	0,37	0,55
σ_o	Fratura	1	0,8	1,2

5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

5.1 Caracterização do material

O resultado do ensaio de moabilidade de Bond com a amostra selecionada neste trabalho apresentou um valor de índice de trabalho em moinho de bolas (Wi) igual a 7,5 kWh/t, valor este muito próximo daquele obtido para a amostra de mesma origem, porém caracterizada anteriormente, no ano de 2008. Naquela ocasião, o valor encontrado para o índice de trabalho foi de 7,0 kWh/t. Além disso, também foram realizados ensaios de fragmentação por abrasão, nos quais a carga de minério foi moída durante 10 minutos sem a presença de corpos moedores, e cujos resultados são apresentados na Figura 5.1, que compara os resultados da amostra ensaiada em 2008 com a utilizada no presente trabalho. Nota-se a alta similaridade nas curvas de percentual passante acumulado até a peneira de 0,2 mm. Abaixo deste tamanho, a amostra antiga apresentou maior inclinação, gerando portanto, menor quantidade de fragmentos ainda menores. Entretanto, esta pequena diferença na granulometria do produto de abrasão pode ser atribuída ao método de análise granulométrica utilizado. No ensaio do 2008, toda a análise foi realizada com a técnica de peneiramento, enquanto que para a amostra atual, a granulometria foi determinada, em parte, por espalhamento a laser no equipamento Mytos.

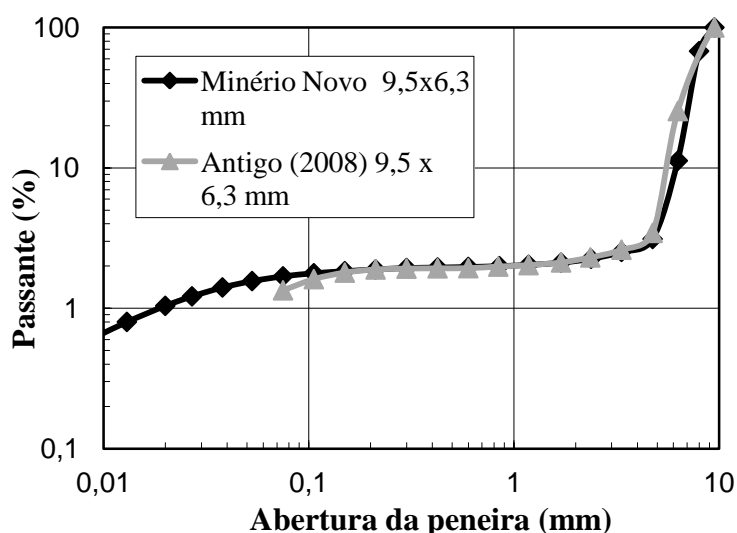


Figura 5.1. Resultados dos ensaios de abrasão para minério novo e antigo (9,5 x 6,3 mm) no moinho de 30 cm de diâmetro

Estes resultados demonstram que não haveria necessidade de realizar ensaios de caracterização adicionais, de maneira que os parâmetros dos diferentes modelos (Tabela 4.6) calibrados nos ensaios antigos podem ser utilizados em primeira instância para as simulações. No entanto, estes parâmetros podem mudar em condições de captura de leitões (BARRIOS e TAVARES, 2009). Dessa maneira, a primeira tentativa para resolver as imprecisões do modelo UFRJ foi procurar um conjunto de parâmetros que conseguisse descrever de melhor maneira as condições experimentais, estas condições correspondentes as apresentadas na Figura 3.31, na qual foi simulado o moinho de 30 cm tipo 1, com carga de bolas de 15 mm, com enchimento de 30% e sob uma velocidade de rotação do 65% da velocidade crítica, cujos resultados são a distribuição de tamanhos de partículas ao final de cada tempo de moagem analisado (1, 3, 5 e 10 minutos). Os espectros de energias de impacto foram gerados a partir de simulações da carga moedora utilizando os parâmetros de contato propostos por Ramos (2011). Para isto, algumas rotinas de otimização foram implementadas em Matlab R2015 (Mathworks, 2015). Entretanto, somente utilizando o conjunto de parâmetros que minimizou a diferença entre o resultado do modelo e os resultados experimentais, ainda não foi suficientemente bom, como pode ser visto na Figura 5.2. Desta forma, buscou-se encontrar evidências para verificação da validade de cada uma das hipóteses lançadas pela modelagem mecanicista da moagem, iniciando com a dissipação de energia calculada pelo método dos elementos discretos, que será abordado na próxima seção.

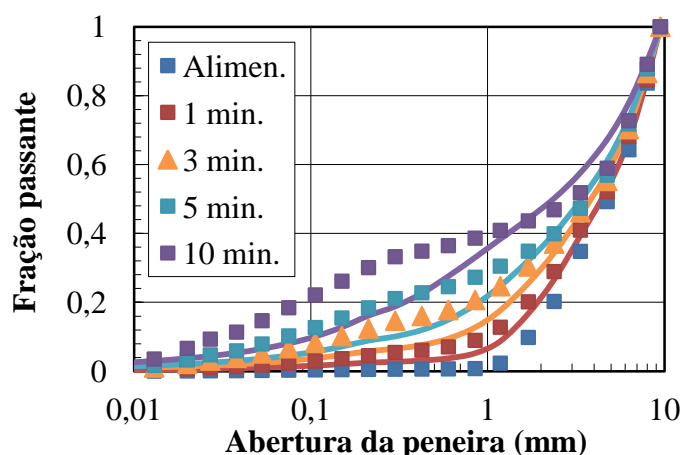


Figura 5.2. Previsões modelo UFRJ (linha contínua) - Experimental (pontos). Moinho de 30 cm tipo 1, diâmetro de bola 15 mm, velocidade de rotação 65% da velocidade crítica - Enchimento 30%

5.2 Simulação da movimentação da carga moedora em moinho de bolas usando DEM

Como já foi mencionado, no amplo pós-processamento que oferece o software EDEM, existe a opção de registrar a energia dissipada em cada colisão. Com esta informação é possível gerar o espectro de energia de colisão utilizado pelos diversos modelos mecanicistas. Por outro lado, a integração de todas estas energias deveria ser análoga á potência líquida demandada durante a operação do moinho. Apesar disso, ainda que o movimento da carga simulada e a potência calculada pelo centro de massa correspondam ao equipamento real, esta integração sempre tem sido superestimada pelos cálculos do DEM. Alguns autores (Powell e Weerasekara, 2010) realizam a calibração por meio da comparação com ensaios de bancada na célula de carga. Não obstante, esta dificuldade não tem sido resolvida desde uma abordagem científica.

Fortuitamente, na nova versão EDEM 2.7, o cálculo da energia dissipada foi atualizado para dar uma previsão mais exata (EDEM GUIDE, 2016). Assim, os valores da energia perdida são mais próximos da expectativa teórica. No presente capítulo, quer-se validar o uso da dissipação da energia no modelo UFRJ como tal.

5.2.1 Escolha de passo de tempo

Garantido que o intervalo de salvamento dos dados seja adequado para que as informações das colisões sejam registradas, normalmente opta-se por um intervalo igual 0,01 segundo. Outro parâmetro que pode ser ajustado é o passo de tempo da integração do sistema de equações gerado pela solução das equações do movimento dos elementos. Observa-se na Equação 3.22 que está relacionado com as propriedades intrínsecas do material (densidade, módulo de cisalhamento). A medida que o módulo de cisalhamento aumenta o *Rayleigh time* diminui. Na Figura 5.3 observa-se resultados de simulações realizadas sob as mesmas condições, nas quais foi variado o módulo de cisalhamento. Concluiu-se que valores de módulo de cisalhamento da ordem de 10^6 (Pa) já afetam a dissipação total de energia nas colisões, enquanto para valores acima de 10^7 (Pa) a frequência total de energia dissipada nas colisões permanece praticamente constante. Esses resultados mostram que, para diminuir o esforço computacional nas simulações, pode ser utilizado um valor reduzido para o módulo de cisalhamento, desde que o material utilizado seja o aço.

A mesma simulação do moinho, nas condições já reportadas no parágrafo anterior, foram realizadas para diferentes valores de passo de tempo de integração, de 15% a 100% do tempo de Rayleigh, que foi de $1,42 \times 10^{-5}$ segundos.

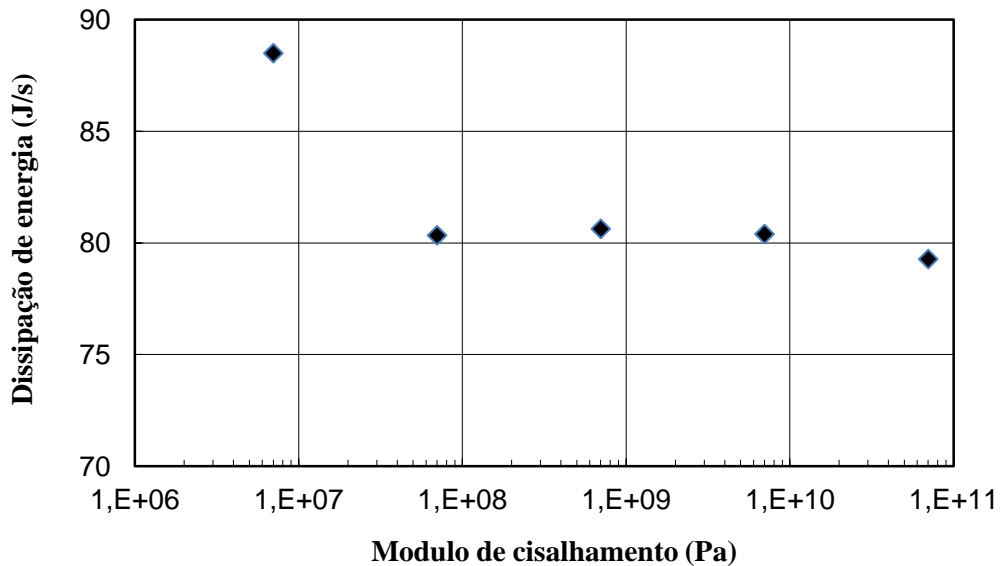


Figura 5.3. Influência do módulo de cisalhamento na dissipação da energia. Simulação do moinho de bolas de 30 x 30 cm, com grau de enchimento de 30%, operando a 65% de sua velocidade crítica com corpos moedores de aço de 25 mm de diâmetro

Observou-se que o passo de tempo teve influência significativa sobre a energia total dissipada nas colisões. Na Figura 5.4 pode-se observar essa influência sobre a potência líquida em um moinho em escala de laboratório calculado a partir da integração das energias dissipadas nas colisões. À medida que se aumenta esta porcentagem a dissipação de energia também aumenta, ainda se tratando da mesma simulação.

A força de repulsão calculada pelo DEM encontra-se diretamente relacionada com a sobreposição das partículas em contato (δ_n). Desta maneira, faz-se necessário analisar a influência da interação das partículas, pois a maioria dos sistemas macroscópicos são controlados pela natureza destas forças (Tadros, 2011). As forças de interação aumentam quando as distâncias interparticulares se reduzem. Deste modo, uma estimativa precisa da dissipação da energia requer a seleção de um passo de tempo

preciso. Alguns autores (Abbasfard, Evans e Moreno-Atanasio, 2016) encontraram esta mesma relação, porém em uma escala menor.

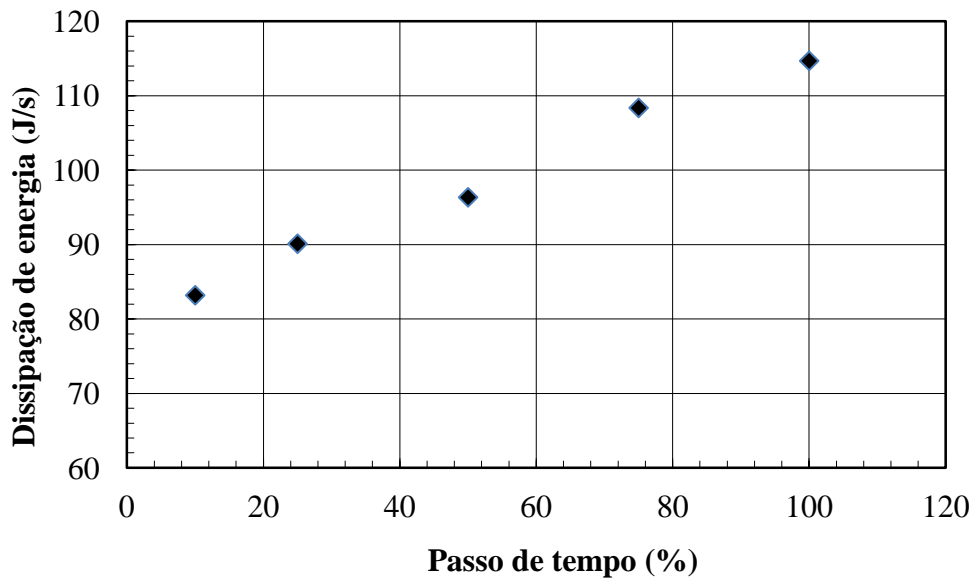


Figura 5.4. Influência do passo de tempo na dissipação de energia. Simulação moinho de 30 x 30 cm, diâmetro de corpo moedor 25 mm, Enchimento de 30% J. Módulo de cisalhamento de 7×10^{10} (Pa)

Consequentemente, identifica-se a necessidade de estabelecer uma condição para garantir que a energia dissipada calculada pelo modelo de contato possua o menor valor de erro possível. Assim, a pergunta a responder é qual passo de tempo é o adequado para cada tipo de simulação. Neste ponto, as simulações simples descritas a seguir foram de vital importância para estabelecer um critério na seleção do passo de tempo.

Pode-se fazer um balanço energético para avaliar se a dissipação de energia calculada pelo EDEM fosse a apropriada, onde a energia aplicada no sistema deve ser igual á dissipada. Realizar este balanço diretamente em um moinho de bolas seria incorreto, pois, embora instrumentalmente pode-se medir a energia de entrada no moinho, a dissipação da energia estaria em função dos parâmetros de contato (ver seção 4.4.1). Assim, a imprecisão poderia estar associada a uma incorreta calibração de parâmetros e não a eventuais incorreções nos valores calculados pelo EDEM. Sendo assim, foi proposta uma série de simulações simples, as quais consistiram em soltar sob a ação da gravidade partícula(s) de certa altura, com uma energia inicial conhecida. Posteriormente, essa(s) partícula(s) impactava(m), sobre uma superfície de aço lisa ou sobre um leito de partículas. Após esse primeiro contato, continuava-se a simulação, de

tal maneira que a partícula prosseguia impactando até dissipar toda a energia inicial. Um parâmetro proposto, chamado conservação da energia (CE) foi calculado comparando a energia inicial (E_{ii}) e a energia total dissipada na simulação ($E_{lossTot}$) (Equação 5.1):

$$\%CE = \frac{E_{ii}}{E_{lossTot}} * 100 \quad \text{Equação 5.1}$$

Em um cenário ideal esta conservação da energia deveria ser 100%. Nestas simulações, variou-se o tamanho da partícula e altura da queda (energia de impacto), a lista destes ensaios e resultados encontra-se nos anexos.

Posteriormente, lembrando a definição apresentada na seção 3.3, onde se afirma que o passo de tempo adequado está relacionado com o número de coordenação, pode-se estabelecer uma relação entre este número e o passo de tempo que aproxima o balanço energético em valores próximos a 100%. Esta relação é apresentada na Figura 5.5. O número de coordenação (N_{coord}) relacionado com o tamanho da maior e da menor partícula pode ser calculado pela equação:

$$N_{coord} = \frac{\pi * (R + r)}{r} \quad \text{Equação 5.2}$$

sendo R e r os raios da maior e menor partícula, respectivamente.

Nota-se na Figura 5.5 que existe uma relação potencial entre estas duas variáveis, de maneira que o passo de tempo (PT) ótimo poderia ser definido pela equação:

$$PT = 482 N_{coord}^{-1,5} \quad \text{Equação 5.3}$$

Este modelo é válido para colisões entre partículas de um mesmo material, como são aquelas desenvolvidas para o modelo UFRJ, com só a presença de corpos moedores de aço.

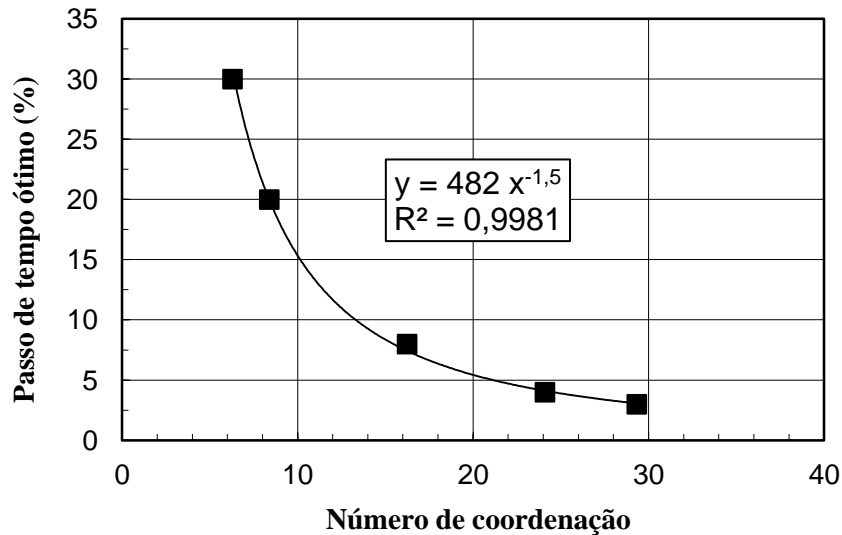


Figura 5.5. Passo de tempo ótimo em função do número de coordenação. Partículas de aço, módulo de cisalhamento 7×10^{10} Pa

Um exemplo para o uso deste modelo é apresentado a seguir: se fosse a ser realizada uma simulação com corpos moedores de 40 mm e 10 mm, o número de coordenação calculado pela Equação 5.2 corresponde a 16. Com este número e a relação apresentada na Equação 5.3, o passo de tempo ótimo é igual a 8 % do *Rayleigh Time* aproximadamente.

5.2.2 Tempo de simulação

Uma última consideração deve ser levada em conta no ajuste dos parâmetros da simulação de moinhos pelo método dos elementos discretos: o tempo de simulação. Inicialmente, o moinho é levado até um estado estacionário (8 s) e em seguida realiza-se a extração das energias durante um tempo determinado (2 s). Uma análise deste tempo de estabilização foi realizada, já que encontraram-se diferenças significativas no número de colisões por segundo em espectros de um mesmo moinho sob as mesmas condições operacionais.

Powell (2008) sugeriu a extração de duas revoluções nas simulações de moinhos, o que era julgado suficiente para que o mesmo entrasse em regime estacionário. Por outro lado, Cleary *et al.* (2003) concluem que é necessário extrair aproximadamente 1,5 segundos de simulações em 3D para garantir que se obtenha um

espectro de colisões representativo no caso de moinhos semi-autógenos. No entanto, este tempo não é referenciado em função das revoluções do moinho.

Para garantir que o espectro de colisões extraído do *DEM* fosse representativo das condições energéticas do moinho simulado, é de fundamental importância ter confiabilidade que o moinho encontra-se em regime estacionário antes de fazer a extração das energias. Na Figura 5.6 são apresentados os resultados deste estudo, onde pode-se notar que à medida que transcorre o tempo, dado em função do número de revoluções do moinho, o número de colisões oscila, até se estabilizar em torno de 15 mil colisões por segundo a partir de 5 revoluções do moinho, o que neste caso, equivale a 7,5 segundos de simulação. No entanto, é de vital importância realizar estabilização e as extrações em intervalos de tempo que representem uma revolução completa no moinho.

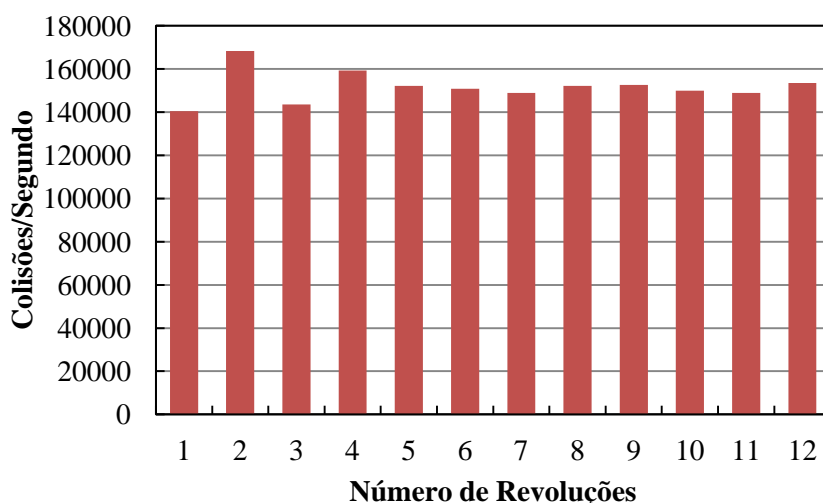


Figura 5.6. Número de colisões por revolução no moinho 30 x 30 cm. Velocidade de rotação 40,3 (RPM), enchimento de bolas de 30%

Assim, é evidente que precisa-se de aproximadamente de seis revoluções do moinho a partir da carga em repouso para garantir que o moinho atinja o regime estacionário, ou seja, o tempo necessário para estabilização do movimento da carga moedora. Em termos operacionais, não há necessidade de se registrar a energia dissipada em cada colisão que ocorreu antes do moinho atingir o regime estacionário. Nesse momento, ativa-se o registro das energias das colisões e simula-se o moinho por uma média de três revoluções, o que é suficiente para garantir a boa confiabilidade do resultado.

5.3 Calibração de parâmetros de contato de DEM

Estabelecidas as condições para cada simulação no EDEM, no presente capítulo apresenta-se a validação dos parâmetros de contato para o modelo de contato de Hertz-Mindlin (MINDLIN, 1959), conforme proposto por Ramos *et al.* (2011) nas unidades operacionais utilizadas.

Um exemplo de resultado de experimentos de registro da movimentação da carga de moinho é apresentado na Figura 5.7, na qual o moinho se encontra preenchido somente por uma distribuição de corpos moedores representados pela distribuição do ensaio de Bond (Tabela 4.1). À esquerda, pode-se observar o moinho preenchido somente com corpos moedores. Na imagem da direita, o moinho está preenchido com bolas de aço e partículas de minério na faixa de 3,5-0,6 mm.

Embora não fossem incluídas as barras elevadoras no moinho, percebe-se que as bolas são projetadas desde o ombro da carga, apresentando um movimento em cascata. Conseqüentemente, existe uma região ativa, onde as bolas alcançam energias significativas. Isto pode explicar o fato de que no teste padronizado de Bond, o material avaliado consegue ser fraturado, mesmo sem a presença de barras elevadoras no revestimento do moinho de Bond. Comparando o ângulo da carga em ambos casos, com e sem minério, se observa que a presença do minério resulta em um aumento no ângulo do ombro. Tipicamente, a presença de minério incrementa os coeficientes de atrito e diminui o coeficiente de restituição (Tavares, 2017), efeito que deve ser descrito pelo conjunto de parâmetros de contato selecionados por Ramos *et al.* (2011). Na Figura 5.8 observa-se o comportamento da carga de bolas em simulações equivalentes no DEM, utilizando os parâmetros de contato calibrados por Ramos (2011). A escala de cores ao lado direito representa a velocidade das bolas: aquelas cuja tendência é a cor vermelho levam uma maior velocidade (em torno de 0,11 m/s) e as de cor azul, a menor velocidade (0,0018 m/s). De acordo com a Figura 5.8, a maioria das partículas se encontra quase estacionárias, não se percebendo uma região ativa, o que contradiz os ensaios experimentais. Além disso, os ângulos característicos da carga foram mais baixos que aqueles observados nos experimentos.



