



AVALIAÇÃO DO COMPORTAMENTO EM TRAÇÃO E DE PARÂMETROS DA
MECÂNICA DA FRATURA EM LAMINADOS FIBRA-METAL TIPO GLARE VIA MÉTODO
DOS ELEMENTOS FINITOS

Hugo Bottino Di Gioia Almeida

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Metalúrgica e de Materiais, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Metalúrgica e de Materiais.

Orientadores: Fernando Luiz Bastian
Marcelo Amorim Savi

Rio de Janeiro
Outubro de 2016

AVALIAÇÃO DO COMPORTAMENTO EM TRAÇÃO E DE PARÂMETROS DA
MECÂNICA DA FRATURA EM LAMINADOS FIBRA-METAL TIPO GLARE VIA MÉTODO
DOS ELEMENTOS FINITOS

Hugo Bottino Di Gioia Almeida

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO LUIZ
COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA (COPPE) DA
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS
NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM
ENGENHARIA METALÚRGICA E DE MATERIAIS.

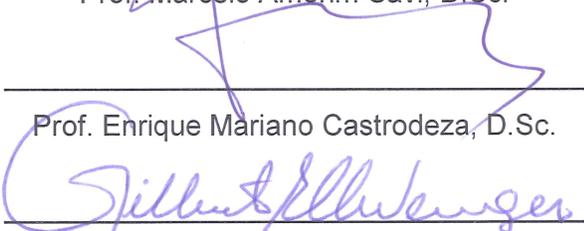
Examinada por:



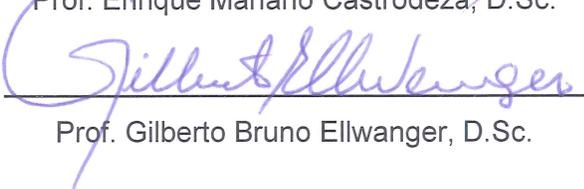
Prof. Fernando Luiz Bastian, Ph.D.



Prof. Marcelo Amorim Savi, D.Sc.



Prof. Enrique Mariano Castrodeza, D.Sc.



Prof. Gilberto Bruno Ellwanger, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL

OUTUBRO DE 2016

Almeida, Hugo Bottino Di Gioia

Avaliação do Comportamento em Tração e de Parâmetros da Mecânica da Fratura em Laminados Fibra-Metal Tipo GLARE via Método dos Elementos Finitos / Hugo Bottino Di Gioia Almeida. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2016.

XXI, 126 p.: il.; 29,7 cm.

Orientadores: Fernando Luiz Bastian

Marcelo Amorim Savi

Dissertação (Mestrado) – UFRJ / COPPE / Programa de Engenharia Metalúrgica e de Materiais, 2016.

Referências Bibliográficas: p. 113 – 120.

1. Mecânica da Fratura. 2. Método dos Elementos Finitos. 3. Laminados fibra-metal. 4. Curvas de Resistência. I. Bastian, Fernando Luiz *et al.* II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Metalúrgica e de Materiais. III. Título

À minha mãe Claudia

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, por todo esforço despendido para a minha educação e o investimento nos meus estudos. Em especial à minha mãe, por toda a confiança e luta que foi depositada em mim em todos esses anos. Aos meus irmãos, Tomás e Igor.

Aos meus avós Rubens e Lúcia (*in memoriam*). Tenho a certeza que estão orgulhosos dessa conquista no lugar onde estiverem. À minha avó Gina, por todo amor e dedicação depositado na minha educação.

Aos meus professores Fernando Luiz Bastian e Marcelo Savi, por toda a confiança e experiência que foi passada. Sem esse conhecimento adquirido, não estaria concluindo este trabalho. À Camila Almeida por ter possibilitado seus resultados para a conclusão deste trabalho.

A todos os meus verdadeiros amigos, em especial à Marina, pela paciência e compreensão em todas as horas de estudo que acabavam por me distanciar em alguns momentos.