Figura 5.7. Carga no interior do moinho 305 x 305 mm. Somente corpos moedores (Esquerda) - corpos moedores e minério (Direita)

Apesar desse conjunto de parâmetros ter-se comportado corretamente nos cenários testados anteriormente pelos autores, nesta condição crítica, eles não descreveram bem o comportamento real da carga. Este desvio é cometido frequentemente pelos diferentes pesquisadores, que com ensaios simples, espera-se chegar a uma calibração ótima dos parâmetros de contato no DEM. Ensaios como o de ângulo de rolamento, onde não se leva em conta a rugosidade da superfície real, sendo esta uma das principais variáveis que influenciam nos coeficientes de atrito, podem chegar a estabelecer parâmetros de contato enganosos que só descrevem cenários muito particulares. Este desvio também foi apreciado por outros autores como Martins *et al.* (2013), que depois de realizar milhares de simulações, variando os parâmetros de contato, encontraram que um número significativo delas resultava nas mesmas potências e movimentos de carga. Mostra-se aqui a importância do planejamento e exigência que se deve ter na hora de realizar estes procedimentos, além da necessidade de incluir novos critérios que possam evitar este tipo de equívocos.

O comportamento inadequado da carga nas simulações pode ser atribuído a um valor do coeficiente de atrito estático maior que o real. Assim, o torque gerado no interior do moinho não é suficiente para movimentar as partículas. Esta mesma análise pode ser realizada para o efeito do coeficiente de atrito de rolamento, onde uma vez que o moinho se encontra em movimento, as forças entre bolas e revestimento não são suficientes para elevar suficientemente a carga e gerar a dinâmica real do processo.

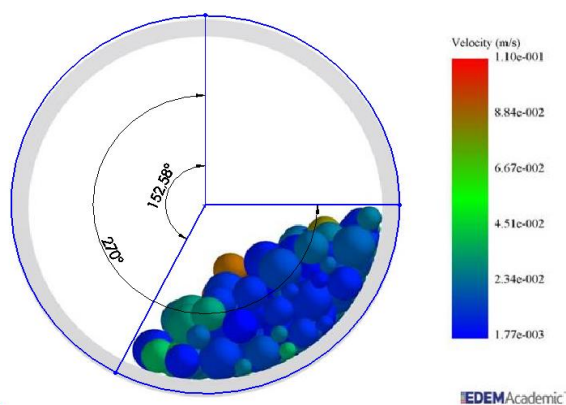


Figura 5.8. Simulação DEM ensaio de Bond. Conjunto de parâmetros Ramos (2011)
 (Coeficiente de restituição = 0,35 - Coeficiente de atrito de rolamento = 0,34- Coeficiente de atrito estático = 0,28)

Diante do disposto, uma nova calibração de parâmetros foi necessária. Seguindo um planejamento fatorial do tipo 2^3 , foi testada cada uma das primeiras oito configurações apresentadas na Tabela 5.1. É evidente a similaridade destes com os parâmetros oriundos de Ramos *et al.* (2011). Inicialmente, determinou-se a função objetivo como a diferença quadrática das potências experimentais e simuladas, calculadas pelo centro de massa, além dos ângulos dinâmicos. No entanto, ao analisar os resultados das calibrações anteriores, propõe-se adicionar um critério adicional para a seleção do conjunto de parâmetros ótimo. Este consiste em considerar também a diferença entre a potência líquida dada pela integração das energias dissipadas nas colisões e a potência medida nos experimentos com o auxílio de sensores de torque.

Tabela 5.1. Resultados da calibração de parâmetros de contato

#	Parâmetros			Potência (W)	Energia dissipada (W)			Ângulo da carga Simulado (°)	
	C R	CA E	CA R	Centro de massa	Norma l	Tangencia l	Tota l	Ombro	Pé
1	0,4	0,5	0,3	108,2	2,5	88,4	90,9	296,0	169,6
2	0,4	0,3	0,1	82,2	3,1	55,2	58,3	277,5	153,3
3	0,3	0,3	0,3	79,9	2,6	58,7	61,2	270,0	151,5
4	0,3	0,3	0,1	81,8	3,2	56,2	59,4	280,2	153,9
5	0,4	0,3	0,3	81,0	2,6	60,3	62,9	270,0	151,0
6	0,4	0,5	0,1	102,3	16,2	77,0	93,2	303,9	155,1
7	0,3	0,5	0,3	106,7	2,5	82,6	85,0	305,9	165,6
8	0,3	0,5	0,1	104,7	16,4	74,6	91,0	307,8	145,2
	Experimental			101,4				289,2	141,1
9	0,4	0,45	0,15	102,9	10,5	82,4	92,9	294,1	147,2

Utilizando o software Minitab 17 realizou-se uma análise fatorial do efeito de cada parâmetro, cujo resultado é apresentado na Figura 5.9. Os resultados mostram que o coeficiente de atrito estático é a variável mais influente na potência para este cenário, o que está de acordo com resultados de outros autores (Chagas *et al.*, 2015).

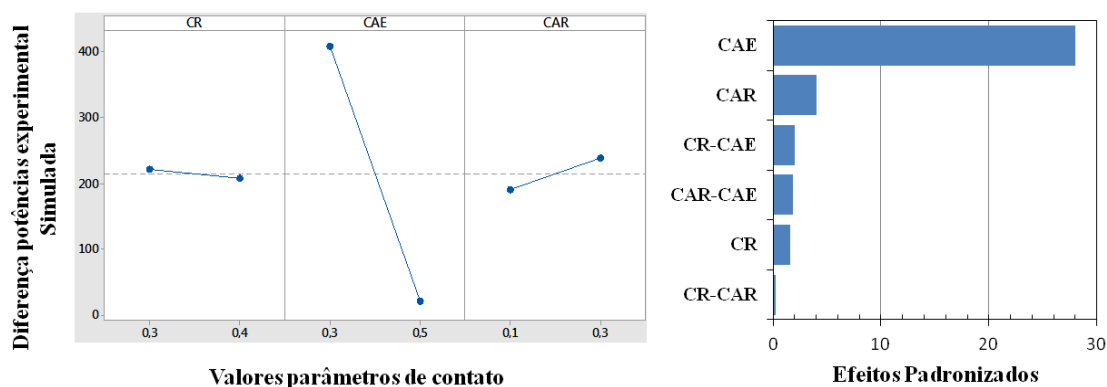


Figura 5.9. Efeitos parâmetros de contato sobre a potência no moinho (esquerda) – Diagrama de Pareto de efeitos padronizados (Direita)

Na Tabela 5.1 pode se observar que o conjunto de parâmetros que melhor representou o comportamento experimental foi o número 6, no qual tanto na potência calculada pelo centro de massa, quanto na integração de energias, obteve-se uma alta correspondência com o dado experimental. Uma análise dos ângulos dinâmicos de pé e ombro da carga mostra que os mesmos apresentam uma dispersão um pouco maior e, por este motivo, foi realizada um análise de superfície nas vizinhanças deste conjunto de parâmetros, sendo o melhor resultado aquele de número 9, também representado na Tabela 5.1. Este resultado permitiu encontrar uma melhor correspondência com os experimentos, não somente na potência como também nos ângulos dinâmicos.

A fim de verificar a qualidade e a validade da calibração realizada para as demais condições operacionais e de projeto, foram posteriormente testados estes parâmetros em diferentes condições, tanto no moinho de 30 cm como no de 60 cm de diâmetro, cujas imagens são apresentadas na Figura 5.10. A comparação entre os resultados experimentais e simulados é apresentada na Figura 5.11. Evidenciam-se boa correspondência entre resultados experimentais e simulados, principalmente para a potência. Desta maneira, o procedimento de calibração utilizado permite que as simulações em DEM sejam utilizadas na modelagem mecanicista da moagem.

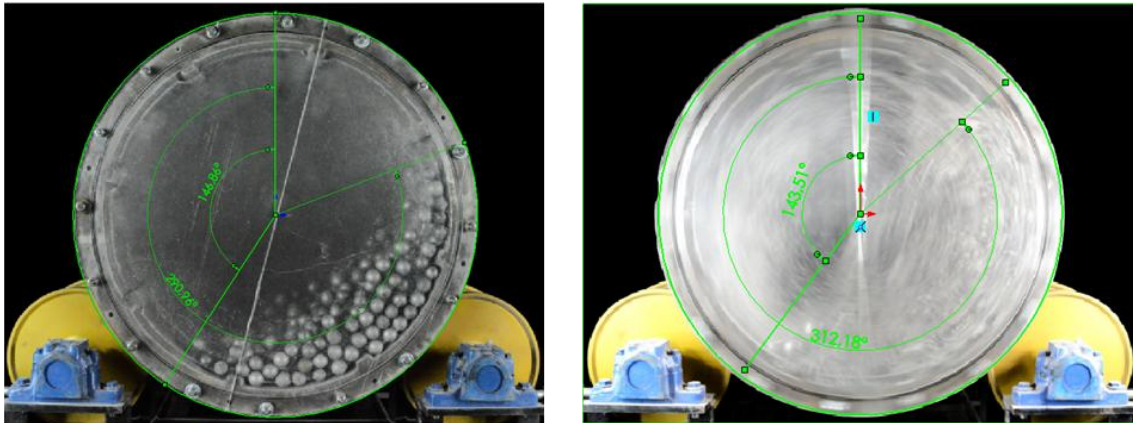


Figura 5.10. Movimento da carga no interior do moinho de 60 x 24 cm. Diâmetro de corpo moedor bola 25 mm, 20% enchimento de bolas, sem minério (esquerda) e com preenchimento de vazios de 100 % (direita)

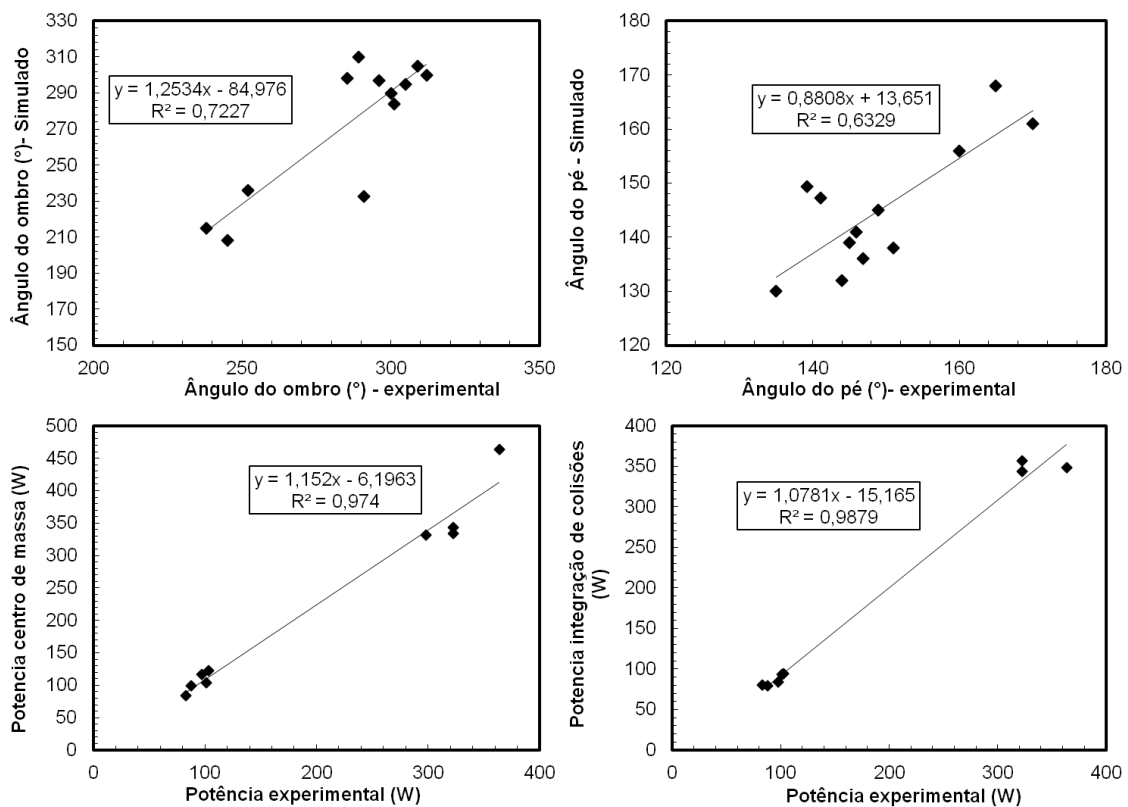


Figura 5.11. Comparação de resultados experimentais e simulados. Ângulo do ombro (superior esquerda) – Ângulo do pé (superior direita) – Potência centro de massa (inferior esquerda) – Integração de colisões (inferior direita)

Conclui-se que apesar das diferenças na magnitude energética das colisões nas unidades operacionais, um mesmo conjunto de parâmetros de contato foi capaz de descrever o movimento da carga e as condições energéticas no interior dos moinhos estudados. Da mesma forma, utilizar como critério a integração do espectro de colisões para estimar o valor da potência líquida nas simulações em DEM foi de vital importância para evitar uma seleção de parâmetros inadequados. Este fator sempre teve uma boa relação com a potência calculada pelo centro de massa.

5.4 Simulações DEM sem minério

Nos trabalhos realizados previamente com o modelo UFRJ as colisões de menor magnitude a 10^{-4} J foram removidas da análise, principalmente porque energias de menor magnitude não têm uma influência significativa sobre a cominuição do minério. Evidentemente, um maior número de colisões ocorrendo em um intervalo de tempo implica em uma redução da eficiência dos cálculos do modelo. Desta maneira, um espectro de energias de impacto que tinha inicialmente 130 mil colisões por segundo, com o truncamento pode ser reduzido a 25 mil colisões por segundo. Na Figura 5.12 são apresentadas algumas comparações dos espectros a fim de conferir todo o trabalho realizado até o momento. A figura mostra, conforme esperado, que a moagem usando bolas de maior tamanho resulta em maiores magnitudes energéticas nos choques.

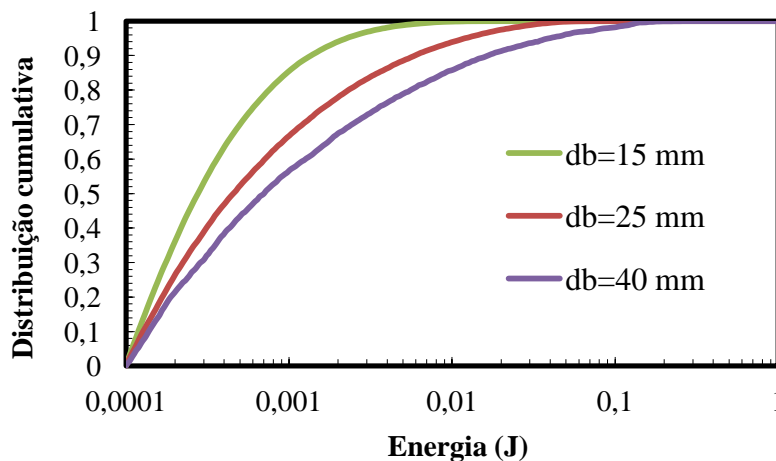


Figura 5.12. Espectro de energia para moinho de 30 cm Tipo 1-65 % vc - com diferentes tamanhos de bola (truncamento em 10^{-4} J)

5.5 Efeito do preenchimento de vazios

5.5.1 Testes experimentais

O efeito do enchimento do material fino foi uma área de interesse nos anos 1980. Em geral, encontrou-se que para conteúdos baixos de enchimento de minério a moagem torna-se ineficiente e existe um ligeiro aumento na severidade de quebra (Shoji, 1982; Shoji, Lohrasb e Austin, 1980). Assim, qualquer material fino que preenche os vazios da carga no moinho inibirá a quebra das partículas.

No presente capítulo estuda-se o efeito do preenchimento de vazios. Ainda que na literatura tem-se informação da influência desta variável, foram realizados alguns ensaios experimentais com o fim de compreender de melhor maneira a sua importância. Entretanto, as informações mais relevantes foram adquiridas das simulações realizadas modificando esta variável, as quais são apresentadas posteriormente.

Na Figura 5.13 são apresentadas as distribuições granulométricas dos testes experimentais, onde evidencia-se que com maiores preenchimentos de vazios, menor é o grau de redução do minério. Esses resultados são apresentados de uma maneira mais clara na Figura 5.14, onde observa-se as taxas de moagem da primeira classe em todos os testes em função do preenchimento de vazios (U). Regularmente, as taxas de moagem em um meio úmido são maiores, pois a polpa facilita a aderência do minério nas bolas e garante a captura dele mesmo (Napier-Munn *et al.*, 1996). No entanto, observa-se um efeito contrário, o qual poderia se dever à concentração utilizada na polpa, pois é provável que esta não teria a consistência necessária para gerar o efeito da aderência. Pelo contrário, quando se alimenta um volume de polpa maior que o volume dos interstícios entre os corpos moedores, o material adicional vai gerar uma piscina no pé da carga que amortece os impactos e diminui a energia da colisão (Mulenga e Moys, 2014).

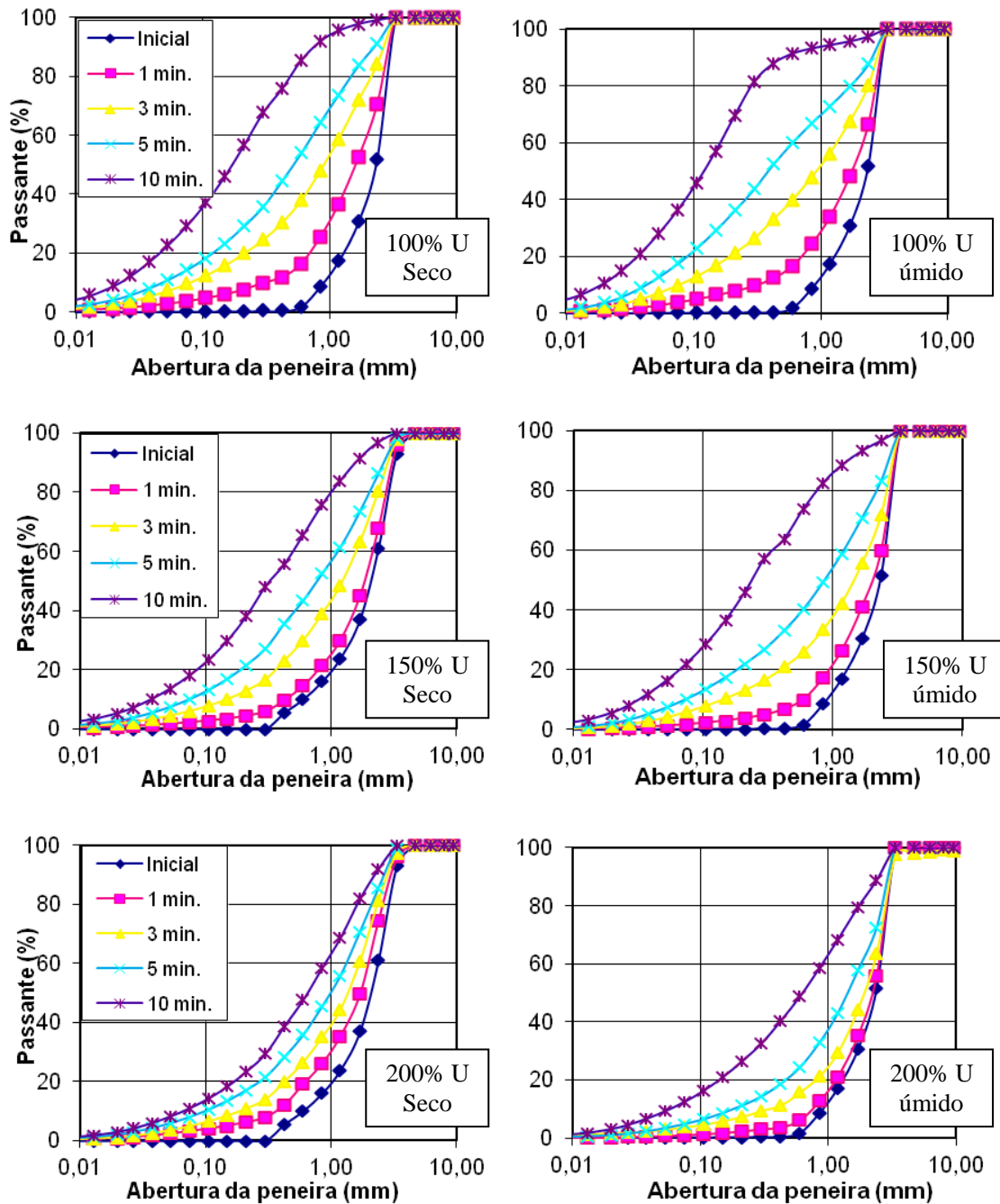


Figura 5.13. Distribuição granulométrica em diferentes tempos de moagem. Moinho de 30 cm tipo 1, diâmetro de bola de 25 mm, enchimento de 30%, velocidade de rotação 50% vc

É geralmente aceito que a presença da piscina diminui a potência líquida no moinho (Mori *et al.*, 2004). Até um preenchimento de vazios igual a 100 %, a potência aumenta proporcionalmente, entretanto, uma vez superado este nível, esta se reduz pela movimentação do centro de massa da carga na direção do centro geométrico do moinho. Esse efeito foi observado nos resultados dos ensaios realizados no presente trabalho, como é apresentado na Figura 5.15.

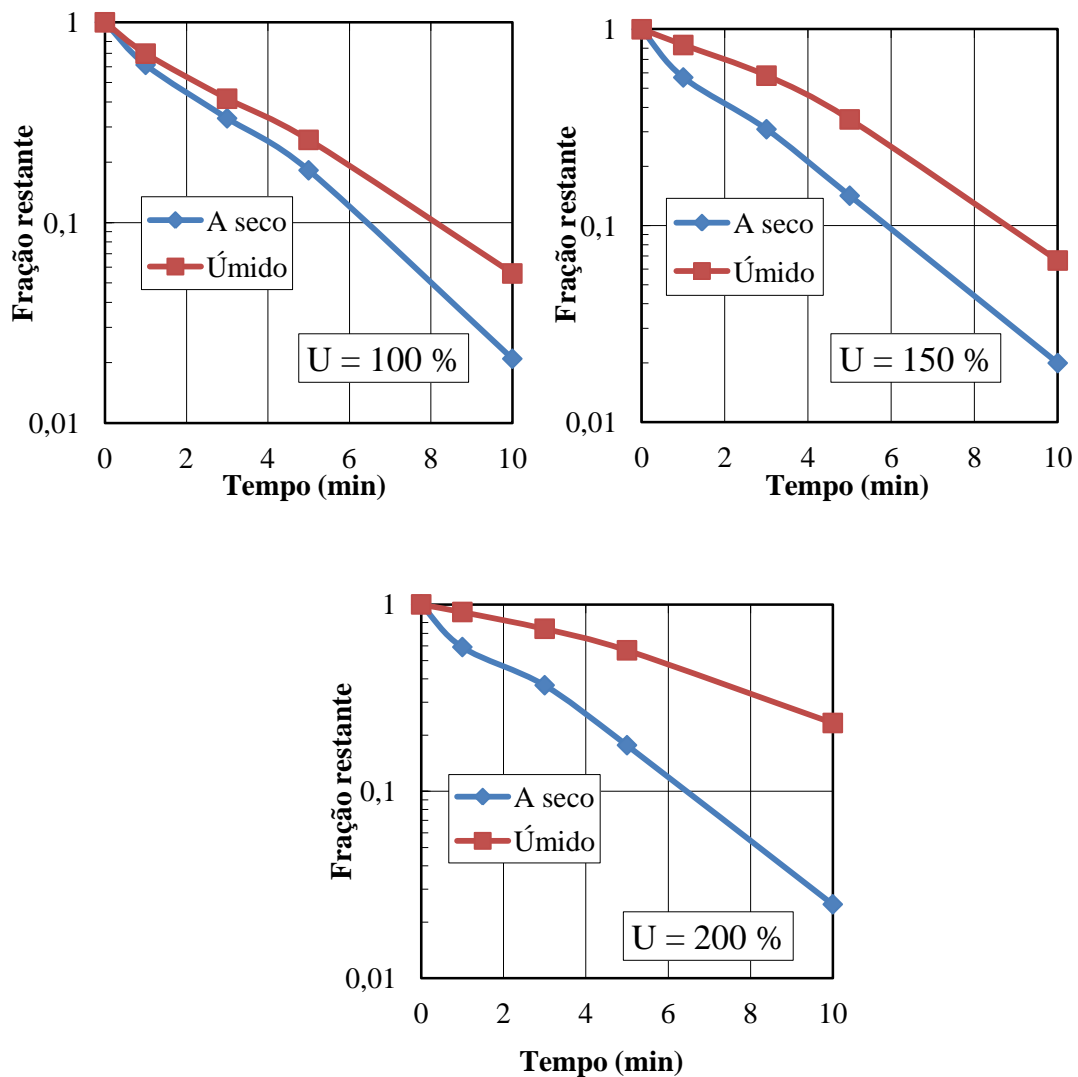


Figura 5.14. Taxas de quebra da primeira classe (9 x 12,5 mm), variando a percentagem de enchimento de vazios, moinho de 30 cm tipo 1, velocidade de rotação de 50 % vc

No que diz respeito à produção de finos, variável importante em muitos processos industriais, uma das principais conclusões no trabalho de Farias (2015) foi a alta geração de finos (<math><45\mu\text{m}</math>) em condições de operação de 76 % sólidos e com um alto grau de enchimento de vazios (260%). Na Figura 5.16 mostra-se o efeito do grau de enchimento em operações a úmido e a seco. Note-se que tanto a úmido quanto a seco à medida que aumenta a percentagem de preenchimento de vazios também diminui a produção de finos. Ao comparar os dois processos, a úmido gera-se uma maior quantidade de finos que a seco. Este efeito poderia ser explicado pelas condições energéticas de cada condição, recordando do trabalho de Cunha (2015) que quanto maior for a magnitude da colisão, maior será o produto pelo mecanismo abrasivo.