Ao Programa de Engenharia Metalúrgica e de Materiais e ao Programa de Engenharia Mecânica pela contribuição na minha formação.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

AVALIAÇÃO DO COMPORTAMENTO EM TRAÇÃO E DE PARÂMETROS DA
MECÂNICA DA FRATURA EM LAMINADOS FIBRA-METAL TIPO GLARE VIA
MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Hugo Bottino Di Gioia Almeida

Outubro/2016

Orientadores: Fernando Luiz Bastian
Marcelo Amorim Savi

Programa: Engenharia Metalúrgica e de Materiais

O presente trabalho aborda o desenvolvimento e a avaliação de técnicas numéricas para avaliação do comportamento mecânico à tração e para o cálculo dos parâmetros da mecânica da fratura elasto-plástica em laminados fibra metal bidirecionais tipo GLARE utilizando o método dos elementos finitos. O comportamento mecânico à tração foi avaliado através de diferentes abordagens do ponto de vista do elemento finito utilizado (casca e sólido tipo casca) e para a forma como a camada de fibras foi representada. Ensaios experimentais foram utilizados para comparação, verificando a influência das tensões residuais provenientes da variação de temperatura gerada pelo processo de fabricação. As conclusões acerca da representação do comportamento em tração do laminado foram utilizadas para os modelos baseados em ensaios experimentais de levantamento de curvas de resistência tipo C(T), onde as grandezas da mecânica da fratura elasto plástica (CTOD de *Schwalbe* e Integral *J*) foram comparadas em diferentes instantes de aplicação da carga, até o instante de iniciação da propagação da trinca. Os estudos foram desenvolvidos para cálculo do correto campo de tensões e deformações na região singular da ponta da trinca. O trabalho fornece bons resultados para abordagem via elementos finitos de laminados Fibra-Metal bidirecionais, permitindo o estudo de sua composição, fibras, orientações e matrizes metálicas, de forma a observar a variação da resposta mecânica do laminado. Além disso, fornece uma possibilidade de estudo de viabilidade de operação de estruturas com trincas pré-existentes.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

PREDICTING TENSILE MECHANICAL BEHAVIOR AND FRACTURE MECHANICS
PARAMETERS OF GLARE FIBER-METAL LAMINATES USING FINITE ELEMENT
METHOD

Hugo Bottino Di Gioia Almeida

October/2016

Advisors: Fernando Luiz Bastian
Marcelo Amorim Savi

Department: Metallurgical and Materials Engineering

This study deals with the development of numerical techniques to evaluate the tensile mechanical behavior and to calculate the parameters of elastic-plastic fracture mechanics of GLARE bidirectional fiber-metal laminates using the finite element method. The tensile mechanical behavior study corresponds to results sensitivity on the finite element type selection (shell and solid-like-shell elements), method to input the layers mechanical properties (metal sheet inelastic behavior and fiber-reinforced polymeric layer types), and the effect of residual stress from GLARE® manufacturing process. The findings on the representation of the laminate tensile behavior are used for numerical models based on C(T) resistance curves experimental tests. The elastic-plastic fracture mechanics parameters (*Schwalbe* CTOD and Integral J) are compared at different loading conditions until the initiation of crack propagation. Studies are developed to calculate the correct singular stress and strains fields in the vicinity of crack tip. This study provides good results by using finite element on bidirectional fiber-metal laminates, allowing the variation of its composition, as well as changes in fiber, orientations and metallic matrix in order to observe the variation of mechanical response. In addition, the study also provides a possibility of safety analysis of flawed structures.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS.....	XI
LISTA DE TABELAS.....	XVI
LISTA DE SÍMBOLOS.....	XVII
CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO.....	1
CAPÍTULO 2 – LAMINADOS FIBRA METAL.....	4
2.1 – PANORAMA HISTÓRICO.....	4
2.2 – TIPOS E NOMENCLATURA.....	6
2.3 – PROPRIEDADES.....	10
2.4 – APLICAÇÕES.....	17
CAPÍTULO 3 – MECÂNICA DA FRATURA APLICADA AOS FMLS.....	20
3.1 – MECÂNICA DA FRATURA ELASTO-PLÁSTICA.....	20
3.1.1 – Método de abertura crítica da trinca - CTOD.....	21
3.1.1.1 – CTOD de Schwalbe.....	27
3.1.2 – Integral J	28
3.1.2.1 – A Integral J como critério de fratura.....	33
3.1.2.2 – Determinação experimental da Integral J	33
3.1.3 – Relação entre os parâmetros de fratura.....	37
3.2 – AVALIAÇÃO DA TENACIDADE À FRATURA VIA CURVAS DE RESISTÊNCIA (R-CURVE).....	38
3.2.1 – Métodos para determinação do crescimento da trinca.....	41
3.2.2 – Alguns trabalhos relacionados ao levantamento de curvas de resistência nos FMLs.....	43
CAPÍTULO 4 – MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS APLICADO AOS FMLS.....	46