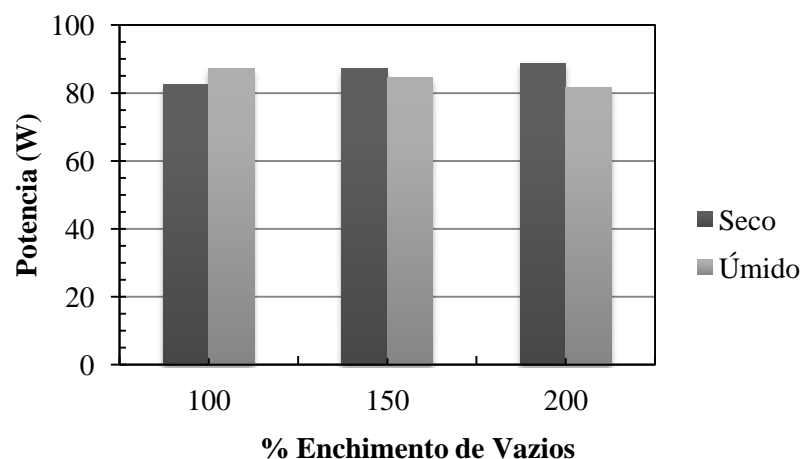


Figura 5.15. Efeito do grau de preenchimento de vazios na potência líquida (experimental) moinho de 30 Tipo 1, com grau de enchimento 30%, operando a 50% vc

Uma análise mais profunda sobre as condições energéticas pode ser realizada com o auxílio do método dos elementos discretos. A seguir, apresentam-se os resultados das simulações com variação do preenchimento de vazios. Em relação a estas simulações, apesar de que alguns autores realizam a suas previsões com simulações deste tipo (Datta e Rajamani, 2002; Powell, Govender e McBride, 2009; Shi e Xie, 2015), é evidente que o esforço computacional além do esforço envolvido no registro de seus resultados, é altíssimo. Por conseguinte, a abordagem do modelo UFRJ em que não são incluídas estas partículas, resulta numa vantagem significativa em sua execução.

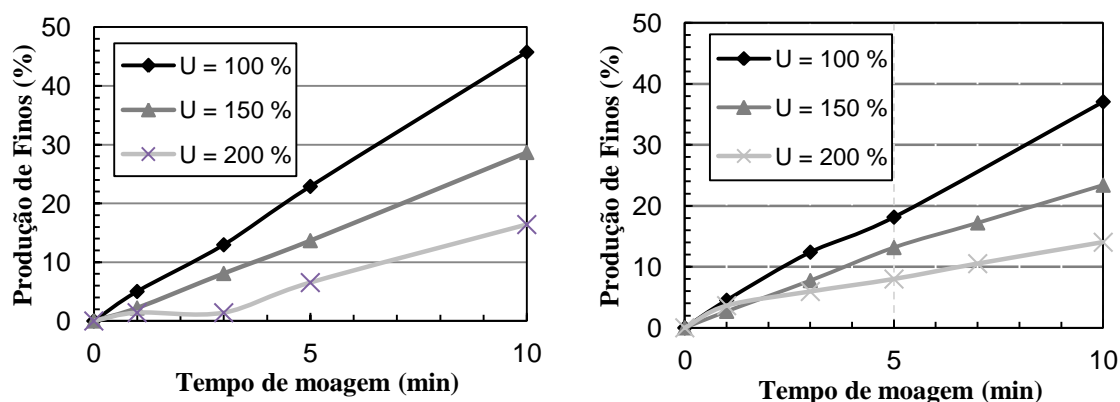


Figura 5.16. Produção de finos (<75µm) em função do tempo de moagem. Moagem a seco (esquerda), moagem a úmido (70% sólidos) (direita)

5.5.2 Efeito do preenchimento de vazios em moinho de bolas simulado por DEM

As simulações do movimento da carga de um moinho de bolas incluindo partículas de minério fornecem informações importantes na validação de algumas hipóteses do modelo mecanicista da moagem, as quais são:

- ✓ Mistura perfeita no interior do moinho
- ✓ Previsões do modelo de captura
- ✓ Presença do material em cada colisão

5.5.2.1 Hipótese de mistura perfeita no interior do moinho

Muitos pesquisadores têm estudado o movimento da carga moedora em moinhos de bolas utilizando o DEM (Cleary, 2001; Cleary e Morrison, 2011; Mishra e Rajamani, Raj K., 1992). Com este método é possível estimar as interações bola-minério, a energia dissipada nas colisões e a distribuição das partículas no interior do moinho. No entanto, o grande número de partículas de minério sempre tem sido uma limitante por influenciar diretamente o esforço computacional nas simulações.

Cleary (2011) realizou um estudo completo com DEM avaliando o efeito da presença de partículas finas no movimento da carga e na distribuição da energia em moinhos tubulares. Suas simulações descreveram o comportamento de um moinho em escala de laboratório com diâmetro de 43,5 cm, carregado com 24% de bolas de 27 mm de diâmetro. O autor utilizou diferentes porcentagens de preenchimento de vazios (de 0% a 150%) com três classes de tamanho de minério: 1,18 mm a 2,8 mm. Uma das conclusões deste trabalho foi que, inclusive com preenchimento de vazios igual a 100%, o minério se concentrou no ombro da carga, de maneira que o pé ainda não era preenchido com partículas de minério. Esta observação contradiz a presunção de mistura perfeita considerada em vários dos modelos, inclusive o modelo mecanicista UFRJ.

Em vista disso, com a necessidade de validar a hipótese de mistura perfeita, realizaram-se simulações do moinho de bolas com revestimento tipo 1 (8 barras levantadoras – Figura 4.2), com o conjunto de parâmetros apresentado na Tabela 5.2 Para estas simulações adotou-se uma velocidade de rotação de 50 % da velocidade

crítica (40,3 rpm), que neste caso, resultou em movimentação predominantemente do tipo catarata, dada a configuração agressiva das barras elevadoras.

Tabela 5.2. Parâmetros de contato usados nas simulações do moinho de bolas com minério

Contato	Coeficiente			Referência
	Restituição	Atrito estático	Atrito de rolamento	
Aço-aço	0,70	0,20	0,10	EDEM
Aço - Minério	0,35	0,34	0,25	(Ramos, Carvalho e Tavares, 2011)
Minério - Minério	0,35	0,34	0,20	(Ramos, Carvalho e Tavares, 2011)

Na Figura 5.17 apresentam-se imagens do movimento da carga do moinho simulado, operando em regime estacionário. Nestas imagens, as partículas de minério são aquelas de menor tamanho, enquanto as maiores são os corpos moedores, com diâmetro de 25 mm. Na figura as partículas estão coloridas em função da sua velocidade, de maneira que aquelas de cor vermelha são as que apresentam maior velocidade.

Percebe-se que para graus de preenchimento mais baixos, as partículas finas aparentemente percolam pelos vazios deixados pelas bolas e se concentram nas paredes do moinho. No entanto, em todas as simulações as partículas de minério entram na zona do ombro da carga e são lançadas no movimento em catarata. Posteriormente, as partículas caem no pé da carrega e são levantadas novamente pela interação com as bolas, barras elevadoras e paredes do moinho, o que contradiz os resultados obtidos por Cleary (2011), onde não se observou uma concentração de material no ombro da carga.

Para realizar uma análise mais detalhada, foram extraídas as posições relativas do centro de cada partícula de minério durante uma revolução do moinho quando operando em regime permanente. Da posição média das partículas, é possível construir as distribuições mássicas das partículas de minério em duas dimensões, como pode ser visto na Figura 5.18, sendo os pontos vermelhos aqueles correspondentes às zonas onde houve maior presença do minério, enquanto os azuis correspondem àqueles onde houve

uma menor presença. Como foi evidenciado anteriormente, com graus de preenchimento menores o material se concentra nas paredes do moinho, fenômeno conhecido como segregação. No entanto, isto não limita que uma boa parte do material seja lançado e caia na zona de impacto das bolas.

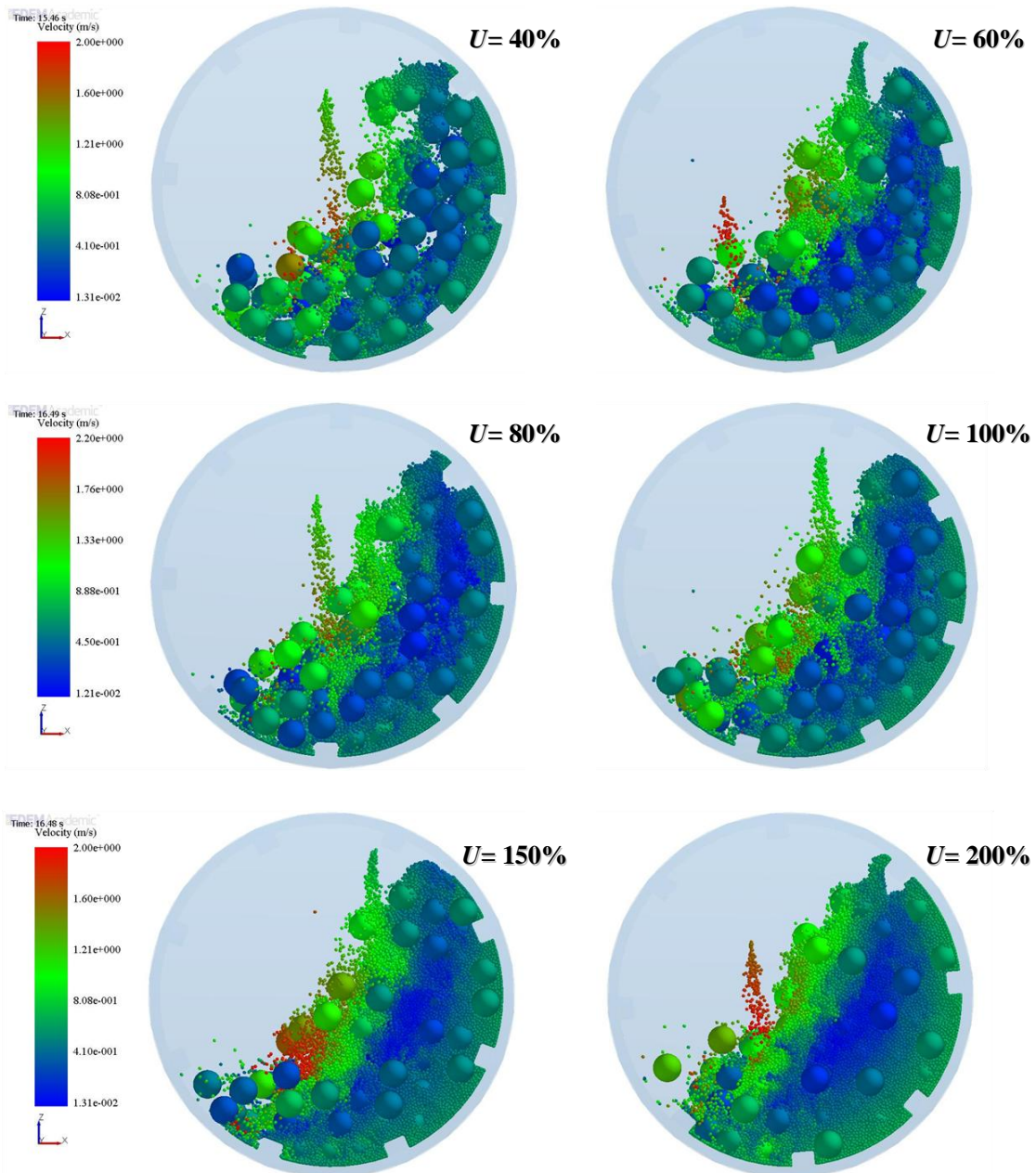


Figura 5.17. Imagens de simulações do moinho de bolas com corpos moedores de 25 mm partículas de minério de 3 mm operando com diferentes preenchimentos de vazios

No caso da simulação com 100% de preenchimento de vazios (Figura 5.17), é possível observar que o minério consegue preencher uma parte significativa dos espaços vazios entre as bolas, quando o moinho se encontra em movimento. De maior importância é o fato de que todo esse material se distribui homogeneamente com o movimento da carga. Ainda que se perceba pequenos gradientes espaciais, pode-se deduzir que o moinho se comporta como um reator de mistura perfeita.

Entretanto, também foram realizadas algumas simulações nas quais as partículas de minério foram introduzidas ao moinho obedecendo a uma distribuição de tamanhos, dada pela (Tabela 5.3). Foram elaboradas imagens da distribuição mássica de cada tamanho de partícula (Figura 5.19). Assim como os resultados obtidos nas simulações com mono-tamanho de partículas de minério, as partículas menores percolam melhor entre os espaços vazios dos corpos moedores e, ao serem levantadas, concentram-se nas paredes do moinho. Posteriormente, são projetadas acompanhando a trajetória dos corpos moedores. Foi possível identificar que a distribuição mássica das partículas mais grossas apresentou alguns gradientes, principalmente nas zonas adjacentes à parede do moinho. Isto ocorreu devido a presença dos corpos moedores, contudo, evidencia-se que a concentração de partículas de minério independem do tamanho dessas partículas.

Tabela 5.3. Distribuição de tamanho das partículas utilizadas nas simulações

Tamanho Representativo (mm)	% em massa
9,52	47,94
6,30	21,20
4,75	17,92
3,35	12,94

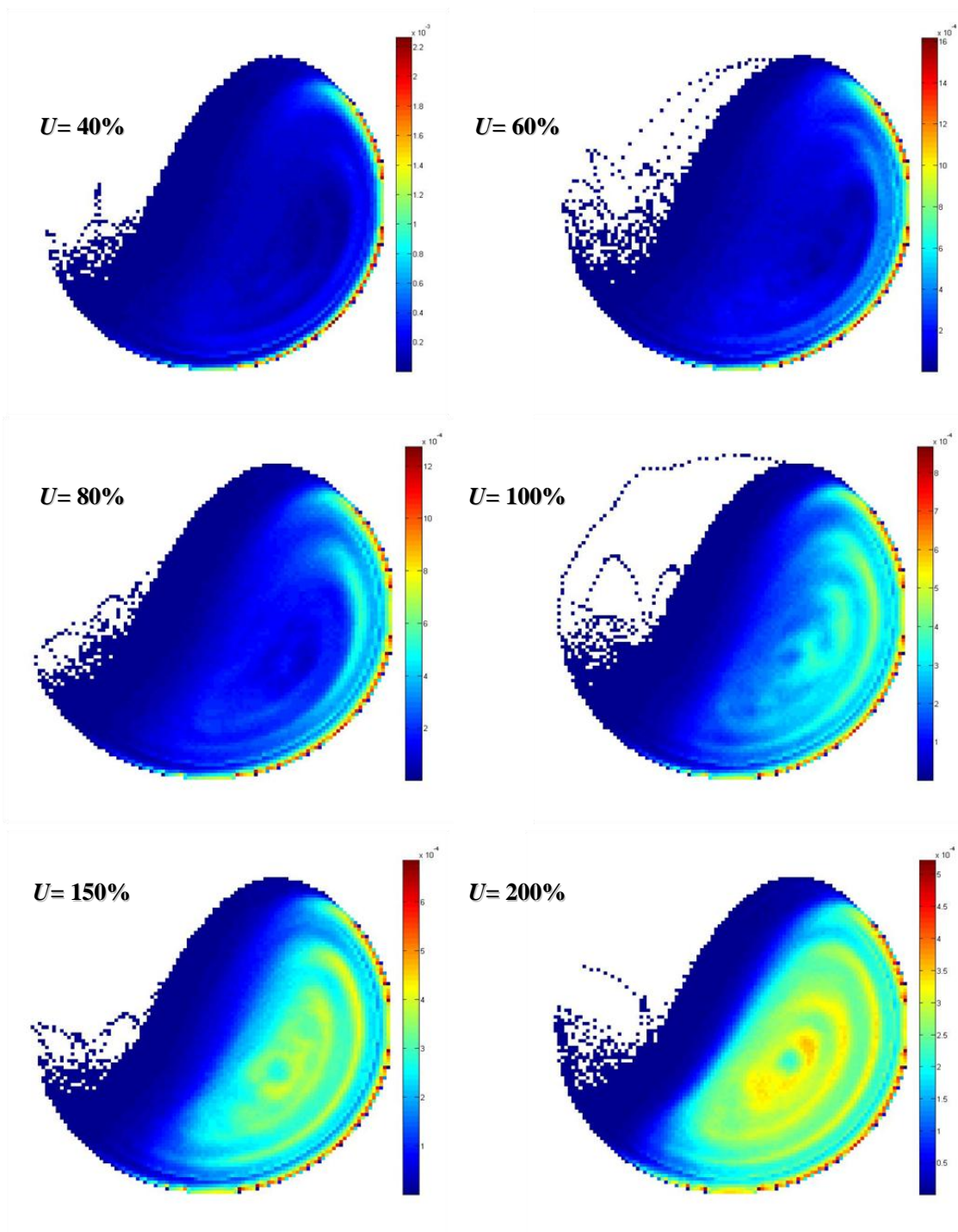


Figura 5.18. Distribuição mássica do minério em moinho de 30 cm tipo 1, com corpos moedores de 25 mm e partículas de minério de 3 mm operando com diferentes preenchimentos de vazios

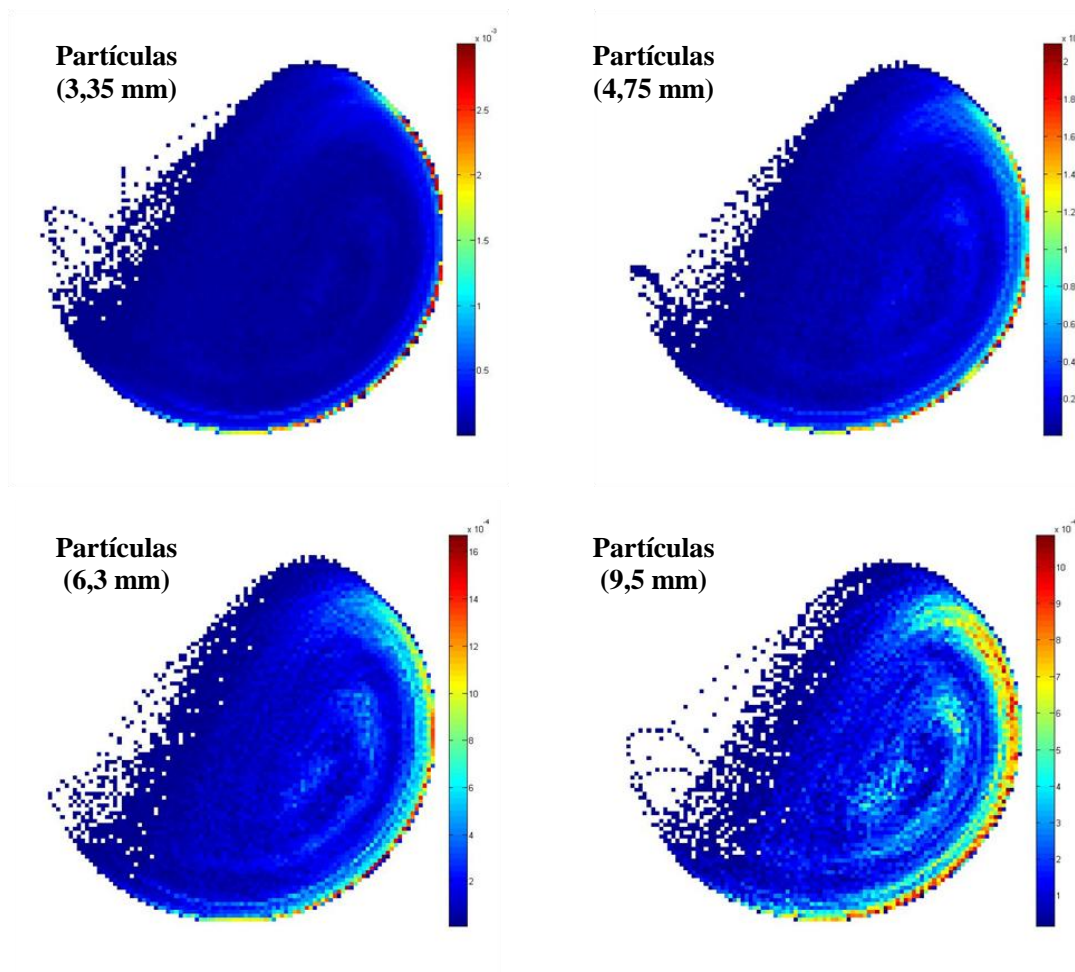


Figura 5.19. Distribuição mássica por classe de minério, moinho 30 cm tipo 1, com corpos moedores de 25 mm

5.6 Efeito do Preenchimento de vazios no espectro de energias de colisão

Foi analisado o espectro de energia de colisões para as simulações 1 até 8 da Tabela 4.5. Esta série de simulações foi desenvolvida variando o percentual de preenchimento de vazios sob as mesmas condições operacionais do moinho. Para o estudo destas simulações foi separado o espectro no qual somente está presente as colisões bola-bola, e por outro lado, o espectro com as colisões bola-minério.

Na Figura 5.20 pode-se observar como é o comportamento do espectro de energia das colisões bola-bola à medida que é variado o preenchimento de vazios. Os resultados mostram que apesar de que existe uma leve diferença entre um e outro, pode-se concluir que a distribuição energética das colisões bola-bola (Col_{BB}) continua sendo a mesma, embora o grau de preenchimento de vazios seja aumentado.

Pelo contrário, um efeito indiscutível e que foi possível de quantificar com estas simulações, é a redução do número de colisões bola-bola à proporção que se aumenta o preenchimento de vazios. Na Figura 5.21 são apresentados esses resultados, cabe ressaltar que o número de colisões bola-bola presente em cada porcentagem de vazios, foi relacionado com o número de colisões bola-bola da simulação sem presença de minério, para gerar a fração Col_{BB} . Os resultados mostram que inclusive com 200% de preenchimento de vazios, existe uma porcentagem de colisões bola-bola. Este fato põe em cheque uma das hipóteses do modelo mecanicista UFRJ baseada na premissa que sempre existe a presença de minério em cada colisão. Uma alternativa a essa será proposta na seção 5.7 e 5.8 desse trabalho.

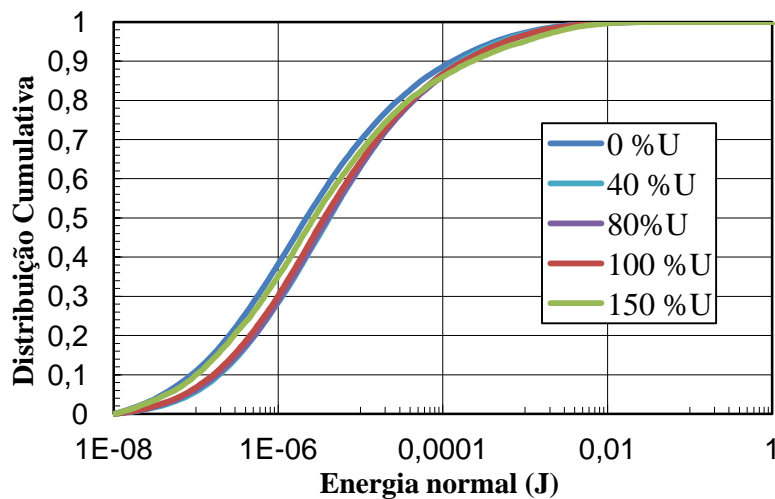


Figura 5.20. Efeito do preenchimento dos vazios no espectro de energias de colisão bola-bola

Sob outra perspectiva, foram comparados os espectros das colisões bola-minério (Figura 5.22). Nota-se como diminuem as magnitudes energéticas das colisões à medida que aumenta a porcentagem de preenchimento de vazios. Isto é devido a maior presença de material na zona de impacto, circunstância que não permite que os corpos moedores atinjam uma maior energia cinética.