4.1 – INTRODUÇÃO AO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS.....	48
4.1.1 – Malha de elementos finitos: nós e elementos	50
4.1.1.1 – Elementos isoparamétricos.....	56
4.2 – TIPOS DE ABORDAGENS.....	59
4.2.1 – Abordagem por elementos de casca tipo <i>shell</i>.....	61
4.2.2 – Abordagem por elementos 3D sólidos.....	65
4.3 – MECÂNICA DA FRATURA NO MEF	68
4.3.1 – Cálculo numérico da Integral <i>J</i> – <i>Domain Integral Method</i> e VCE	71
CAPÍTULO 5 – MATERIAIS E MÉTODOS.....	74
5.1 – MATERIAIS	74
5.2 – METODOLOGIA NUMÉRICA.....	76
5.2.1 – Representação do ensaio à tração do laminado	76
5.2.2 – Representação do laminado para o cálculo dos parâmetros da MFEP	80
5.2.3 – Modelos de material utilizados	84
CAPÍTULO 6 – RESULTADOS E DISCUSSÃO	87
6.1 – REPRESENTAÇÃO DO ENSAIO À TRAÇÃO DO GLARE 4 4/3 0,5	87
6.1.1 – Modelo sem a consideração das tensões residuais.....	87
6.1.2 – Modelo com a consideração das tensões residuais.....	88
6.2 – REPRESENTAÇÃO DO GLARE 4 3/2 0,3 PARA O CÁLCULO DOS PARÂMETROS DA MFEP	93
6.2.1 – Modelo do GLARE 4 3/2 0,3 longitudinal	96
6.2.1.1 – Curva P- Δ a experimental.....	96
6.2.1.2 – Curvas P-CMOD, P- δ_5 e P-Integral J	97
6.2.1.3 – Curvas de Integral J e de δ_5 aplicados.....	100
6.2.2 – Modelo do GLARE 4 3/2 0,3 transversal.....	103

6.2.2.1 – Curva P- Δ a experimental.....	103
6.2.2.2 – Curvas P-CMOD, P- δ 5 e P-Integral J	104
6.2.2.3 – Curvas de Integral J e de δ 5 aplicados.....	107
CAPÍTULO 7 – CONCLUSÕES.....	109
REFERÊNCIAS.....	113
ANEXO 1.....	121

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – A importância relativa dos metais, polímeros, compósitos e cerâmicos em função do tempo. (de ASHBY [1]).	1
Figura 2– Laminado unidirecional na disposição 3/2.	8
Figura 3 – Laminado bidirecional na disposição 3/2.	8
Figura 4– Comparação da resistência ao impacto de alguns FML GLARE e o alumínio 2024-T3 [9].	14
Figura 5– Curvas de comprimento de trinca em função do número de ciclos de carregamento para laminados GLARE e ARALL, comparados com a da liga de alumínio 2024-T3 [9].	15
Figura 6– Esquema do mecanismo de restrição à abertura da ponta da trinca.	16
Figura 7– Micrografia mostrando a ocorrência de fibras intactas na região da pré-trinca de fadiga [17].	16
Figura 8– Tenacidade à fratura de laminados tipo GLARE em comparação com o alumínio 2024-T3 [8].	17
Figura 9– Airbus A380.	18
Figura 10– Figura esquemática do Airbus A380 mostrando as partes onde o laminado GLARE foi utilizado.	18
Figura 11– Aplicação do laminado tipo GLARE na fuselagem do Airbus A380.	19
Figura 12 – Representação esquemática de abertura na ponta da trinca [23].	21
Figura 13 – Esquema da medição indireta do CTOD tradicional por semelhança de triângulos [23].	25
Figura 14 – Esquema de obtenção de v_g a partir do gráfico CMOD.	26
Figura 15 – Esquema de medição do δ_5 para corpos de prova de geometria C(T) [23].	27
Figura 16 – Definição da Integral J para um entalhe agudo submetido a um estado plano de tensões e o contorno de integração.	29
Figura 17 – Relação entre J e o crescimento estável da trinca Δa [5].	34
Figura 18 – Esquemático do parâmetro A sob a curva $P-v$ [25].	35