Com os resultados apresentados, em vista de que nas simulações DEM para o modelo UFRJ não são incluídas as partículas de minério, a maneira de modelar o efeito da porcentagem de enchimento de vazios poderia ser aplicando um fator que diminui a magnitude energética de cada colisão bola-bola. No entanto, como já foi visto, o efeito

do preenchimento de vazios é uma sinergia entre esse fator e o número de colisões que envolvem minério. Esta última situação é estudada a seguir.

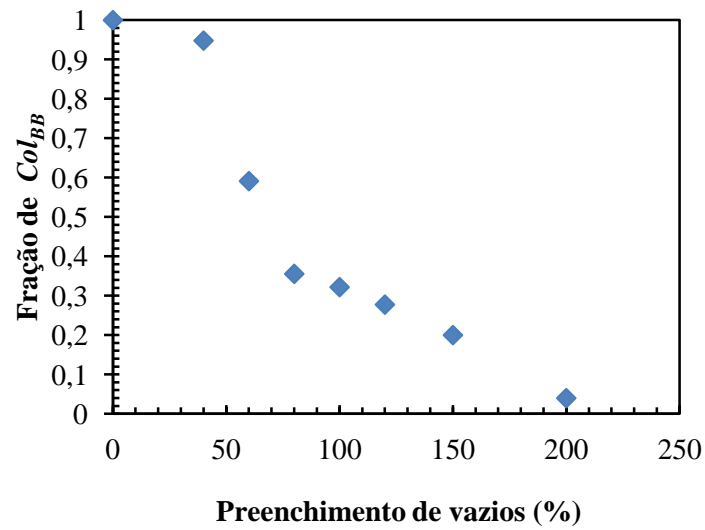


Figura 5.21. Influência do preenchimento de vazios na fração de colisões bola-bola. Moinho de 30 cm tipo 1, 50% da velocidade crítica

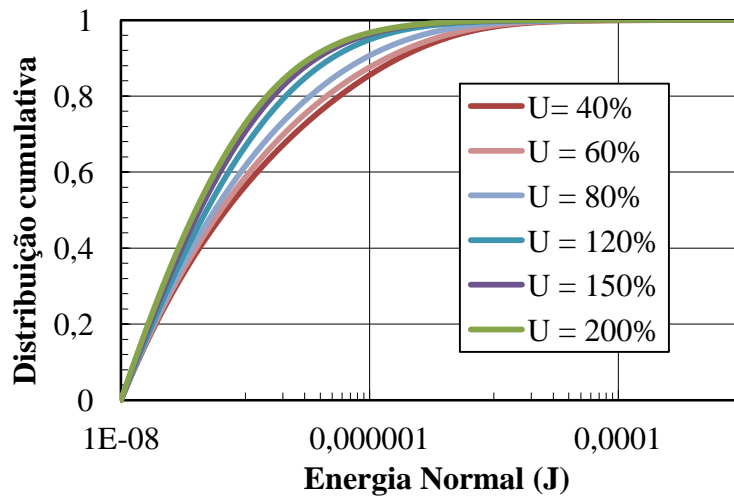


Figura 5.22. Efeito do enchimento de vazios no espectro de energias bola-minério

5.7 Validação do modelo de captura

No modelo UFRJ, o número de partículas capturadas e a energia que recebem as partículas em cada colisão é calculado pelo modelo de Barrios *et al.* (2011). Devido ao fato, observado na seção anterior, de que nem todas as colisões envolvem partículas de minério, viu-se a necessidade de avaliar se era significativa a diferença entre as previsões do modelo de Barrios *et al.* (2011) e a energia na qual o minério é submetido, esta última calculada pelos resultados de simulações realizadas usando o método dos elementos discretos (ver seção 4.4.4).

Assim, para comparar as previsões do modelo de Barrios *et al.* (2011) e simulações DEM com a presença de minério, foram testados dois casos (Tabela 5.4): caso 1 no qual a quantidade de partículas capturadas fosse alta (corpo moedor de 40 mm e minério de 2,5 mm) e caso 2 no qual a quantidade de partículas fosse a mínima, neste caso uma partícula por colisão (corpo moedor de 25 mm e minério de 9,5 x 12 mm). Os resultados podem ser vistos na Figura 5.23 e Figura 5.24 para o minério de 2,5 mm e para o minério de 9,5x12 mm, respectivamente.

Tabela 5.4. Características das simulações para validação do modelo de captura de Barrios *et al.* (2011)

# Caso	Díâmetro de bola (mm)	Tamanho representativo das partículas (mm)	Condição desejada na simulação
1	40	2,5	Capturar grande quantidade de partículas
2	25	10,7	Capturar 1 partícula por colisão

Nos dois casos os resultados mostram que a quantidade de partículas capturadas nas previsões do modelo de Barrios *et al.* é muito maior que aquela suportada pelos resultados obtidos nas simulações com minério no método dos elementos discretos. Além disso, cabe resaltar que para o caso 1, no qual as partículas são mais finas, a diferença é menor (40%), enquanto que no caso 2, com partículas mais grossas, essa desigualdade aumenta (154%).

Além da observação apresentada, existe uma diferença significativa no caso 1 (Figura 5.23). Esta diferença está localizada nas previsões do modelo para as energias de menor magnitude. Assim, segundo o DEM o modelo não está capturando um número

de partículas suficientemente grande nos impactos de baixa energia. Isto influencia significativamente as previsões do modelo de abrasão, e poderia justificar as diferenças encontradas nas previsões apresentadas do modelo na sua forma original (Figura 4.1). A partir destes resultados, foram ajustados os parâmetros de captura do modelo, tentando melhorar o número de partículas finas capturadas em impactos de baixa energia.

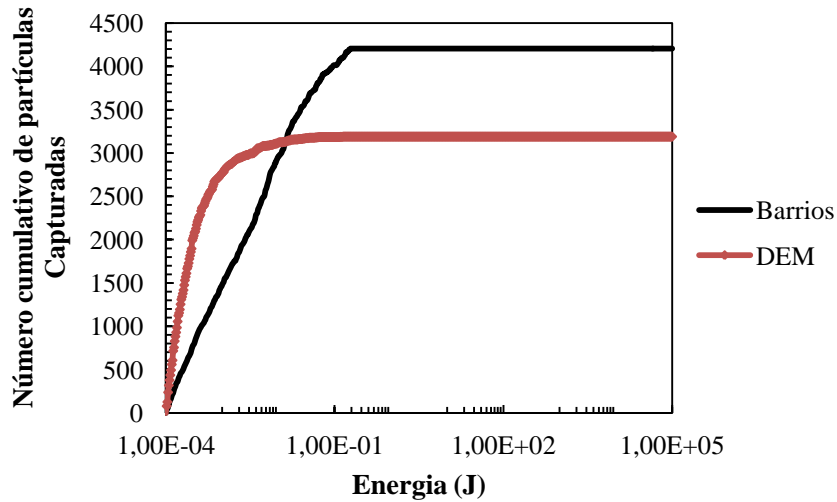


Figura 5.23. Comparação entre as previsões de energia recebida pelo minério do modelo de Barrios *et al.* e aquelas obtidas usando DEM (minério com partículas de 2,5 mm e bolas de 40 mm)

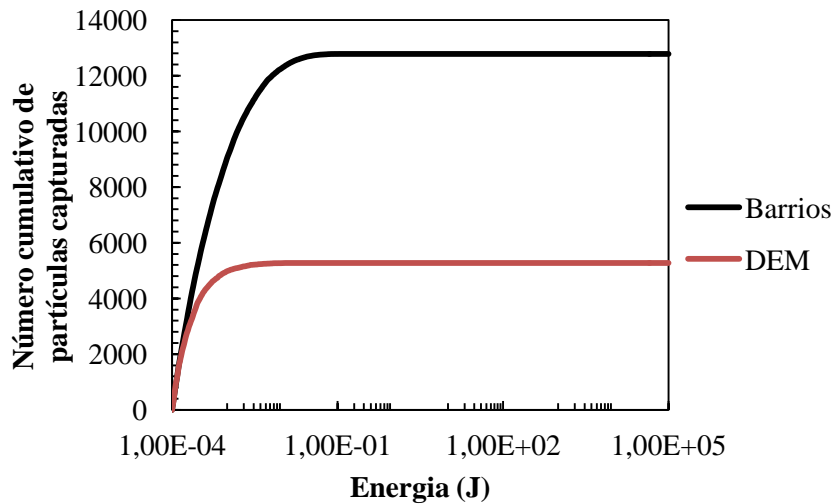


Figura 5.24. Comparação entre as previsões de energia recebida pelo minério do modelo de Barrios *et al.* e aquelas obtidas usando DEM (minério com partículas de 9,5 x 12 mm e bolas de 25 mm)

Dessa forma, na sua condição original o modelo UFRJ prevê que o minério recebe uma maior quantidade de energia de cominuição. Esta energia é atribuída pelo número de colisões que não envolvem minério, evidenciando a necessidade de um critério para definir esse número de colisões.

5.8 Modelo de colisões efetivas

A partir dos resultados apresentados, é possível rejeitar a hipótese de que cada colisão envolve partículas do minério em um moinho de bolas. Por conseguinte, identificou-se a necessidade da modelagem do número de colisões efetivas (referindo a efetivo como aquelas nas quais o minério está envolvido) em função das variáveis operacionais. Ainda que parecesse uma tarefa hipotética, mediante o método dos elementos discretos foi possível desenvolver um modelo que permitisse estimar este valor.

Ao contrário da britagem por compressão, a qual ocorre entre superfícies relativamente rígidas, a moagem de bolas é um processo mais aleatório de transferência de energia, estando sujeita às leis de probabilidade. Deste ponto de vista, o objetivo do presente modelo é propor uma estimativa probabilisticamente aceitável do número de colisões que não envolvem minério e que devem ser excluídas do espectro de energias gerado a partir de simulações do movimento da carga moedora com o método dos elementos discretos.

A abordagem do modelo tem início com o seguinte raciocínio: se for comparados dois moinhos sob as mesmas condições operacionais, diferenciando-se o tamanho do minério alimentado, independentemente das condições operacionais, o moinho que contém as partículas mais grossas de minério irá apresentar um maior número de colisões bola-bola (Col_{BB}). Isto é corroborado pela seção 5.7, que mostra que o número de colisões que deve ser removido do espectro de energias de impacto para concordar com as previsões do DEM, é maior para aquelas condições nas quais o minério é mais grosso (Figura 5.24). Desta maneira, o número Col_{BB} é inversamente proporcional ao tamanho das partículas de minério. No entanto, discriminar o modelo pelo tamanho de partícula resultaria em um modelo muito complexo, inviabilizando seu uso na equação de balanço de massas do modelo mecanicista. Adicionalmente, além

desta relação, também sabe-se que maiores valores de preenchimento de vazios resultam em menor frequências de colisões bola-bola, ou seja, menor valor de Col_{BB} (Figura 5.21).

Uma variável que levaria em consideração estas duas conjecturas seria a área superficial total do minério na carga do moinho (A_{SM}). Pois partículas mais grossas em menores percentuais de preenchimento de vazios resultam em menor área superficial total, enquanto partículas de menor granulometria, com maiores porcentagens de preenchimento de vazios, apresentam uma área superficial maior. Desta maneira, as Col_{BB} podem ser relacionadas como,

$$Col_{BB} \approx \frac{1}{A_{SM}} \quad \text{Equação 5.4}$$

Por outro lado, esta proporção seria influenciada pelas dimensões do moinho ou, mais especificamente, pela quantidade de corpos moedores na carga do moinho. De maneira análoga, a maneira mais simples de incorporar o efeito dos corpos moedores seria a adoção da área superficial total das bolas (A_{SB}), sendo que este termo relaciona estas duas componentes. Evidentemente, quanto maior fosse à quantidade de bolas, maior será a sua área superficial e maior será o valor de Col_{bb} .

$$Col_{BB} \approx \frac{A_{SB}}{A_{SM}} \quad \text{Equação 5.5}$$

A fim de avaliar a relação proposta na Equação 5.5 foram realizadas simulações adicionais utilizando o método dos elementos discretos. Sendo assim, foram pós-processadas as simulações da seção 5.5.2.1, nas quais variou-se o valor do preenchimento de vazios de 40 a 200%, mantendo-se o moinho operando a mesma velocidade de rotação, grau de enchimento e tamanho de corpos moedores.

Os resultados mostram que é possível correlacionar o número de colisões bola-bola Col_{BB} com a razão entre as áreas superficiais dos corpos moedores e minério total $\left(A_{SB}/A_{SM} \right)$ conforme a Equação 5.5 e conforme o apresentado na Figura 5.25. Na

abscissa, encontra-se a relação das áreas superficiais em escala logarítmica e, na ordenada, a fração de colisões bola-bola. Pode-se destacar que esta última corresponde à fração de colisões bola-bola do número de colisões totais, valor este obtido da simulação DEM do movimento da carga moedora em moinho de bolas sem presença de partículas de minério (0% U).

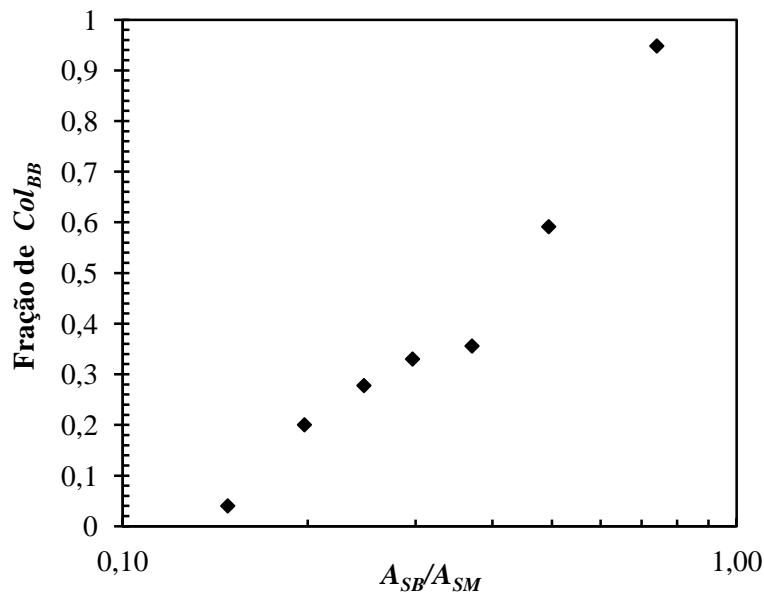


Figura 5.25. Modelo de colisões efetivas. Simulações moinho de 30 cm tipo 1. Corpos moedores de 25 mm, minério com mono-tamanho de 3 mm, 50 % vc, variando a porcentagem de preenchimento de vazios de 40 a 200%

Evidentemente, identifica-se uma relação entre estas variáveis. No entanto, neste caso, somente investigou-se o efeito do preenchimento de vazios. Por conseguinte, realizou-se outro conjunto de simulações que possa validar esta relação. Variou-se o tamanho de partículas, tamanho de corpos moedores, tamanho do moinho, distribuição de minério e bolas. Todas as condições são listados na Tabela 4.5, sendo seus resultados apresentados na Figura 5.26. Embora haja uma pequena dispersão nos resultados, fica claro um comportamento exponencial da fração de colisões bola-bola em função da razão entre as áreas superficiais.

Uma equação candidata a descrever os resultados da Figura 5.26 é a de Rosin-Rammler (Vesilind, 1980), que necessita de dois parâmetros de ajuste, x e n , sendo que este último corresponde à inclinação da reta da equação linearizada:

$$Y = 1 - \exp\left(-\frac{x}{x_0}\right)^n$$

Equação 5.6

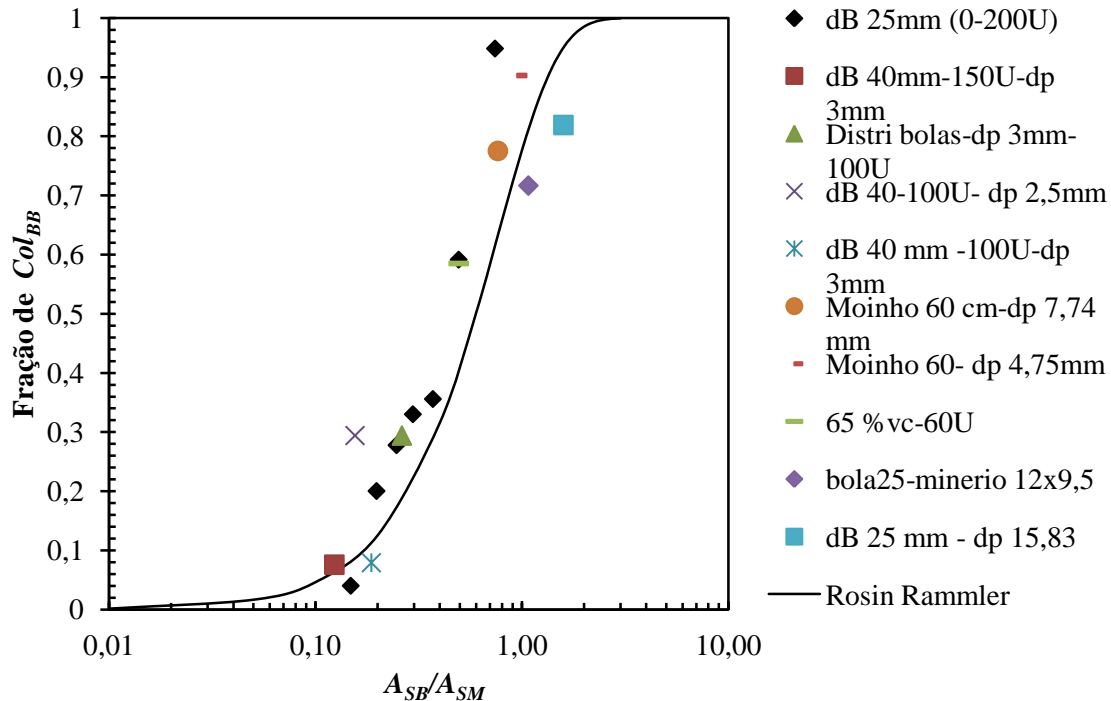


Figura 5.26. Modelo de colisões efetivas com diferentes condições operacionais

Antes de ajustar estes parâmetros, deve-se considerar uma das variáveis que mais influencia o comportamento das colisões e que, até o momento, não foi considerada. Ela diz respeito ao movimento da carga, e que se encontra diretamente relacionado com a percentagem da velocidade crítica do moinho.

Tendo em vista a sua importância, realizaram-se algumas simulações com diferentes velocidades de rotação do moinho, mais especificamente com percentuais de velocidade crítica iguais a 40, 60 e 80% (Figura 5.27). Encontra-se que à medida que aumenta esta porcentagem também aumenta o número de colisões bola-bola (Figura 5.28). Assim, a função de Rosin-Rammler apresentada na Figura 5.26 seria deslocada para a esquerda à medida que aumentasse a velocidade de rotação do moinho. Este efeito foi incluído no modelo, de maneira que seria capaz de descrever as ineficiências na moagem de bolas em altas velocidades de rotação. O resultado da calibração dos parâmetros é representado na equação:

$$Col_{BB} = 1 - \exp\left(-0,01 * \left(\frac{\%V_c}{10}\right)^{3,3} * \left(\frac{A_b}{A_M}\right)^{1,5}\right)$$

Equação 5.7

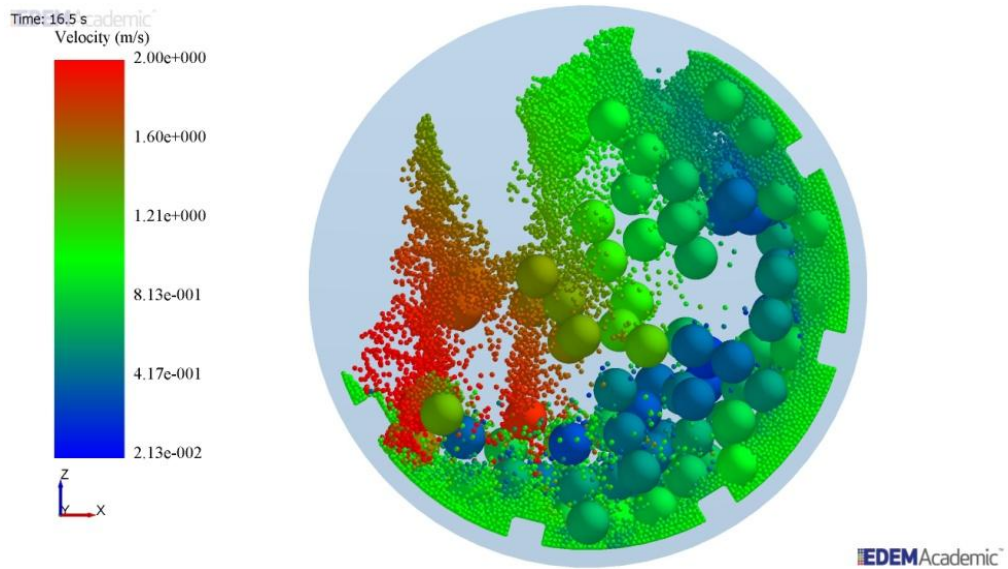


Figura 5.27. Simulação DEM Moinho de 30 cm tipo 1, 80%vc - 100%U com partículas de minério de 3 mm e corpos moedores de 25 mm

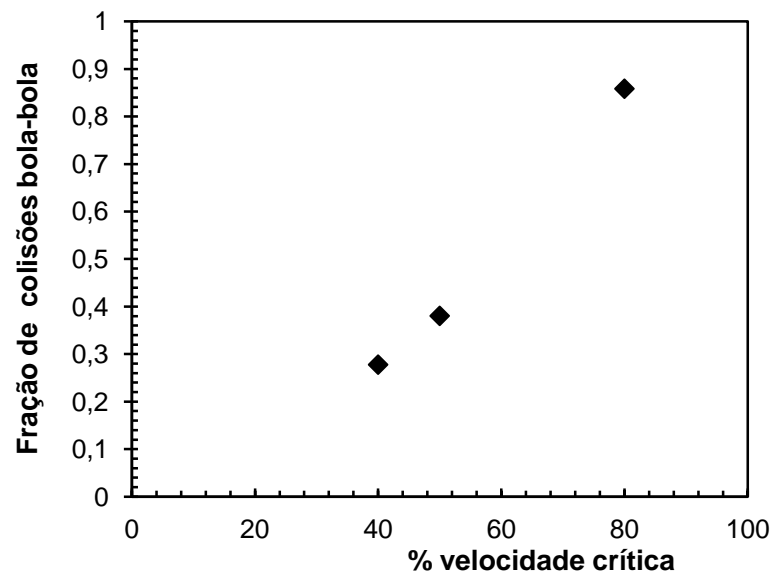


Figura 5.28. Influência da velocidade de rotação nas colisões bola-bola. Moinho de 30 cm tipo 1. 100% preenchimento de vazios com partículas de minério 3 mm e corpos moedores de 25 mm

No que diz respeito às colisões bola-revestimento (Col_{BR}) foi utilizada uma abordagem similar. Encontrou-se uma relação entre as variáveis que também pôde ser descrita com uma equação de Rosin-Rammler. No entanto, cabe ressaltar que desde graus de preenchimento de vazios mais baixos o material vai se segregando e gerando uma camada sobre o revestimento, como já foi visto no estudo de mistura perfeita na seção 5.5.2.1. Desta maneira, a fração de colisões entre bola-revestimento que não envolve partículas de minério é consideravelmente menor que as apresentadas no tipo bola-bola.