Figura 19 – Resultado de correspondência entre J e o CTOD de Schwalbe, por ALMEIDA [5].	38
Figura 20 – Esquemática representação de uma curva de resistência e o fator de intensidade de tensões aplicado (K) [7].	39
Figura 21 – Gráfico P versus CMOD típico de um teste de descargas parciais [45].	41
Figura 22 – Exemplo de medição do tamanho da trinca em um FMLs tipo GLARE pelo método ótico [5].	42
Figura 23 – Curvas δ_5 - Δa obtidas pelo método das descargas parciais e pelo método ótico em corpos de prova C(T) [5].	44
Figura 24 – Curvas J - Δa obtidas pelo método das descargas parciais e pelo método ótico em corpos de prova C(T) [5].	45
Figura 25 – Malha de elementos finitos típica de um problema 2D de uma viga em L utilizando elementos de primeira ordem.	47
Figura 26 – Representação de uma malha de elementos finitos aplicado à um painel tipo GLARE [49].	47
Figura 27 – Resumo de um processo de solução pelo MEF.	50
Figura 28 – Exemplo de problema 2D com detalhe para um elemento triangular de primeira ordem.	51
Figura 29 – Elemento triangular plano: (a) para elemento de primeira ordem e (b) de segunda ordem.	54
Figura 30 – Comparativo de descritização de erro para três abordagens diferentes em relação à ordem do elemento.	55
Figura 31 – Elemento isoparamétrico de um elemento quadrilátero de primeira ordem [47].	57
Figura 32 – Análises a nível da micromecânica (a), a nível da camada (b) e a nível do laminado (c) [52].	60
Figura 33 – Geometria típica de um elemento de casca de primeira ordem (a) e de segunda ordem (b) [54].	62
Figura 34 – Representação numérica para um GLARE 4B 4/3-0,5 utilizando elementos de casca	63
Figura 35 – Elemento sólido de 20 nós (a), redução para elemento de casca de oito nós e graus de liberdade no nó típico b (c) [53].	64

Figura 36 – Elemento sólido 3D: Estado tridimensional de tensões (a). Contendo 8 nós (b) e seus graus de liberdade por nó (b).....	65
Figura 37 – Elementos 3D sólidos: Tetraédrico de primeira ordem (a), tetraédrico de segunda ordem (b), hexaédrico de primeira ordem (c) e hexaédrico de segunda ordem (d) [54].....	66
Figura 38 – Elemento hexaédrico sólido tipo casca (a) e sólido laminado de segunda ordem (b) com detalhes para os resultados de tensão para cada camada [54].....	68
Figura 39 – elemento singular 8-nós quadrático isoparamétrico plano (a) e elemento isoparamétrico de origem (b) [30].....	70
Figura 40 – Elemento singular prismático de 20-nós sólido [54].	71
Figura 41 – Exemplificação do método de integração no domínio de J [30].	72
Figura 42 – Método de extensão da trinca (VCE) em uma malha de elementos finitos [67].	73
Figura 43 – Domínio de integração para uma malha MEF de um contorno (a) e cinco contornos (b).....	73
Figura 44 – Representação esquemática do GLARE 4B com empilhamento 4/3.....	75
Figura 45 – Curva tensão <i>versus</i> deformação do GLARE 4 4/3 0,5 na direção L e LT [68].	77
Figura 46 – Geometria típica de um elemento de casca de primeira ordem.....	77
Figura 47 – (a) para representação numérica das camadas para a abordagem pelo <i>UD GLASS</i> e (b) para a representação pela abordagem <i>CP70 GLASS</i>	78
Figura 48 – (a) para a malha de elementos finitos e (b) para a geometria típica do elemento sólido tipo casca.	79
Figura 49 – Geometria do corpo de prova padrão C(T) [25].	80
Figura 50 – Condições de contorno e de carregamento utilizados no modelo.....	81
Figura 51 – Geometria do elemento sólido de segunda ordem, (a) e em (b) do seu equivalente prismático.	82
Figura 52 – Exemplo de malha de elementos finitos de um corpo C(T) em simetria com $R_r=0,2\text{mm}$, $R_{rat}=0,5$, $N_{Elem}=26$, $N_{count}=5$ e $N_{Tthick}=2$	83
Figura 53 – Superfície de encruamento de von Mises em um estado bidimensional de tensões para um modelo de encruamento cinemático [70].	85

Figura 54 – Curva multi-linear comparada com a curva experimental.	86
Figura 55 – Resultados para a curva tensão <i>versus</i> deformação do modelo usando elementos de casca.....	88
Figura 56 – Resultados para a curva tensão <i>versus</i> deformação do modelo usando elementos de casca, com e sem a consideração da tensão residual.	90
Figura 57 – Resultados para a curva tensão <i>versus</i> deformação com elementos de casca e elementos sólidos tipo casca (SOLSH).	91
Figura 58 – Exemplo de estudo de delaminação com elementos especiais de interface. (a) mostra as sequências de flambagem até a falha e (b) o modelo de elementos finitos.– Planejamento das atividades.....	93
Figura 59 – Resultados da análise de convergência de malha para $a/w_p=0,5$	95
Figura 60 – Resultados da análise de convergência de malha para $a/w_p=0,25$	95
Figura 61 – Malha de elementos finitos do laminado em uma geometria C(T).	96
Figura 62 – Curva P <i>versus</i> Δa do corpo de prova C(T)10 levantado através do método ótico [5].	97
Figura 63 – Evolução da tensão máxima principal na camada mais externa da chapa de alumínio, resultados em MPa.	98
Figura 64 – Resultados para a curva P <i>versus</i> CMOD do GLARE 4 3/2 0,3 L.	99
Figura 65 – Resultados para a curva P <i>versus</i> δ_5 do GLARE 4 3/2 0,3 L.	99
Figura 66 – Resultados para a curva P <i>versus</i> Integral J do GLARE 4 3/2 0,3 L.....	100
Figura 67 – Curvas de J_{ap} do GLARE 4 3/2 0,3 L.....	102
Figura 68 – Curvas de δ_{5ap} do GLARE 4 3/2 0,3 L.	102
Figura 69 – Curva P <i>versus</i> Δa do corpo de prova C(T)8 levantada utilizando o método ótico [5].	103
Figura 70 – Evolução da tensão máxima principal na camada mais externa da chapa de alumínio, resultados em MPa.	104
Figura 71 – Deformação plástica principal em mm/mm no momento de aplicação da carga crítica: a) para direção L com 2,3kN e b) para a direção LT com 1,6kN	105
Figura 72 – Resultados para a curva P <i>versus</i> CMOD do GLARE 4 3/2 0,3 LT.	105
Figura 73 – Resultados para a curva P <i>versus</i> δ_5 do GLARE 4 3/2 0,3 LT.	106

Figura 74 – Resultados para a curva P versus Integral J do GLARE 4 3/2 0,3 LT.	106
Figura 75 – Curvas de J_{ap} do GLARE 4 3/2 0,3 LT.	107
Figura 76 – Curvas de $\delta_{5_{ap}}$ do GLARE 4 3/2 0,3 LT.	108

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Diferentes graus do FML tipo GLARE.	7
Tabela 2 - Característica dos FMLs tipo ARALL e GLARE [12].	9
Tabela 3 – Propriedades mecânicas à tração típicas dos FMLs [8], [11].	12
Tabela 4 – Propriedades mecânicas dos componentes do GLARE 4 [68], [69].....	75
Tabela 5 – Características dos laminados GLARE 4 utilizados.	76
Tabela 6 – Corpos de prova de ALMEIDA [5] utilizados no estudo.....	84
Tabela 7 – Propriedades mecânicas da liga de alumínio 2024-T3 utilizada no modelo.....	86
Tabela 8 – Tensões residuais do modelo, em MPa, considerando um ΔT de -100°C	88
Tabela 9 – Modelos utilizados para análise de convergência de malha.	94