No caso da influência da velocidade de rotação, esta variável gera uma maior força centrífuga no interior do moinho. Desta maneira, o material com menor densidade se vê mais afetado por estas forças, localizando-se nas paredes do moinho. As barras elevadoras comportam-se como um elevador de canecas, projetando o minério com uma maior amplitude que os corpos moedores, permanecendo a camada de material sobre o revestimento. Esses fenômenos podem ser observados na Figura 5.27. Adicionalmente, foi observado este efeito para partículas de minério de maior tamanho (13,2 x 19 mm). Em conclusão, não se encontra uma influência significativa da velocidade de rotação na frequência de colisões bola-revestimento (Col_{BR}), de maneira que esse efeito não foi incluído no modelo, representado pela equação:

$$Col_{BR} = 1 - \exp\left(-0,4 * \left(\frac{A_b}{A_M}\right)^{0,8}\right) \quad \text{Equação 5.8}$$

Finalmente, a altura da barra elevadora também tem influência direta no movimento da carga e em consequência nos tipos de colisões presentes no moinho. No entanto, esta variável não foi estudada a fundo e recomenda-se levar em conta o observado na seção 3.2.2.6 sobre a influência desta variável no moinho.

5.9 Modelo de abrasão em função da energia

Como já foi mencionado, foi identificado que o modelo UFRJ na sua forma original apresentava limitações na descrição da moagem de finos, os quais são parcialmente gerados pelo mecanismo de fragmentação superficial ou abrasão. Além

dos finos, também se tornou evidente a limitação do modelo na previsão da cominuição com tamanho de bolas menores. Estes dois cenários de moagem poderiam ser classificados como condições de moagem de baixa energia. No modelo UFRJ, estas condições se descrevem por meio do modelo de abrasão, apresentado na seção 3.1.3.1. Com estas deficiências, além das limitações exposta por Banini (2000) e apresentadas nessa mesma seção, viu-se a necessidade de avaliar o modelo em condições de baixa energia.

Para esta validação realizou-se alguns testes experimentais no moinho de torque de 30 cm, alimentando-se o moinho com revestimento do tipo 1 com material grosso, de 12 x 9,5 mm, o tamanho de bola selecionado foi de 25 mm. Os resultados, mostrando a distribuição granulométrica ao longo do tempo de moagem, são apresentados na Figura 5.29.

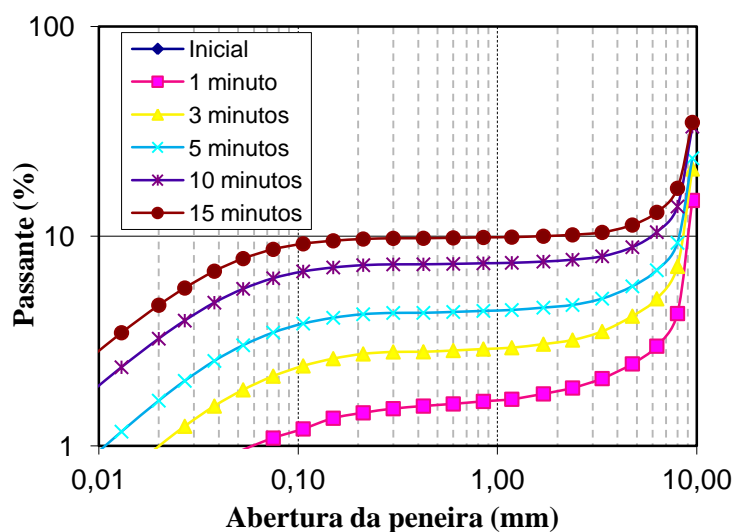


Figura 5.29. Resultados de teste em condições de abrasão. Moinho de 30 cm tipo 1, Velocidade de rotação 50 % vc, diâmetro do corpo moedor de 25 mm. Minério 9,5 x 12 mm.

A Figura 5.29 evidencia uma alta geração de finos na distribuição granulométrica, além de baixas taxas de quebra das partículas grossas. Analisando a geração de finos ao longo do tempo (Figura 5.30), foram encontradas taxas aproximadamente lineares, as quais confirmam a hipótese do modelo de abrasão

utilizado no modelo UFRJ na sua forma original. No entanto, a tempos mais prolongados essa taxa se reduz, introduzindo uma não linearidade na dinâmica do processo. Esses resultados lançam dúvidas sobre o uso do modelo de cinética de primeira ordem para descrição da quebra superficial, como já foi evidenciado em trabalhos anteriores (Yahyaei, Weerasekara e Powell, 2015).

Adicionalmente, durante estes ensaios foram realizadas análises adicionais com o objetivo de entender de melhor maneira o mecanismo de abrasão presente na moagem de bolas. Dessa maneira, foi realizado um acompanhamento da superfície das partículas em cada tempo de moagem, por meio de imagens obtidas no Microscópio Eletrônico de Varredura (MEV) Jeol 2000 FX operando a 200 kV. Ainda que essa técnica não permita quantificar a rugosidade da superfície, permite perceber de forma qualitativa a condição superficial das partículas. Essas imagens são apresentadas na Figura 5.31, que sugere que a rugosidade na superfície das partículas é removida pela ação do mecanismo abrasivo no interior do moinho. A figura mostra que, após 10 minutos de moagem, a rugosidade do material é sensivelmente diminuída. Em materiais cerâmicos observa-se um efeito no qual a remoção do material pelo mecanismo abrasivo diminui com o tempo (Petrovykh, 1993). Isto provavelmente ocorre devido ao fortalecimento da camada superficial à medida que transcorre o tempo de abrasão. Este fato poderia dar uma explicação à diminuição da taxa de moagem nestas condições.

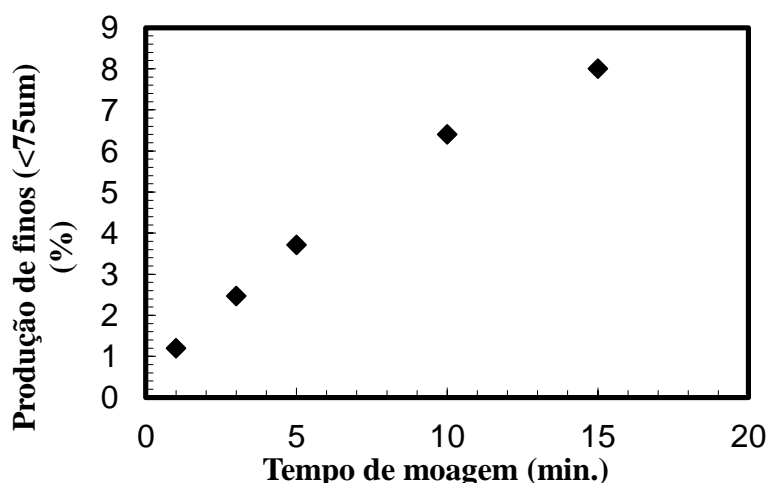


Figura 5.30. Taxa de moagem. Moinho de 30 cm tipo 1, Velocidade de rotação 50 % vc, diâmetro do corpo moedor de 25 mm e minério com tamanho de partícula inicial de 9,5 x 12 mm

Uma evidência adicional da atuação do mecanismo de fragmentação superficial é a mudança na forma das partículas. Do estudo do formato das partículas, encontrou-se que a forma das partículas na amostra é categorizada como alongada (i.e. $IA > 40\%$). Esta categorização não tem uma tendência marcada conforme passa o tempo de moagem (Figura 5.32).

No que diz respeito ao índice de lamelaridade e índice de forma, ambos estão de acordo com as hipóteses já descritas, enquanto o mecanismo de lascamento e atrição estão atuando, as partículas vão tornando-se mais arredondadas e a porcentagem de partículas lamelares e não cúbicas diminui. Nota-se que para tempos maiores que 5 minutos, estes índices se mantêm constantes, o que poderia ser explicado pelo desaparecimento do mecanismo de lascamento, passando apenas a atuar o mecanismo de atrição.

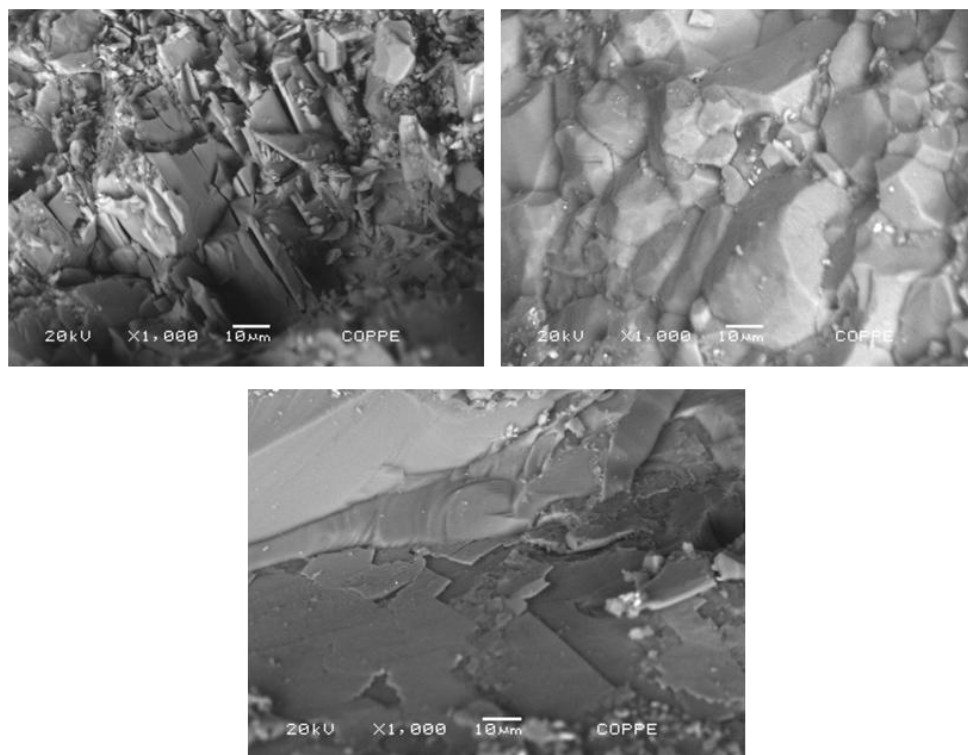


Figura 5.31. MEV Análise da superfície das partículas em diferentes tempos de moagem. T = 0 min. (Superior esquerda) T = 3 min. (Superior direita) T = 10 min. (Inferior). Tamanho 12,5 x 9 mm (aumento x 1000)

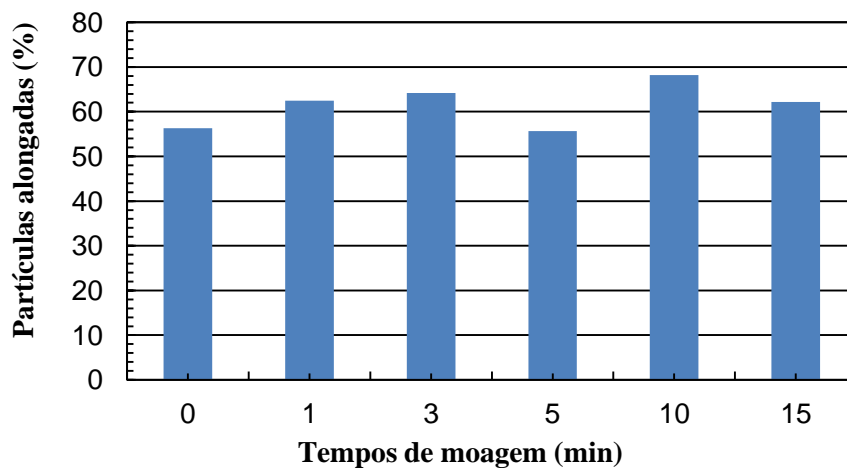


Figura 5.32. Evolução do índice de alongamento (IA) com o tempo de moagem

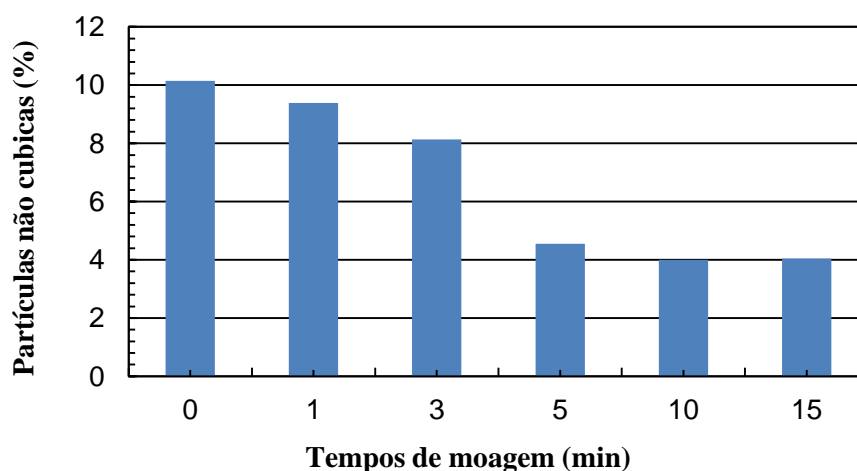


Figura 5.33. Evolução do índice de forma (IF) em diferentes tempos de moagem

Uma vez realizado todo este estudo, foram simuladas estas condições usando o modelo UFRJ, utilizando os parâmetros calibrados na seção 5.3 para as simulações em DEM. As condições corresponderam ao moinho de torque de 30 cm com revestimento do tipo 1, alimentado com material grosso de 12 x 9,5 mm, o tamanho de bola selecionado foi 25 mm. Os resultados (Figura 5.35) não foram muito satisfatórios com o conjunto de parâmetros apresentados na Tabela 4.6. Note-se que inclusive os parâmetros da função quebra de abrasão não se encontram bem calibrados.

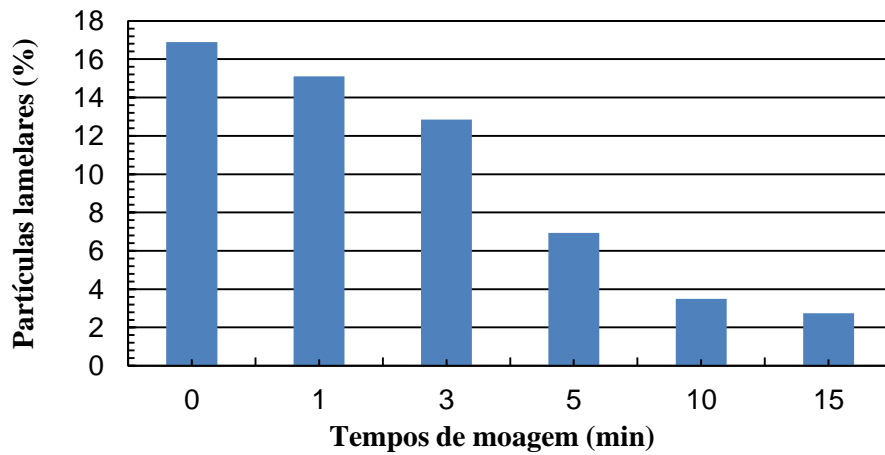


Figura 5.34. Evolução do índice de lamelaridade (IL) em função do tempo de moagem

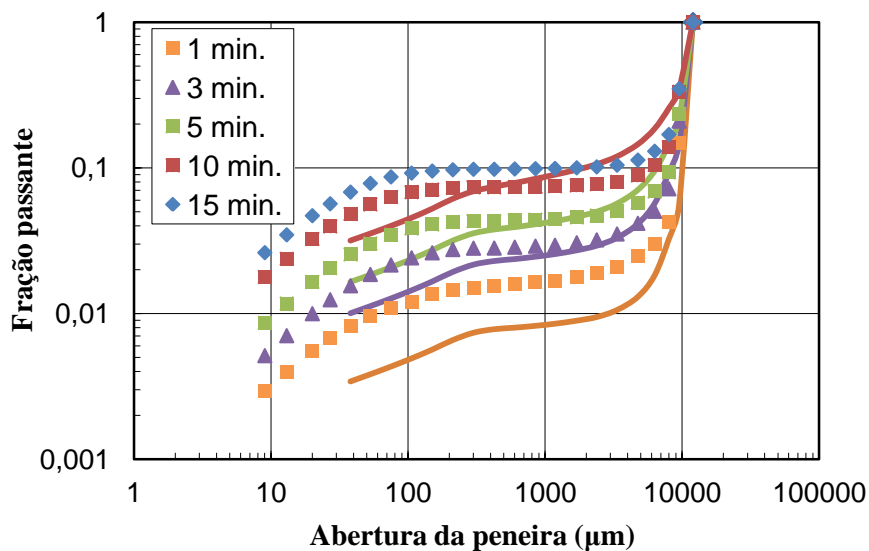


Figura 5.35. Previsões do modelo UFRJ na sua condição original em condições de moagem de baixa energia

Aumentando o Pa do modelo de abrasão de 1,6 (ver Tabela 4.6) para 14 % foi possível descrever bem a granulometria do produto para o primeiro tempo de moagem. No entanto, para tempos mais longos é evidente que o modelo superestimou a proporção de finos gerados, mostrando as dificuldades do modelo em descrever a realidade (Figura 5.36).

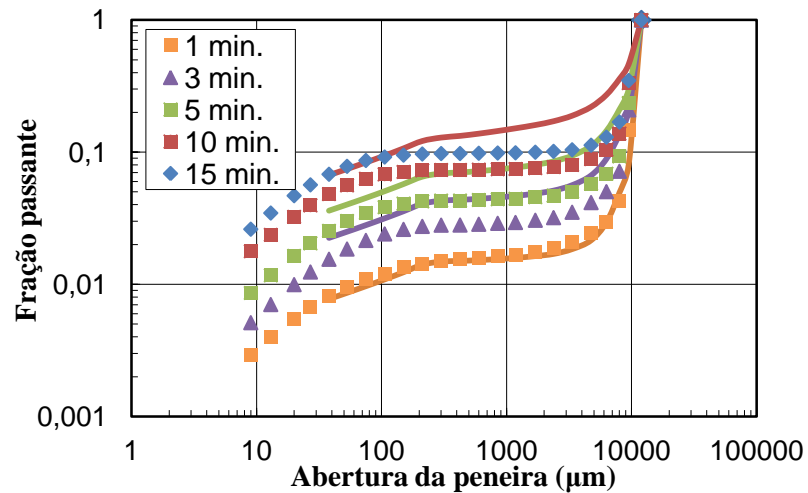


Figura 5.36. Previsões modelo UFRJ após ajuste de parâmetros de abrasão ($Pa=14$, $Da = 0,106$ e $\lambda = 0,62$)

Por outro lado, uma das considerações do modelo de abrasão é que em cada colisão, sem importar a magnitude do impacto, se gera a mesma quantidade de finos. Na Figura 5.37 apresentam-se simulações do moinho de 30 cm com revestimento do tipo 2 com diferentes truncamentos. Os resultados mostram que energias menores que 10^{-4} J seriam capazes de gerar alguma cominuição no minério. Esse resultado evidencia uma das limitações do uso deste modelo, já que energias menores a esta magnitude não geram perda mássica em cada partícula.

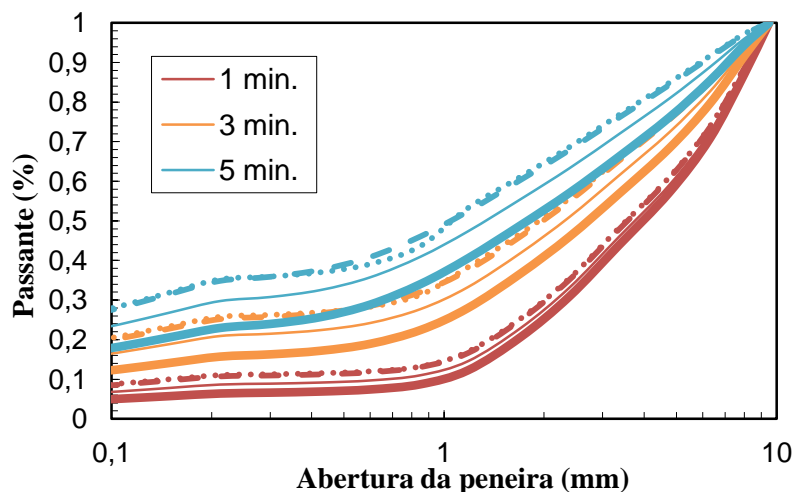


Figura 5.37. Simulação do efeito do truncamento da distribuição das energias de colisão em moinho de 30 cm. Truncamento de 10^{-4} J: Linha grossa contínua - 10^{-5} J: Linha contínua - 10^{-6} J: linha tracejada - 10^{-7} J: linha pontilhada

Além das incoerências apresentadas, na revisão da literatura pode-se observar que a evolução da modelagem vem evoluindo em função da energia. Com base em todas as considerações acima referidas, foi proposto um novo modelo de fragmentação superficial (abrasão) em função da energia de colisão, o qual conseguiu superar as limitações do modelo anterior.

Cunha (2015) desenvolveu um modelo de abrasão em função da energia de impacto o qual foi apresentado na seção 3.1.3.1. O autor encontrou uma relação potência entre a energia e a perda mássica por abrasão (Figura 3.11). No entanto, as energias utilizadas são mais altas que as apresentadas nas unidades operacionais do presente trabalho, e não se sabe com certeza qual seria o comportamento do minério submetido a este nível energético. Tendo isso em vista, lembrando o caráter tedioso dos ensaios de autofratura, foram realizados alguns ensaios relacionados com a moagem de bolas nas unidades experimentais utilizadas. Estes ensaios consistiram em cominuir partículas de minério (3 kg) sem a presença de corpos moedores durante 10 min. Isto foi realizado tanto no moinho de 30 cm Tipo 2 como no de 60 cm. Além disso, utilizou-se minério de diferentes tamanhos a fim de avaliar a influência desta variável na fragmentação por abrasão. Nos resultados apresentados na Figura 5.38 pode-se observar a granulometria do produto que de forma análoga ao observado por Cunha (2015), não se encontrou uma influência significativa do tamanho de partícula na granulometria do produto gerado por abrasão. Por outro lado, observou-se uma influência significativa da energia de impacto na massa gerada por este mecanismo.

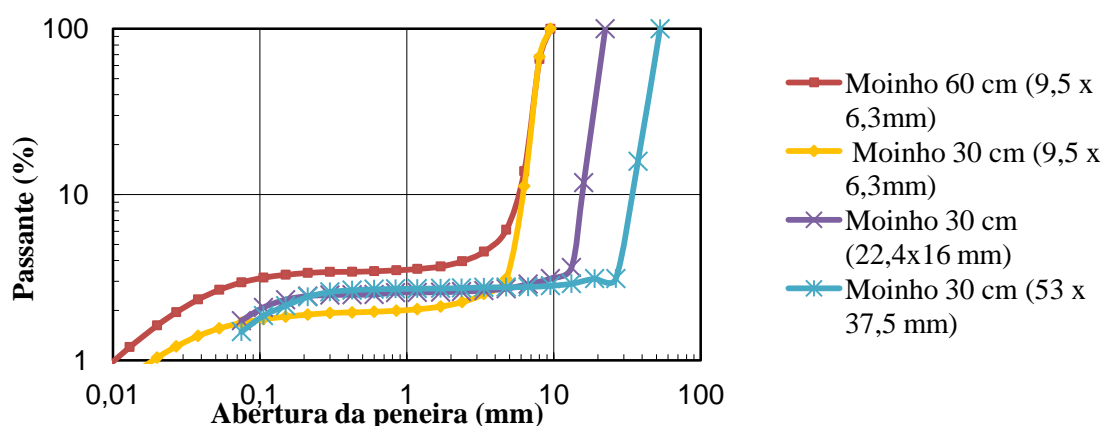


Figura 5.38. Resultados de testes de 10 min. de moagem de minério sem presença de corpos moedores

Estas condições experimentais foram simuladas em *DEM* a fim de estimar a quantidade de energia que cada partícula recebe. Na etapa de pós-processamento, realizou-se um acompanhamento da energia normal recebida por cada partícula durante certo período de tempo (Figura 5.39), tendo sido capturadas informações sobre o número de impactos e a energia dos impactos de maior magnitude. Assim, com esta energia de impacto além da massa gerada experimentalmente foram obtidos os dois pontos destacados em vermelho na Figura 5.40. Nota-se que eles seguem adequadamente a relação proposta pelo Cunha (2015).

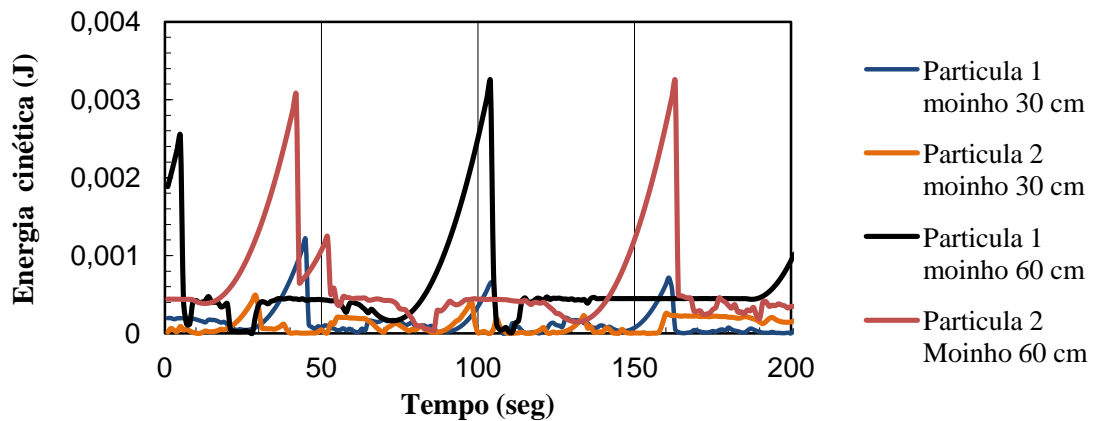


Figura 5.39. Registro das energias máximas de colisão nas partículas. Simulação dos moinhos de 30 e 58 cm de diâmetro

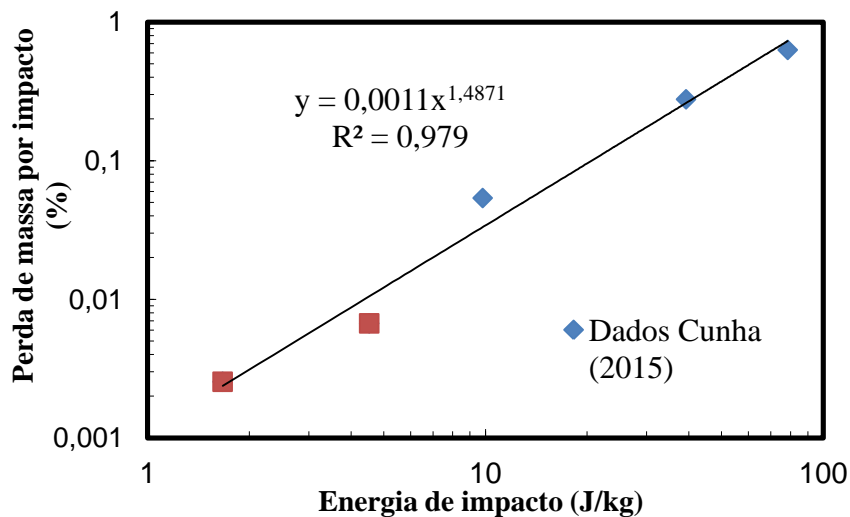


Figura 5.40. Massa perdida por impacto em função da energia

Desta maneira, o modelo proposto permaneceu na forma da equação de potência originalmente proposta por Cunha (2015).

$$k = 0,0011 \left(\frac{E_{imp}}{m_{1p} * E_{50,i}} \right)^{1.5} \quad \text{Equação 5.9}$$

sendo k a proporção de material fino gerado pelo mecanismo de abrasão, E_{imp} a energia do impacto, m_{1p} a massa da partícula e E_{50} a energia específica média de fratura. A inclusão do E_{50} além de tornar adimensional a equação, também permite a sua utilização com partículas de diferentes tamanhos.

Com este modelo foi possível prever a quantidade de massa gerada pelo mecanismo abrasivo, a função quebra de abrasão, ou seja, a maneira como essa massa é distribuída nas classes mais finas continua sendo definida pela Equação 3.9.

A verificação da validade desse modelo é evidente na Figura 5.41, onde simulações com espectros de energias truncados em diferentes valores de energia de colisão geraram a mesma perda de massa, o que justifica o truncamento em 10^{-4} J a fim de aumentar a eficiência computacional.

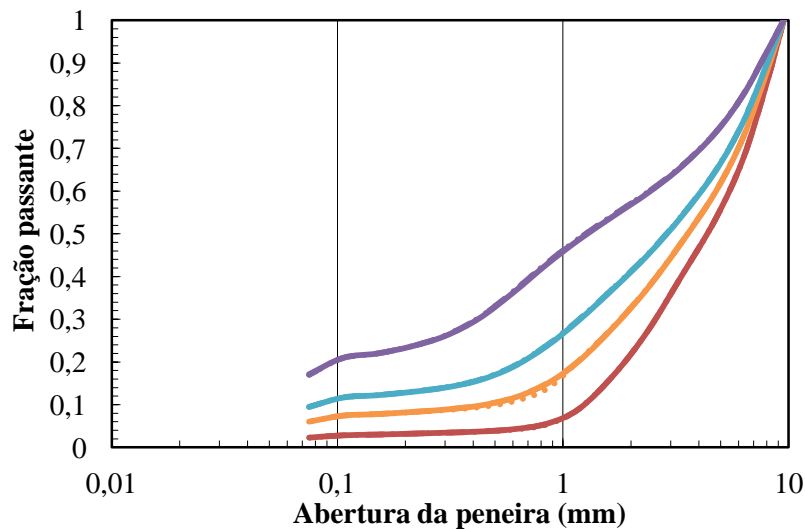


Figura 5.41. Simulação do efeito do truncamento usando o modelo de abrasão. Trunc. 10^{-4} J: Linha grossa contínua - 10^{-5} J: Linha contínua - 10^{-6} J: linha tracejada - 10^{-7} J: linha pontilhada

Com todas as alterações apresentadas no modelo UFRJ originalmente proposto, foram executadas simulações de alguns ensaios experimentais a fim de avaliar quaisquer melhorias na descrição dos finos. No entanto, dificuldades do modelo, neste cenário ainda continuam sendo percebidas (Figura 5.42).

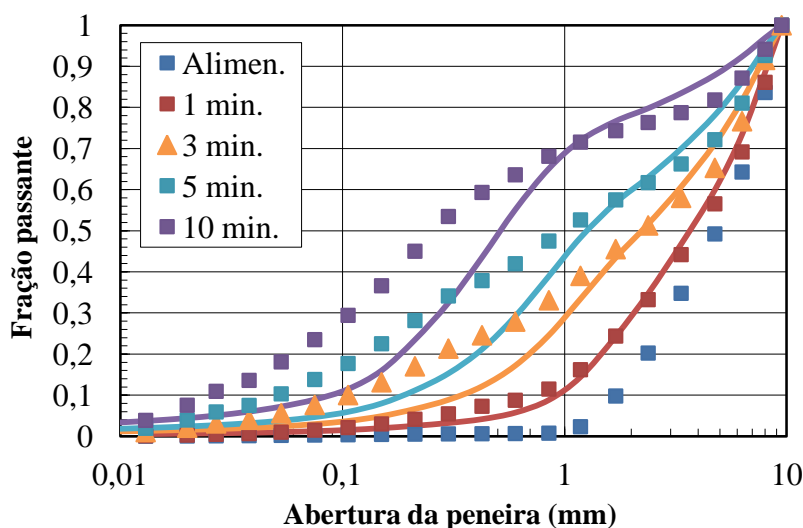


Figura 5.42. Simulação com modelo UFRJ moinho de 30 cm – diâmetro de corpos moedores 25 mm – velocidade de rotação 50 % vc – preenchimento de vazios 100% U, usando o modelo de abrasão modificado

5.10 Modelo de atrição em função da componente tangencial da energia

Uma das hipóteses originais no modelo UFRJ está relacionada ao uso exclusivo da componente normal da energia na fratura de partículas (Tavares e Carvalho, 2009). Desta maneira, a componente tangencial não era considerada, principalmente, porque acreditava-se que não exercia uma importância significativa na cominuição do minério, além de acreditar-se que ela era superestimada pelos cálculos do método dos elementos discretos. Em relação a esta consideração, a atualização mais recente do EDEM 2.7 e do modelo apresentado na seção 5.2.1, ficou evidenciado que já se tornou viável o uso de informações de colisões envolvendo essa componente tangencial.

É importante recordar que o modelo de abrasão em função da energia, proposto no presente trabalho, foi calibrado a partir de resultados de ensaios de autofratura e tamboramento. Estes ensaios não levam em consideração o mecanismo de atrição, pois,

nos ensaios de autofratura a partícula foi impactada em direção perpendicular à superfície de impacto. No caso dos ensaios de tamboramento utilizados para a calibração desse modelo, foram realizados sem a presença de corpos moedores, o que também limita a geração de finos pelo aumento das forças de interação entre partículas para seu movimento.

Por conseguinte, o aporte do mecanismo de atrição não tem sido implementado nas previsões do modelo UFRJ. Cabe lembrar de que este mecanismo tem uma influência no dano superficial e foi percebido no presente trabalho pelas imagens MEV (Figura 5.31) na seção 5.9.

Trabalhos importantes tem sido realizados com o fim de estudar o efeito da atrição e a contribuição de cada componente (Bridgwater *et al.*, 2003; Potapov e Campbell, 1994). Por meio de um equipamento chamado de célula de cisalhamento anular (*annular shear cell*) esses autores concluíram que a taxa de geração de produtos de atrição está relacionada com o trabalho realizado no sistema, incluído o trabalho necessário para acelerar e expandir o material. Todo este estudo resultou na proposta da expressão apresentada na Equação 5.10.

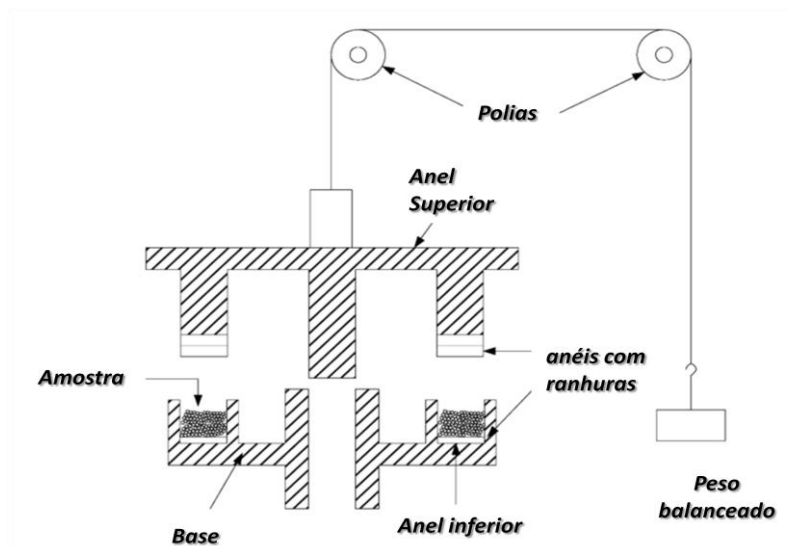


Figura 5.43. Esquema de célula de cisalhamento anular utilizada no trabalho de Bridgwater *et al.* (2003)

$$W = K_N \left(\frac{\sigma \Gamma \Omega}{\sigma_{SCS}} \right)^\beta \quad \text{Equação 5.10}$$

sendo W a fração mássica atritada (i.e. a proporção do produto menor que certo tamanho), σ_{SCS} a tensão de fratura associada a uma partícula, σ a tensão normal, Γ a tensão tangencial e K_N , Ω e β constantes calibradas a partir de ensaios experimentais. De forma análoga ao modelo de abrasão apresentado (Equação 5.9), existe uma relação potência entre o esforço ou energia ao qual é submetido o material e a proporção de produto de atrição gerado.

De acordo com o acima exposto, decidiu-se propor um modelo que descrevesse o mecanismo de atrição de maneira independente, e estaria em função da componente tangencial da dissipação de energia. Seguindo a expressão proposta por Bridgwater *et al.* (2003) e locando as variáveis em função da energia tangencial, o modelo poderia ser representado pela seguinte expressão:

$$k = A_T \left(\frac{E_T}{m_{1p} * E_{50,i}} \right)^\beta \quad \text{Equação 5.11}$$

sendo k a proporção de produtos de fragmentação superficial (abrasão), E_T a energia tangencial dissipada, m_{1p} a massa da partícula, E_{50} a energia específica média de fratura, e A e β constantes. Nota-se que não se encontra implícita diretamente a componente normal como no modelo do Bridgwater. Isto é devido ao fato que a normal atua sobre a componente tangencial, ou seja, neste tipo de colisões de atrição não é possível encontrar uma componente tangencial alta sem a ação de uma componente normal alta. Desta maneira, a influência estaria implícita no produto de atrição gerado. Este efeito também foi estudado pelo mesmo Bridgwater *et al.* (2003).

Alguns autores (Yahyaei *et al.*, 2014) variaram o ângulo de impacto em ensaios de autofratura, tentando aumentar a componente tangencial, concluindo que esta componente não tem uma influência significativa na quebra do minério em outros mecanismos de cominuição (i.e. estilhaçamento, enfraquecimento ou lascamento). Assim, nas colisões nas quais a componente normal está atuando, a tangencial não teria

efeito, e pela abordagem utilizada no presente modelo, o mecanismo de atrição seria governado somente pela componente tangencial.

Desta maneira, para concretizar esta abordagem, é necessário estabelecer uma condição quando cada componente está atuando na cominuição do minério. O que se propõe é estabelecer este limite em relação à resistência de fratura do minério, onde colisões com energias maiores a este limite atuaria a componente normal, e colisões com energia menor a tangencial. Com esta abordagem, e por meio dos testes de baixa energia, foi calibrado o modelo da Equação 5.11. Assim, a equação que melhor descreve as condições experimentais é a apresentada na Equação 5.12:

$$k = 0,2 \left(\frac{E_T}{m_{1p} * E_{50,i}} \right)^2 \quad \text{Equação 5.12}$$

Nota-se que este produto também é somado à variável k que representa a quantidade do produto de abrasão gerado pelo mecanismo de abrasão (lascamento e atrição).

5.11 Energia absorvida em cada colisão

Segundo (Bourgeois, 1993) a energia absorvida por um leito de partículas em monocamada colocada sobre uma bigorna e impactada por uma bola corresponde a 96 % da energia do impacto. Medidas com a barra Hopkinson mostram que entre 30-40% da energia de impacto é absorvida pelo evento de quebra (Bbosa, Powell e Cloete, 2006). No entanto, testes realizados no DWT assumem que é absorvida 100% da energia de impacto (Napier-Munn *et al.*, 1996). Por outro lado, em simulações em DEM é comumente assumido que a energia dissipada no amortecedor corresponde à energia disponível para quebra, e isso corresponde a 5-10% da energia cinética disponível (Powell, Govender e McBride, 2008). Finalmente, Tavares (1999) a partir de ensaios em uma célula de carga de impacto, encontrou que a energia transferida em cada colisão estava em função da magnitude energética da colisão, de maneira que à medida que é maior essa magnitude a porcentagem da energia transferida diminuía (Figura 5.44).

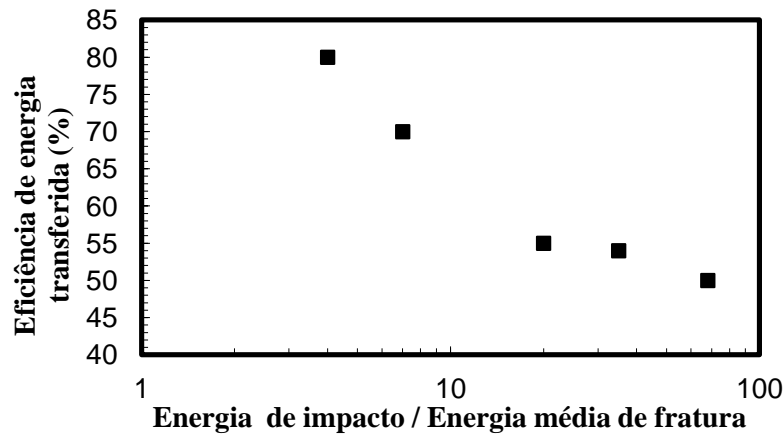


Figura 5.44. Eficiência energética do corpo moedor para quartzo, em ensaios de queda de peso em partículas individuais (Tavares, 1999)

Em conclusão, claramente existe uma diferença na energia absorvida pelo minério dependendo da metodologia utilizada. Para o modelo UFRJ, foi realizada uma calibração dessa energia. Foram realizadas simulações pelo modelo UFRJ de ensaios experimentais no moinho de 30 cm tipo 1 e no moinho de 60 cm. Nestas simulações já foram implementadas todas as modificações do modelo apresentadas no presente trabalho. Depois de uma calibração, encontra-se que para o espectro do moinho de 30 cm o fator que melhor se ajustava aos resultados de eficiência era 80%. No caso do moinho de 60 cm este fator corresponde a 40%. As previsões do modelo UFRJ destas calibrações podem ser observadas na Figura 5.45 e Figura 5.46, respectivamente.

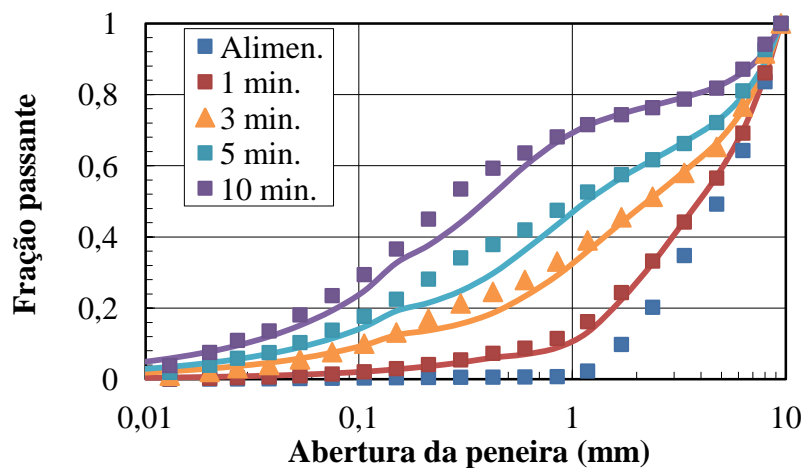


Figura 5.45. Previsões do modelo UFRJ em moinho de 30 cm tipo 1. Velocidade de rotação de 65%vc, Diâmetro de corpos moedores de 25 mm e enchimento de 30 %. Fator de eficiência de energia transferida 80%

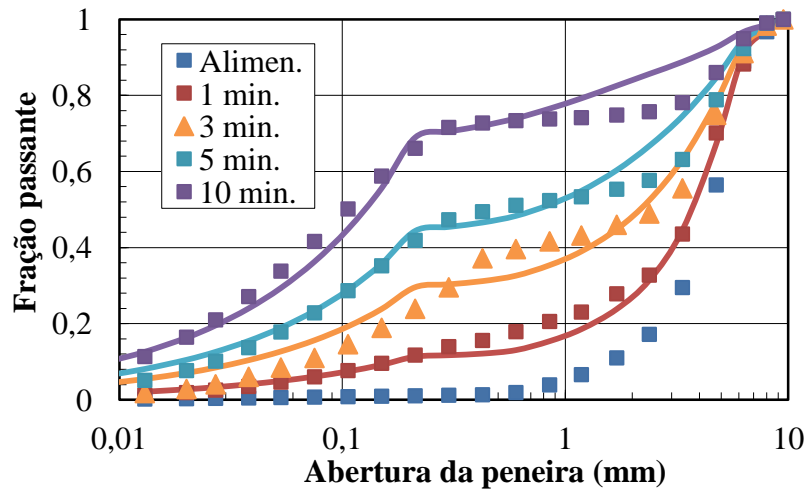


Figura 5.46. Previsões do modelo UFRJ em moinho de 60 cm. Velocidade de rotação de 60 % vc, Diâmetro de corpos moedores de 25 mm e enchimento de 30%. Fator de eficiência de energia transferida de 40%

Os resultados mostram que no caso do moinho de 60 cm, no qual as magnitudes das energias de colisões são maiores, tem-se uma maior ineficiência na transferência de energia em cada choque. Com esta apreciação, a hipótese apresentada por Tavares (1999) poderia ser considerada como a mais adequada para a abordagem do modelo mecanicista UFRJ.

Desta maneira, a equação a seguir é proposta para descrever este fator, sendo F_{ic} fator de ineficiência da colisão e E_{imp} a energia de impacto:

$$F_{ic} = \frac{1}{0,0285 + 0,0017 * \ln (E_{imp})} \quad \text{Equação 5.13}$$

5.12 Simulações da moagem em batelada

Por fim, depois de todas as hipóteses e modelos desenvolvidos no presente trabalho, são apresentadas algumas previsões do modelo UFRJ sob diferentes condições operacionais. Inicialmente, foram realizadas simulações de moagem em condições de baixa energia, sendo estas condições correspondentes ao moinho de 30 cm tipo 1, velocidade de rotação de 65%vc com corpos moedores de 15 mm com 30 % de enchimento do moinho. Nota-se que houve uma boa correspondência entre os dados

experimentais e aqueles simulados, mostrando um grande avanço em relação ao apresentado inicialmente na Figura 5.2. Os desvios nos tamanhos entre 0,425 mm e 0,106 mm poderiam ser atribuídos às diferenças nos métodos de análise granulométrica, pois os parâmetros da função do t_{10} foram calibrados somente utilizando técnica de peneiramento e os experimentais o equipamento *Mythos*.

Por outro lado, também foi simulado um cenário no qual o modelo sempre tem apresentado resultados satisfatórios, o qual corresponde a uma condição mais agressiva de moagem, na qual corpos moedores de 40 mm foram usados no moinho de 30 cm tipo 1, operando à velocidade de rotação de 75%vc e com 100% de preenchimento de vazios. É evidente que o modelo continua apresentando boa correspondência aos resultados experimentais.

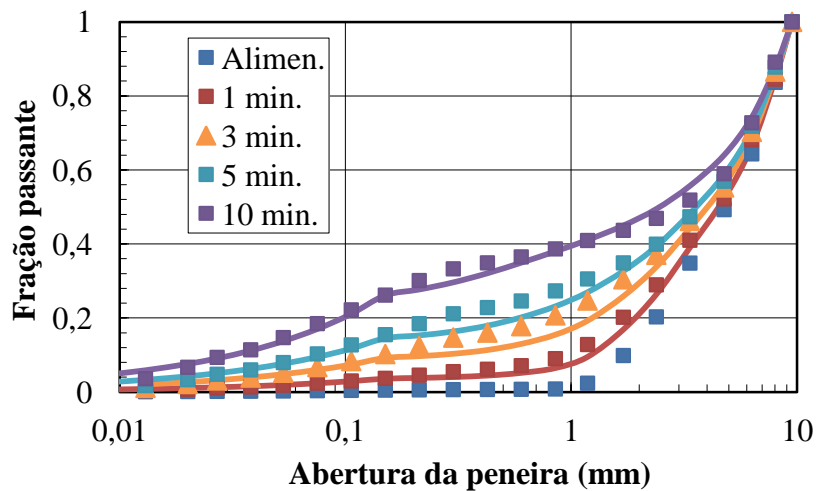


Figura 5.47. Comparação entre experimentos (pontos) e previsões modelo UFRJ (linhas) para moinho de 30 cm tipo 1 - tamanho de bola de 15 mm – Velocidade de rotação de 75%vc e 100 % de preenchimento de vazios

Aumentando ainda mais a magnitude das condições energéticas, foram realizadas simulações do moinho de 60 cm de diâmetro, com 30% de carga de corpos moedores de diâmetro de 25 mm, preenchendo 100% dos vazios e velocidade de rotação de 80% vc, sendo os resultados apresentados na Figura 5.48. Assim, como nos casos anteriores, o modelo continua descrevendo os resultados experimentais adequadamente. Nota-se que para os casos apresentados o modelo conseguiu superar a suas limitações na falta de descrição da geração de finos. Além disso, ele conservou a sua boa capacidade de descrever a moagem de partículas mais grossas.

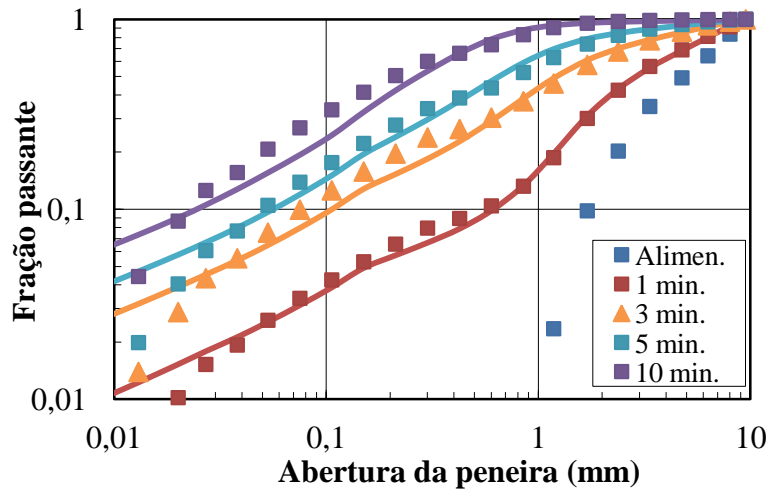


Figura 5.48. Comparação entre experimentos (pontos) e previsões do modelo UFRJ (linhas) em moinho de 30 cm tipo 1 - d_B 40 mm – Velocidade de rotação 75%vc, grau de enchimento de 30 % e 100% preenchimento de vazios

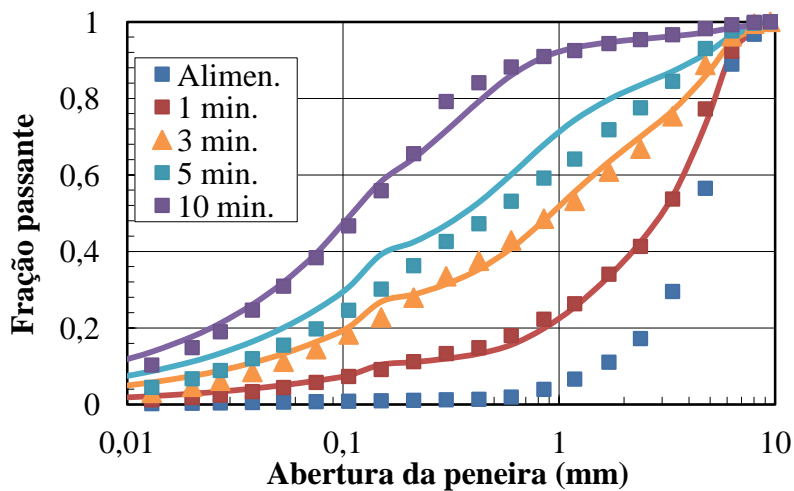


Figura 5.49. Comparação entre experimentos (pontos) e previsões usando o modelo UFRJ (linhas) para moinho de 60 cm, com enchimento de carga de 30%, preenchimento de 100% de vazios e velocidade de rotação do 80%vc.

Além disso, foram realizadas simulações dos ensaios experimentais apresentados na seção 4.3.3, com diferentes preenchimentos de vazios a seco (100, 150 e 200% U). Na Figura 5.50 é apresentada a comparação entre os experimentos e as previsões do modelo UFRJ depois de 10 minutos de moagem. Os resultados mostram uma alta correlação entre as previsões e os resultados experimentais.

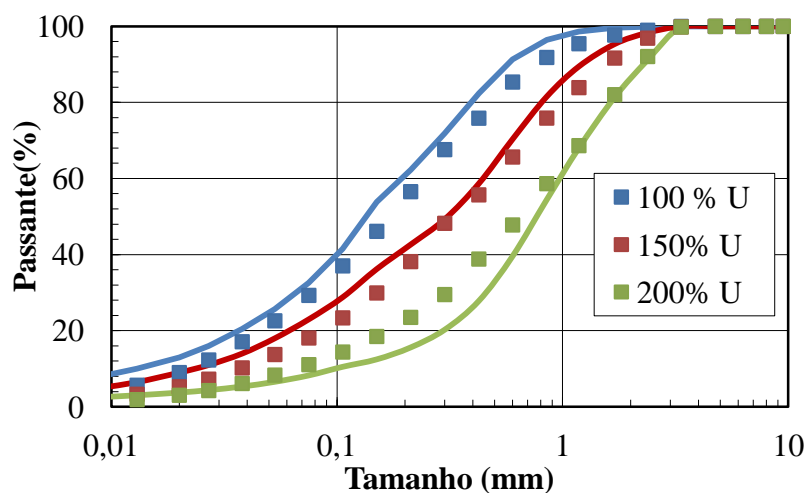


Figura 5.50. Comparação entre experimentos (pontos) e previsões usando o modelo UFRJ (linhas) 10 min. de moagem para moinho de 30 cm, com diferente enchimento de carga

5.13 Análise de sensibilidade

Seguindo a metodologia descrita na seção 4.5 e testando cada uma das configurações apresentada na Tabela 4.6, foi realizada uma análises de sensibilidade do modelo em função de seus parâmetros. Esta foi realizada simulando um moinho de 30 cm tipo 1 com corpos moedores de 40 mm a uma velocidade de rotação de 50 % da crítica. A seguir apresenta-se os resultados dos parâmetros que tiveram maior influência nas previsões do modelo. Inicialmente, são apresentados os resultados dos parâmetros do modelo de energia de fratura do material (Equação 3.6). Os resultados mostram que quando aumenta a resistência do minério (i.e $E_{\infty} = +20\%$, $d_o = +20\%$ e $\phi = +20\%$) o modelo prevê uma menor cominuição, do mesmo modo, os resultados com os limites inferiores as previsões do modelo correspondem a um minério de menor resistência. Nota-se que o efeito do E_{∞} é o mais pronunciado (Figura 5.51), enquanto que para os parâmetros d_o e ϕ tiveram influência menos significativa, encontrando um efeito nos tamanho médios (100-1000 μm) das previsões do modelo (Figura 5.52).

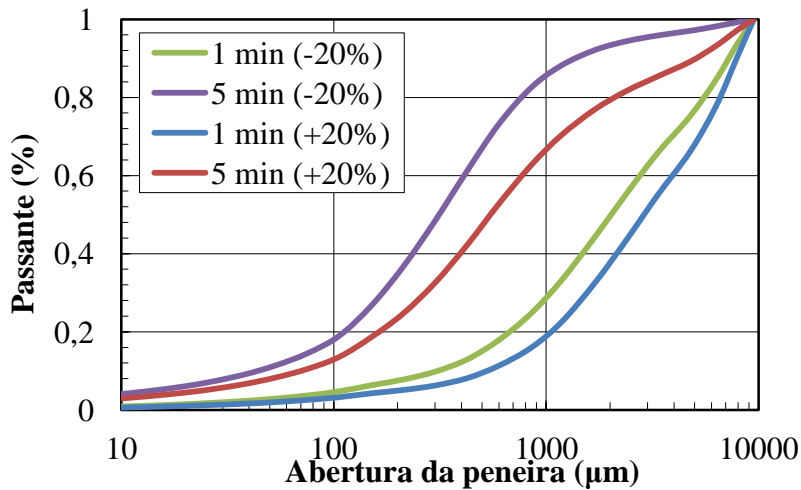


Figura 5.51. Influência do E_{∞} nas previsões do modelo UFRJ

Outro parâmetro de vital importância na abordagem do modelo UFRJ é o parâmetro de acúmulo de dano (γ), sendo a sensibilidade desse parâmetro nas previsões do modelo apresentada na Figura 5.53. Nota-se que para γ maiores (+20%) o grau de moagem do minério é menor, pois o material aumenta a sua resistência ao enfraquecimento. Além disso, cabe ressaltar que o parâmetro afeta mais as partículas grossas, as quais são mais suscetíveis ao dano pela presença das trincas (Tavares, 2009).

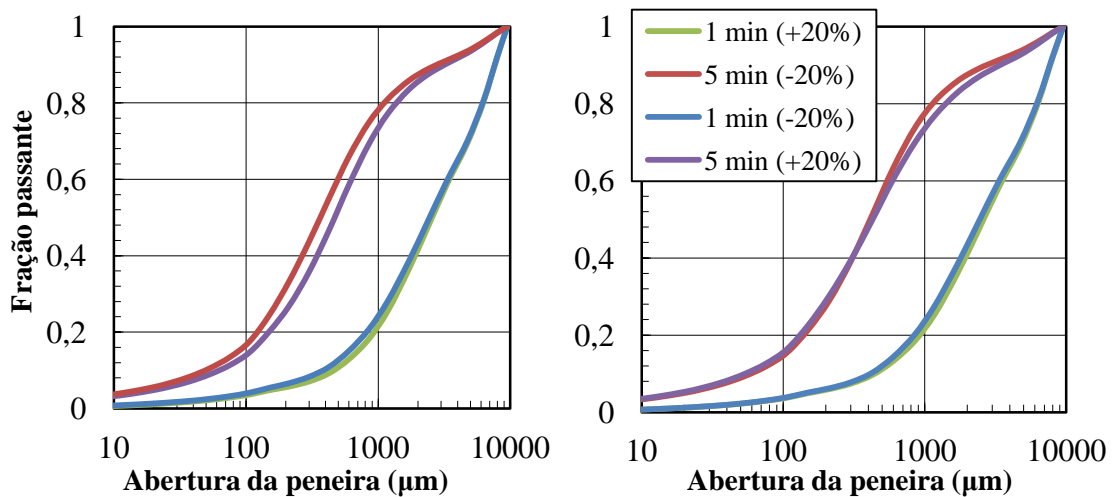


Figura 5.52. Influência do parâmetro do (esquerda) e ϕ (Direita) nas previsões do modelo UFRJ

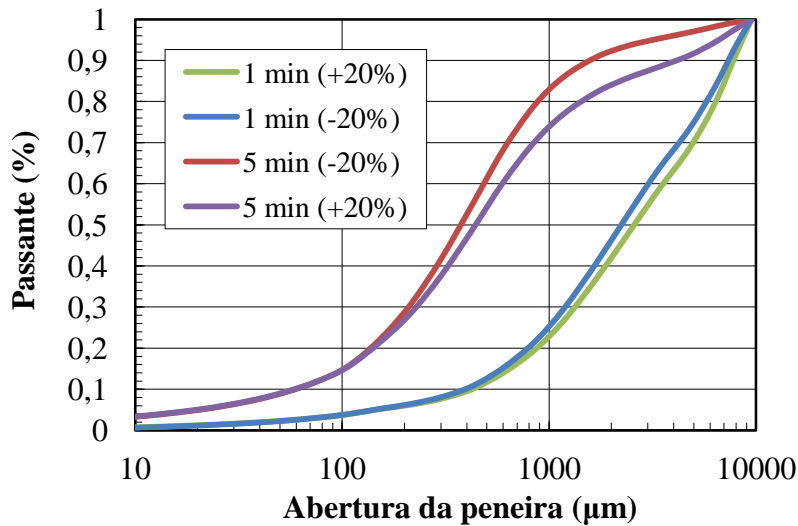


Figura 5.53. Influência do γ do modelo de dano nas previsões do modelo UFRJ

No que diz respeito aos parâmetros da equação de fragmentação t_{10} (Equação 3.7) os dois parâmetros têm a mesma influência sobre os resultados do modelo. Na Figura 5.54 pode-se observar que esses parâmetros influenciam entre um tamanho de partícula de 100-3000 μm .

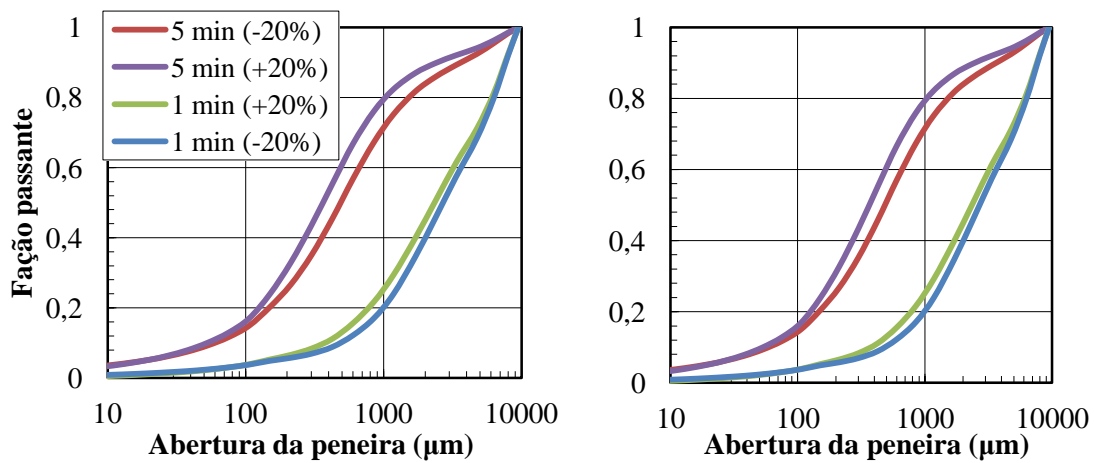


Figura 5.54. Influência do A (esquerda) e b' (Direita) do modelo de fragmentação na previsões do modelo UFRJ

Nota-se que nenhum dos parâmetros apresentados teve uma influência significativa sob a cominuição das partículas mais finas. Os parâmetros dos modelos de quebra superficial desenvolvidos no presente trabalho (Equação 5.9 e Equação 5.12) são os principais responsáveis da quantidade de geração de finos. Foi variado o expoente do modelo de atrição proposto, sendo os resultados desta variação apresentados na Figura

5.55. No entanto, ao realizar as alterações as previsões do modelo UFRJ não houve mudanças, o qual é um bom resultado, pois sob as condições operacionais (i.e. Bola de 40 mm), a componente tangencial presente não é significativa, e, por conseguinte o modelo de atrição tampouco.

Tentando testar o modelo de atrição foram simuladas condições com presença da componente tangencial: moinho de 30 cm, bolas de 25 mm, velocidade de rotação de 65% da velocidade crítica. Foi variado a constante A_T da Equação 5.12 em $\mu\text{m} \pm 20\%$. Pode-se observar a sensibilidade do modelo na descrição de cominuição de finos. Na medida que aumentou este parâmetro também aumentou a quantidade de material fino gerado. A inclinação da reta a tamanhos de partículas mais finos que o produto de abrasão (D_a), para este caso é de 0,106 mm, é influenciada pelo λ , como já foi descrito na seção 3.1.3.1.

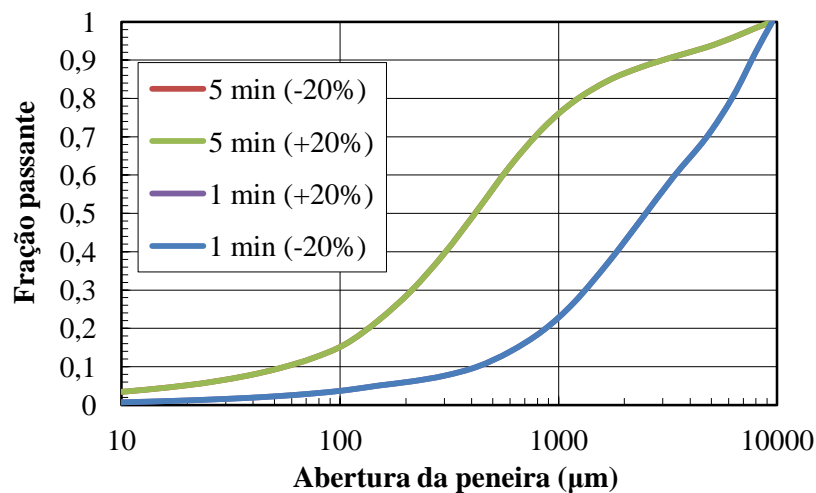


Figura 5.55. Efeito do parâmetro A_T modelo de atrição sob condições sem componente tangencial significativa

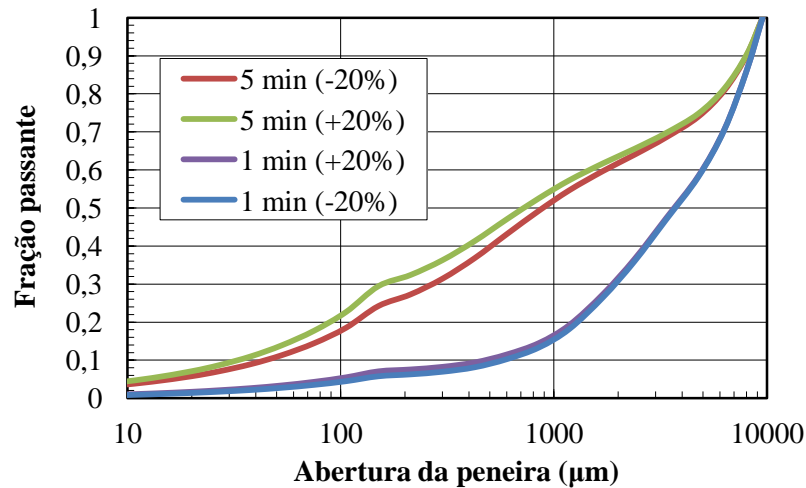


Figura 5.56. Influência do parâmetro A_T modelo de atrição nas previsões do modelo UFRJ

Por fim, como resultado das várias observações e modificações podem ser listadas as novas hipóteses e premissas nas quais se baseia o modelo UFRJ após o presente trabalho:

- i. O ambiente mecânico de colisão é determinado exclusivamente pelo movimento dos corpos moedores e a energia utilizada na quebra do minério é dada pela energia dissipada na colisão.
- ii. A componente normal governa os mecanismos de lascamento, dano e estilhaçamento, enquanto, a componente tangencial da energia governa o mecanismo de atrição.
- iii. Bolas e minério no interior do moinho são considerados perfeitamente misturados.
- iv. Nem todos os eventos de colisão no moinho envolvem minério, e a proporção de choques efetivos vai depender das condições operacionais. Ainda assim, presume-se que, quando capturadas, partículas se encontram sempre disposta em monocamadas.
- v. A resistência a fratura de partículas recém criadas não é função do tipo de mecanismo gerador.

6 CONCLUSÕES

Evidenciou-se que o principal dado colhido da simulação do ambiente mecânico no moinho de bolas usando o simulador EDEM, a dissipação de energia, depende diretamente do passo de tempo selecionado no *EDEM Simulator*. A fim de evitar incongruências nesta etapa, se estabeleceram algumas condições, inclusive um modelo matemático na seleção do passo de tempo que se encontra diretamente relacionado com o número de coordenação dos componentes presentes na simulação. Esta importante consideração permitiu realizar uma adequada calibração de parâmetros de contato, tendo como critério a correlação entre a potência líquida medida experimentalmente e o resultado da integração das energias dissipadas nas colisões obtidas usando o DEM.

A fragmentação superficial (abrasão) composta pelos mecanismos de lascamento e atrição demandou uma abordagem em separado. Cada mecanismo gera uma contribuição diferente no produto de abrasão. Desta maneira, propôs-se que o lascamento é governado pela componente normal dos impactos de baixa energia, enquanto que a atrição é definida pela componente tangencial.

Simulações em DEM com minério ofereceram uma excelente alternativa para o estudo das condições energéticas no moinho. Estas simulações permitiram validar o modelo de captura de Barrios *et al.* (2011), e assim, foi refutada a hipótese de que em cada colisão há a presença de minério. Esta condição depende da relação entre as áreas superficiais dos corpos moedores e do minério presente na carga do moinho. Esta relação foi calibrada e modelada por meio do DEM. Além disso, foi encontrado, por meio de simulações em DEM, um comportamento de mistura perfeita entre os corpos moedores e o minério nas operações de moagem de bolas.

Todas estas melhorias no modelo UFRJ, permitiram, não somente melhorar significativamente as previsões, mas também ampliar as condições nas quais o modelo pode ser utilizado, incluindo condições de moagem nas quais dominam os impactos de baixa energia e altos preenchimentos de vazios. Oferecendo características notáveis comparando com a abordagem de outros modelos mecanicistas, e concluindo que o modelo é uma boa representação das operações de moagem de bolas em condições de batelada.

7 TRABALHOS FUTUROS

Propõe-se como trabalho futuro a pesquisa da influência da componente tangencial na cominuição do minério. Isto considerando os resultados do presente trabalho, onde fosse demonstrada a importância que tem esse mecanismo em diferentes condições de moagem. Para isto, já foram utilizadas algumas abordagens metodológicas que permitiriam o estudo de variáveis como material, área de contato, tamanho e formato da partícula. Desta maneira, espera-se encontrar um melhor critério para definir o limite que separa onde atua a componente normal e a tangencial.

Por outro lado, um caminho a seguir seria validar toda esta abordagem em operações de moagem contínua, além do uso de minérios multicomponentes, para posteriormente descrever operações de moagem a úmido, condições que são de vital importância e que ainda se desconhecem alguns aspectos dos mecanismos que atuam na cominuição do material.

8 REFERÊNCIAS

ABBASFARD, H.; EVANS, G.; MORENO-ATANASIO, R. Effect of van der Waals force cut-off distance on adhesive collision parameters in DEM simulation. **Powder Technology**, v. 299, p. 9–18, 2016.

AI, J.; CHEN, J. F.; ROTTER, J. M.; OOI, J. Y. Assessment of rolling resistance models in discrete element simulations. **Powder Technology**, v. 206, n. 3, p. 269–282, 2011.

AUSTIN, L.; BRAME, K. A Comparison of the Bond Method for Sizing Wet Tumbling Ball Mills with a Size-Mass Balance Simulation Model. **Powder Technology**, 1983.

AUSTIN, L. G.; JULIANELLI, K.; DE SOUZA, A. S.; SCHNEIDER, C. L. Simulation of wet ball milling of iron ore at Carajas, Brazil. **International Journal of Mineral Processing**, v. 84, p. 157–171, 2007.

BANINI, G. A. An integrated description of rock breakage in comminution machines. n. November, 2000.

BARRIOS, G. K.; DE CARVALHO, R. M.; KWAVE, A.; TAVARES, L. M. Contact parameter estimation for DEM simulation of iron ore pellet handling. **Powder Technology**, v. 248, p. 84–93, 2013.

BARRIOS, G. K. P.; CARVALHO, R. M.; TAVARES, L. M. Modeling breakage of monodispersed particles in unconfined beds. **Minerals Engineering**, v. 24, n. 3–4, p. 308–318, 2011.

BARRIOS, G. P.; TAVARES, L. M. Fratura de partículas em leitos como base para a modelagem de processos de cominuição. **Encontro Nacional de Tratamento de Minérios e Metalurgia Extrativa**, 2009.

BBOSA, L.; POWELL, M. S.; CLOETE, T. J. An investigation of impact breakage of rocks using the split Hopkinson pressure bar. **SAIMM**, p. 291–296, 2006.

BERALDO, J. L. **Moagem de mineros em moinhos tubulares**. São Paulo, SP, Brasil.: [s.n.].

BOURGEOIS, F. S. **Single particle fracture as a basis for microscale modeling of comminution processes.** [s.l.] University of Utah, Salt Lake City, Utah, USA., 1993.

BOURGEOIS, F. S.; KING, R. P. Measurement of fracture energy during single-particle fracture. **Minerals Engineering**, v. 6, p. 353–367, 1993.

BOX, G. E. P.; HUNTER, W. G.; HUNTER, J. S. **Estadística para investigadores. Introducción al diseño de experimentos, análisis de datos y construcción de modelos.** Barcelona, España: [s.n.].

BRIDGWATER, J.; UTSUMI, R.; ZHANG, Z.; TULADHAR, T. Particle attrition due to shearing—the effects of stress, strain and particle shape. **Chemical Engineering Science**, v. 58, n. 20, p. 4649–4665, 2003.

BROSH, T.; KALMAN, H.; LEVY, A. Accelerating CFD-DEM simulation of processes with wide particle size distributions. **Particuology**, v. 12, n. 1, p. 113–121, 2014.

CAPECE, M.; DAVÉ, R. N.; BILGILI, E. On the origin of non-linear breakage kinetics in dry milling ☆. **Powder Technology**, v. 272, p. 189–203, 2015.

CARVALHO, R. M. **Mechanistic modelling of semi-autogeneous grinding.** [s.l.] UFRJ/COPPE, 2013.

CARVALHO, R. M. DE. **Desenvolvimento de modelo matemático generalizado da cominuição.** [s.l.] UFRJ/COPPE, 2009.

CARVALHO, R. M.; TAVARES, L. M. Predicting the effect of operating and design variables on breakage rates using the mechanistic ball mill model. **Minerals Engineering**, v. 43–44, p. 91–101, 2013.

CHAGAS, A. S.; CARVALHO, R. M.; BBOSA, L.; MAINZA, A.; TAVARES, L.M. **PROCEEDINGS OF THE 14TH EUROPEAN SYMPOSIUM ON COMMINUTION AND CLASSIFICATION** Calibration of DEM Contact Parameters for Tumbling Mills Using PEPT. **Anais...GOTHENBURG: 2015**

CLEARY, P. Recent advances in DEM modelling of tumbling mills. **Minerals**

Engineering, p. 1295–1319., 2001.

CLEARY, P. W. Predicting charge motion, power draw, segregation and wear in ball mills using discrete element methods. **Minerals Engineering**, v. 11, n. 11, p. 1061–1080, 1998.

CLEARY, P. W. Prediction of coupled particle and fluid flows using DEM and SPH. **Minerals Engineering**, v. 73, p. 85–99, 2015.

CLEARY, P. W.; MORRISON, R. D. Understanding fine ore breakage in a laboratory scale ball mill using DEM. **Minerals Engineering**, v. 24, n. 3–4, p. 352–366, 2011.

CONCHA, L. G. **Diseno y simulacion de circuitos de molienda**. 1ra. ed. Chile: [s.n.].

COSTA, R. D. **Investigação da moagem de misturas binárias em moinhos de bolas**. [s.l.] UFRJ, 2012.

CUNHA, E. R. **Modelagem mecanicista de britadores de impacto de eixo vertical**. [s.l.] Universidade Federal do Rio do Janeiro, 2015.

D'INCAU, M.; LEONI, M.; SCARDI, P. High-energy grinding of FeMo powders. **Journal of Materials Research**, **22**, p. 1744–1753, 2007.

DATTA, A.; RAJAMANI, R. K. A direct approach of modeling batch grinding in ball mills using population balance principles and impact energy distribution. **International Journal of Mineral Processing**, v. 64, n. 4, p. 181–200, abr. 2002.

DEVASAHAYAM, S.; KOJOVIC, T. Abrasion Characteristics of Ores. **JKMRC Internal Report P9K/48**, 1995.

DJORDJEVIC, N. Discrete element modelling of the influence of lifters on power draw of tumbling mills. **Minerals Engineering**, v. 16, n. 4, p. 331–336, 2003.

DJORDJEVIC, N. Influence of charge size distribution on net-power draw of tumbling mill based on DEM modelling. **Minerals Engineering**, v. 18, n. 3, p. 375–378, 2005.

E.L. PARROTT. Milling of pharmaceutical solids. **J. Pharm. Sci.**, v. 63, n. 6, p. 813–829, 1974.

EDEM GUIDE. EDEM 2.4 User Guide. 2011.

ESAWI, A.; MORSI, K. Dispersion of carbon nanotubes (CNTs) in aluminum powder. **Composites Part A: Applied Science and Manufacturing**, v. 38, n. 2, p. 646–650, 2007.

FANDRICH, R. .; CLOUT, J. M. .; BOURGEOIS, F. . The CSIRO Hopkinson Bar Facility for large diameter particle breakage. **Minerals Engineering**, v. 11, n. 9, p. 861–869, 1998.

FRANCIOLI, D. M. **Effect of operational variables on ball milling**. [s.l.] UFRJ, 2015.

GUPTA, A.; YAN, D. . **Mineral Processing Design And Operation**. Perth, Australia: [s.n.].

HERBST, J. A microscale look at tumbling mill scale-up using high fidelity simulation. **International Journal of Mineral Processing**, p. S299–S306., 2004.

HERBST, J. A.; FUERSTENAU, D. W. Scale-up procedure for continuous grinding mill design using population balance models. **International Journal of Mineral Processing**, v. 7, n. 1, p. 1–31, 1980.

IN-YUP JEON *et al.* Large-Scale Production of Edge-Selectively Functionalized Graphene Nanoplatelets via Ball Milling and Their Use as Metal-Free Electrocatalysts for Oxygen Reduction Reaction. **J. Am. Chem. Soc**, v. 135, p. 1386–1393, 2013.

JOHNSTONE, M. W. Calibration of DEM models for granular materials using bulk physical tests. n. June, 2010.

KALALA, J. T.; BWALYA, M. M.; MOYS, M. H. Discrete element method (DEM) modelling of evolving mill liner profiles due to wear. Part I: DEM validation. **Minerals Engineering**, v. 18, n. 15, p. 1386–1391, 2005.

KATUBILWA, F. M.; MOYS, M. H. Effect of ball size distribution on milling

rate. **Minerals Engineering**, v. 22, n. 15, p. 1283–1288, 2009.

KHANAL, M.; MORRISON, R. Discrete element method study of abrasion. **Minerals Engineering**, v. 21, n. 11, p. 751–760, 2008.

____. Numerical Simulation of Abrasion of Particles. **Abrasion Resistance of Materials**, p. 204, 2012.

KIANGI, K.; POTAPOVB, A.; MOYSC, M. DEM validation of media shape effects on the load behaviour and power in a dry pilot mill. **Sciencedirect**, 2013.

KING, R. P. **Modeling and Simulation of Mineral Processing Systems**. Boston: [s.n.].

KROGH, S. R. Crushing characteristics. **Powder Technology**, v. 27, n. 2, p. 171–181, 1980.

L. G. AUSTIN, R. R. KLIMPEL, P. T. L. **Process Engineering of Size Reduction: Ball Milling**. Society of ed. [s.l: s.n.].

LAMECK, N. N. S. **Effects of Grinding Media Shapes on Ball Mill Performance**. [s.l.] University of the Witwatersrand, Johannesburg, 2013.

LI, T.; ZHANG, J.; GE, W. Simple measurement of restitution coefficient of irregular particles. **China Particuology**, v. 2, n. 6, p. 274–275, 2004.

LICHTER, J.; LIM, K.; POTAPOV, A.; KAJA, D. New developments in cone crusher performance optimization. **Minerals Engineering**, v. 22, n. 7–8, p. 613–617, 2009.

LOVEDAY, B. K.; NAIDOO, D. Rock abrasion in autogenous milling. **Minerals Engineering**, v. 10, n. 6, p. 603–612, 1997.

MACÊDO, E. P. **Petrografia, litogeoquímica, metamorfismo e evolução geotectônica dos granulitos das regiões de amargosa, brejões, santa inês, jaguaquara e itamari, bahia, brasil**. [s.l.] UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA, 2006.

MAKOKHA, A. B.; MOYS, M. H.; BWALYA, M. M.; KIMERA, K. A new approach to optimising the life and performance of worn liners in ball mills: Experimental study and DEM simulation. **International Journal of Mineral Processing**, v. 84, n. 1–4, p. 221–227, 2007.

MISHRA, B. A review of computer simulation of tumbling mills by the discrete element method: Part II - Practical applications. **International Journal of Mineral Processing**, p. 95–112, 2003.

MISHRA, B. K.; MURTY, C. V. R. On the determination of contact parameters for realistic DEM simulations of ball mills. **Powder Technology**, v. 115, n. 3, p. 290–297, 2001.

MISHRA, B. K.; RAJAMANI, R. K. The discrete element method for the simulation of ball mills. v. 16, n. April, p. 598–604, 1992.

MISHRA, B. K.; RAJAMANI, R. K. The discrete element method for the simulation of ball mills. **Applied Mathematical Modelling**, v. 16, n. 11, p. 598–604, nov. 1992.

MISHRA, B.; RAJAMANI, R. K. Numerical Simulation of Charge Motion in Ball Mills. **Proceedings of the 7th European Conference on Comminution**, v. 40, p. Ljubljana, 1990.

MORI, H.; MIO, H. KANO, J.; SAITO, F. Ball mill simulation in wet grinding using a tumbling mill and its correlation to grinding rate. **Powder Technology**, v. 143–144, p. 230–239, 2004.

MORREL, S. **Proceedings of the Fifth Mill Operation Conference**. [s.l: s.n.].

MORRISON, R. D.; SHI, F.; WHYTE, R. Modelling of incremental rock breakage by impact - For use in DEM models. **Minerals Engineering**, v. 20, n. 3, p. 303–309, 2007.

MULENGA, F. K.; MKONDE, A. A.; BWALYA, M. M. Effects of load filling, slurry concentration and feed flowrate on the attainable region path of an open milling circuit. **Minerals Engineering**, v. 89, p. 30–41, 2016.

MULENGA, F. K.; MOYS, M. H. Effects of slurry pool volume on milling efficiency. **Powder Technology**, v. 256, p. 428–435, 2014.

MUNDIM, P. F. **Pellet feed grinding process optimization through simulation through simulation tools and mathematical modeling**. [s.l.] UFRJ, 2015.

MUTTALIB, S. N. A.; OTHMAN, N. Effect of Ball Milling Parameters on Properties of Attapulgite Filled Natural Rubber Composite. **Procedia Chemistry**, v. 19, p. 381–387, 2016.

NAPIER-MUNN, T. J.; MORREL, S.; MORRISON, R, D.; KOJOVIC, T. **Mineral Comminution Circuits their operation and optimisation**. Queensland, Australia.: [s.n.].

NARAYANAN, S. S.; WHITEN, W. J. Breakage characteristics for ores for ball mill modelling. **Australas Inst. Min. Metall. Bull. Proc.**, p. 31–39, 1983.

NORAZIRAH, A.; FUAD, S. H. S.; HAZIZAN, M. H. M. The Effect of Size and Shape on Breakage Characteristic of Mineral. **Procedia Chemistry**, v. 19, p. 702–708, 2016.

ÖZER, C. E.; WHITEN, W. J. A multi-component appearance function for the breakage of coal. **International Journal of Mineral Processing**, v. 104–105, p. 37–44, 2012.

PATTERSON, J. E.; JAMES, M. B.; FORSTER, A. H.; LANCASTER, R.W.; BUTLER, J. M. RADES, T. Preparation of glass solutions of three poorly water soluble drugs by spray drying, melt extrusion and ball milling. **International Journal of Pharmaceutics**, v. 336, n. 1, p. 22–34, 2007.

PAUW, O. G.; MARÉ, M. S. The determination of optimum impact-breakage routes for an ore. **Powder Technology**, v. 54, n. 1, p. 3–13, 1988.

PETROVYKH, N. V. Abrasion of glass-ceramic materials. v. 50, p. 35–36, 1993.

POCHET, P.; TOMINEZ, E.; CHAFFRON, L.; MARTIN, G. Order-disorder transformation in Fe-Al under ball milling. *Phys. Rev. B*, v. 52, n. 6, p. 4006–4016, 1995.

POTAPOV, A. V; CAMPBELL, C. S. Computer simulation of impact-induced particle breakage. v. 81, p. 207–216, 1994.

POTYONDY, D. O.; CUNDALL, P. A. A bonded-particle model for rock. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, v. 41, n. 8 SPEC.ISS., p. 1329–1364, 2004.

POWELL, M.; GOVENDER, I.; MCBRIDE, A. Applying DEM outputs to the unified comminution model. **Minerals Engineering**, p. 744–750, 2009.

POWELL, M. S. The unified comminution model - a conceptually new model. **Proceedings of the XXIII IMPC**, p. 1783–1788, 2006.

POWELL, M. S.; WEERASEKARA, N. S.; COLE, S.; LAROCHE, R. D.; FAVIER, J. DEM modelling of liner evolution and its influence on grinding rate in ball mills. **Minerals Engineering**, v. 24, n. 3–4, p. 341–351, 2011.

POWELL, M. S.; GOVENDER, I.; MCBRIDE, A. T. Applying DEM outputs to the unified comminution model. **Minerals Engineering**, v. 21, p. 744–750, 2008.

POWELL, M.; WEERASEKARA, N. Building the Unified Comminution Model. **XXV 2010, International Mineral Processing Congress (IMPC)**, p. 1133–1141, 2010.

RADZISZEWSKI, P. Energy recovery potential in comminution processes. **Minerals Engineering**, v. 46–47, p. 83–88, 2013.

RAJAMANI, R. K. Mathematical Modeling of Extractive Metallurgical Processes. **Notas de aulas. 85p.**, 1992.

RAMOS, E. S.; CARVALHO, R. M.; TAVARES, L. M. **Simulação do movimento da em moinhos de bolas utilizando o método dos elementos discretos** Xxiv - Entmme, 2011.

RENZO, A. DI; MAIO, F. P. DI. Comparison of contact-force models for the simulation of collisions in DEM-based granular flow codes. **Chemical Engineering Science**, v. 59, n. 3, p. 525–541, 2004.

RUBIO, N.; FABBRO, C.; HERRERO, M. A.; HOZ, A.; MENEGHETTI, M.; FIERRO, J.L.G.; PRATO, M.; VZQUEZ, E. Ball-milling modification of single-walled carbon nanotubes: purification cutting and functionalization. **Small**, v. 7, n. 5, p. 665–674, 2011.

SCHONERT, K. *Advances in the Physical Fundamentals of Comminution*. P. Somasundaran. Littleton, Colo., 1986.

SHAN, D.; DENG, S.; ZHAO, T.; WANG, B.; WANG, Y.; HUANG, J.; YU, G.; WINGLEE, J.; WIESNER, M. R. Preparation of ultrafine magnetic biochar and activated carbon for pharmaceutical adsorption and subsequent degradation by ball milling. **Journal of Hazardous Materials**, v. 305, p. 156–163, 2016.

SHEIBANI, S.; ATAIE, A.; HESHMATI-MANESH, S.; KHAYATI, G. R. Structural evolution in nano-crystalline Cu synthesized by high energy ball milling. **Materials Letters**, v. 61, n. 14–15, p. 3204–3207, 2007.

SHI, F.; XIE, W. A specific energy-based size reduction model for batch grinding ball mill. **Minerals Engineering**, v. 70, p. 130–140, 2015.

SHIN, H.; LEE, S.; SUK JUNG, H.; KIM, J. B. Effect of ball size and powder loading on the milling efficiency of a laboratory-scale wet ball mill. **Ceramics International**, v. 39, n. 8, p. 8963–8968, 2013.

SHOJI, K. *Further Studies of Ball and Powder Filling Effects in Ball Milling*. v. 31, p. 121–126, 1982.

SHOJI, K.; LOHRASB, S.; AUSTIN, L. G. The variation of breakage parameters with ball and powder loading in dry ball milling. **Powder Technology**, v. 25, n. 1, p. 109–114, 1980.

SMUTS, E. M. **A Methodology for Coupled CFD-DEM Modelling of particulate Suspension Rheology**. [s.l.] University of Cape Town, 2015.

STOLLE, A.; SZUPPA, T.; LEONHARDT, S.E.S.; ONDRUSCHKA, B. Ball milling in organic synthesis: solutions and challenges. **Chem. Soc. Rev.**, v. 40, p. 2317–2329, 2011.

TADROS, T. Interparticle interactions in concentrated suspensions and their bulk (Rheological) properties. **Advances in Colloid and Interface Science**, v. 168, n. 1–2, p. 263–277, 2011.

TANG, C. A.; XU, X. H.; KOU, S. Q.; LINDQVIST, P. A.; LIU, H. Y. Numerical investigation of particle breakage as applied to mechanical crushing-Part I: Single-particle breakage. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, v. 38, n. 8, p. 1147–1162, 2001.

TAVARES, L. .; KING, R. . Single-particle fracture under impact loading. **International Journal of Mineral Processing**, v. 54, n. 1, p. 1–28, jun. 1998.

TAVARES, L. M. **Micro scale investigation of particle breakage applied to the study of thermal and mechanical predamage**. [s.l.] University of Utah, 1997.

TAVARES, L. M. Energy Absorbed in Breakage of Single Particles in Drop Weight Testing. **Minerals Engineering**, v. 12, n. 1, p. 43–50, 1999.

TAVARES, L. M. Optimum routes for particle breakage by impact. **Powder Technology**, v. 142, p. 81–91, 2004.

____. Breakage of Single Particles: Quasi-Static. **Handbook of Powder Technology**, v. 12, 2007.

____. Analysis of particle fracture by repeated stressing as damage accumulation. **Sciencedirect**, 2009.

TAVARES, L. M. Hosokawa A review of advanced ball mill modelling. v. 34, n. 34, 2017.

TAVARES, L. M.; CARVALHO, R. M. Modeling breakage rates of coarse particles in ball mills. **Minerals Engineering**, v. 22, n. 7–8, p. 650–659, 2009.

TAVARES, L. M.; KALLEMBACK, R. D. C. Grindability of binary ore blends

in ball mills. **Minerals Engineering**, v. 41, p. 115–120, 2013.

TAVARES, L. M.; KING, R. P. Modeling of particle fracture by repeated impacts using continuum damage mechanics. **Powder Technology**, v. 123, p. 138–146, 2002.

TECHNOLOGY, G. **IsaMill**. Disponível em: <<http://www.isamill.com/ES/Molienda/Paginas/Molienda.aspx>>. Acesso em: 12 jul. 2016.

TOOR, P.; FRANKE, J.; POWELL, M.; BIRD, M.; WATERS, T. Designing liners for performance not life. **Minerals Engineering**, v. 43–44, p. 22–28, 2013.

UNLAND, G.; AL-KHASAWNEH, Y. The influence of particle shape on parameters of impact crushing. **Minerals Engineering**, v. 22, n. 3, p. 220–228, 2009.

UNLAND, G.; SZCZELINA, P. Coarse crushing of brittle rocks by compression. **International Journal of Mineral Processing**, v. 74, n. SUPPL., p. 209–217, 2004.

VESILIND, P. A. The Rosin-Rammler particle size distribution. **Resource Recovery and Conservation**, v. 5, n. 3, p. 275–277, 1980.

WEERASEKARA, N.S.; POWELL, M.S.; CLEARY, P.W.; TAVARES, L.M.; EVERTSSON, M.; MORRISON, R.D.; QUIST, J.; CARVALHO, R.M. The contribution of DEM to the science of comminution. **Powder Technology**, v. 248, p. 3–24, nov. 2013.

WEERASEKARA, N. S.; LIU, L. X.; POWELL, M. S. Estimating energy in grinding using DEM modelling. **Minerals Engineering**, v. 85, p. 23–33, 2016.

WEICHER, R. Application of defect statistics and fracture mechanics for describing comminution processes. **Zement-Kalk-Gips**, v. 45, p. 51–57, 1992.

WILLS, B. A.; NAPIER-MUNN, T. J. **Mineral Processing Technology**. 7. ed. [s.l: s.n.].

YAHYAEI, M.; POWELL, M. S.; TAVARES, L.M.; FRANCIOLI, D. M.Characterizing attrition of rock under incremental low-energy impacts. **XXVII International Mineral Processing Congress**, n. August 2015, 2014.

YAHYAEI, M.; WEERASEKARA, N. S.; POWELL, M. S. Characterisation of superficial breakage using multi-size pilot mills. **Minerals Engineering**, v. 81, p. 71–78, 2015.

YASHIMA, S.; KANDA, Y.; SANO, S. Relationships between particle size and fracture energy or impact velocity required to fracture as estimated from single particle crushing. **Powder Technology**, v. 51, n. 3, p. 277–282, 1987.

ZHANG, J.; BAI, Y.; DONG, H.; WU, Q.; YE, XUCHU. Influence of ball size distribution on grinding effect in horizontal planetary ball mill. **Advanced Powder Technology**, v. 25, n. 3, p. 983–990, 2014.

ZHAO, J.; SHAN, T. Coupled CFD-DEM simulation of fluid-particle interaction in geomechanics. **Powder Technology**, v. 239, p. 248–258, 2013.

ZHOU, Y. Modeling of softsphere normal collisions with characteristic of coefficient of restitution dependent on impact velocity. **Theoretical and Applied Mechanics Letters**, v. 3, n. 2, p. 21003, 2013.

ZHU, H. P.; ZHOU, Z. Y.; YANG, R. Y.; YU, A. B. Discrete particle simulation of particle–fluid flow: model formulations and their applicability. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 661, p. 482–510, 2010.

ZUO, W.; SHI, F. Ore impact breakage characterisation using mixed particles in wide size range. **Minerals Engineering**, v. 86, p. 96–103, 2016.

9 ANEXOS

Tabela 9.1. Resultado de ensaios simples, para modelo de passo de tempo

Bola(mm)	Passo de tempo(%)	Número de partículas	Target set interval	Altura(mm)	Total Energia dissipada normal	Total energia dissipada tangencial	Total Energia dissipada	E potencial Inicial	E cinética antes da colisão	% E normal (EN/Ec)	% conservação da energia (ETot/Ec)
25,00	5,00	3,00	0,0022	260	0,06	0,08	0,14	0,16	0,14	45,05	103,99
25,00	5,00	3,00	0,0022	520	0,13	0,17	0,30	0,32	0,30	43,40	99,04
25,00	5,00	3,00	0,0022	1040	0,28	0,35	0,62	0,65	0,62	44,18	99,62
25,00	5,00	3,00	0,0022	4000	1,20	1,26	2,46	2,50	2,47	48,50	99,42
25,00	5,00	5,00	0,0022	260	0,05	0,07	0,12	0,16	0,14	39,88	91,24
25,00	5,00	5,00	0,0022	520	0,09	0,12	0,21	0,32	0,30	30,39	69,52
25,00	5,00	5,00	0,0022	1040	0,26	0,29	0,55	0,65	0,62	41,88	88,08
25,00	5,00	5,00	0,0022	4000	0,89	0,97	1,86	2,50	2,47	36,13	75,29
25,00	5,00	6 (2 caindo)	0,0022	4000	3,50	1,38	4,89	5,00	4,95	70,80	98,79
25,00	5,00	1(moinho)			0,10	0,05	0,15	0,13	0,13	0,12	39,82
25,00	5,00	1,00	0,0022	260	0,16	0,02	0,18	0,16	0,17	94,15	106,06
25,00	5,00	1,00	0,0022	130	0,08	0,02	0,09	0,08	0,09	88,17	105,95
25,00	5,00	1,00	0,0022	4000	2,55	0,05	2,60	2,50	2,51	101,91	103,72
25,00	5,00	2 (moinho)	0,0022	-	0,18	0,07	0,25	0,25	0,25	73,16	102,38
25,00	5,00	10 (moinho)	0,0022	-	1,04	0,35	1,38	0,12	1,34	77,30	103,03
25,00	5,00	17 (moinho)	0,0022	-	1,72	0,92	2,64	0,01	2,09	82,53	126,47
25,00	5,00	17 (moinho)	0,0022	-	1,65	1,42	3,07	0,00	2,95	55,85	104,03
25,00	5,00	36,00	0,0022	4000	0,30	0,30	0,59	-	38,65	0,77	1,54

25,00	5,00	75-1	0,0022	4000	1,42	0,87	2,28	-	2,43	58,22	93,83
25,00	5,00	75-5	0,0022	4000	6,73	4,67	11,41	-	12,27	54,86	92,95
25,00	30,00	75-5	0,1000	4000	7,82	11,52	19,33	-	9,83	79,55	196,76
25,00	30,00	75-5	0,0100	4000	8,44	12,47	20,92	-	12,16	69,43	172,02
25,00	30,00	75-10	0,0100	4000	9,19	17,86	27,05	-	19,45	47,24	139,05
25,00	10,00	75-10	0,0100	4000	7,07	5,16	12,23	-	19,45	36,36	62,89
25,00	10,00	75-20	0,0100	4000	21,08	12,15	33,24	-	48,37	43,59	68,72
25,00	10,00	75-20	0,0022	4000	23,74	12,83	36,57	-	49,01	48,43	74,61
25,00	10,00	75-20	0,0002	-	21,87	12,12	33,99	-	49,12	44,52	69,20
25,00	20,00	75-20	0,0100	-	28,43	20,84	49,27	-	48,42	58,71	101,75
25,00	20,00	75-20	0,0022	-	27,41	20,91	48,32	-	49,09	55,84	98,43
25,00	30,00	75-20	0,0100	-	30,00	33,40	63,40	-	48,43	61,95	130,91
25,00	40,00	75-20	0,0100	-	39,66	44,46	84,12	-	48,38	81,98	173,89
25,00	20,00	75,00	10,0000	-	14,29	10,66	24,95	-	24,26	58,90	102,83
25,00	5,00	1,00	0,0100	-	2,51	0,00	2,51	-	2,49	100,92	100,92
25,00	10,00	1,00	0,0100	-	2,53	0,00	2,53	-	2,49	101,72	101,72
25,00	20,00	1,00	0,0100	-	2,58	0,00	2,58	-	2,49	103,77	103,77
25,00	40,00	1,00	0,0100	-	2,75	0,00	2,75	-	2,49	110,73	110,73