LISTA DE SÍMBOLOS

a	Comprimento da trinca
A	Área sob o diagrama carga <i>versus</i> deslocamento
a_0	Comprimento da trinca inicial
A_{pl}	Componente plástica da área sob o diagrama carga <i>versus</i> deslocamento
b	Ligamento remanescente original do corpo de prova
B	Espessura do corpo de prova
B_N	Espessura local do corpo de prova com entalhes laterais
C_i	Flexibilidade elástica (<i>compliance</i>) do corpo de prova
$CMOD$	Deslocamento do <i>clip gauge</i>
$CTOD$	<i>Crack Tip Opening Displacement</i>
$CTOA$	<i>Crack Tip Opening Angle</i>
da	Crescimento infinitesimal da trinca
ds	Elemento infinitesimal do arco ao longo de Γ
D	Vetor de variáveis não conhecidas do MEF
E	Módulo de elasticidade do material
E'	Módulo de elasticidade aparente para materiais ortotrópicos
F	Vetor de variáveis conhecidas do MEF
FEA	Análise pelo Método dos Elementos Finitos

<i>FMLs</i>	Laminados fibra-metal
<i>G</i>	Energia disponível para propagação da trinca
<i>G_I</i>	Energia disponível para propagação da trinca no modo I de carregamento
<i>G₁₂</i>	Módulo de cisalhamento longitudinal
<i>I_n</i>	Constante de integração que depende de <i>n</i> e do estado de tensões
<i>J</i>	Integral J – taxa de liberação de energia elástica linear ou não-linear
<i>J_{ap}</i>	Integral J aplicado
<i>J_b</i>	Matriz Jacobiana
<i>J_{IC}</i>	Tenacidade à fratura em termos de <i>J</i>
<i>J_{pl}</i>	Componente plástica de <i>J</i>
<i>J_{Γ1}</i>	Integral <i>J</i> ao longo do contorno Γ_1
<i>J_{Γ2}</i>	Integral <i>J</i> ao longo do contorno Γ_2
<i>K</i>	Fator intensidade de tensões
<i>K_I</i>	Fator de intensidade de tensões no modo I de carregamento
<i>K_{MEF}</i>	Matriz de rigidez
<i>K_R</i>	Fator de intensidade de tensões em termos de R
<i>L</i>	Direção longitudinal à direção de laminação da chpa de alumínio
<i>LT</i>	Direção transversal à direção de laminação da chpa de alumínio
<i>m</i>	Parâmetro relacionado ao estado de tensões
<i>MEF</i>	Método dos Elementos Finitos

N	Função de interpolação
n	Parâmetro da equação de Ramberg-Osgood
$Ncount$	Número de contorno de elementos ao redor da ponta da trinca
$NElem$	Número de elemento ao longo de um contorno na ponta da trinca
$NThick$	Número de elementos ao longo da espessura da chapa
n_i	Vetor unitário normal a Γ
P	Carga aplicada ao corpo
r	Raio de distância à ponta da trinca
R	Resistência à propagação da trinca
Rr	Raio do primeiro contorno de elementos ao redor da ponta da trinca
$RRat$	Razão entre o Rr e o raio do segundo contorno de elementos
t	Espessura do elemento
tp	Espessura da placa
T	Vetor tração normal a Γ orientado para fora
u	Vetor Deslocamento
u,v,w	Sistema de coordenada local do elemento
wp	Comprimento do corpo de prova até o ponto de aplicação da carga
U	Energia Potencial
VCE	<i>Virtual Crack Extension Method</i>
v	Deslocamento do ponto de aplicação da carga

v_f	Fração volumérica de fibras
v_g	Componente plástica do CMOD
ν_{12}	Razão de <i>Poisson</i> longitudinal
W	Energia de deformação por unidade de volume
W'	Largura do corpo de prova
z	Distância da extremidade do corpo de prova à posição do <i>clip-gauge</i>
α	Parâmetro da equação de Ramberg-Osgood
αt	Coefficiente de expansão térmica
β_0	Domínio de integração de J no método de integral no domínio
β_i	Amplitudes de deslocamento
δ	CTOD
δ_{1i}	Delta de Kronecker
δ_c	Tenacidade à fratura em termos do CTOD
δ_{el}	Parte elástica do CTOD
δ_{pl}	Parte plástica do CTOD
δ_5	CTOD de <i>Schwalbe</i>
δ_{5ap}	CTOD de <i>Schwalbe</i> aplicado
ε_{ij}	Tensor de deformações
η'	Parâmetro adimensional para cálculo do J_{pl}
$\eta \xi$	Coordenadas naturais do elemento isoparamétrico

θ	Coordenada polar na ponta da trinca
ξ'	Parâmetro de calibração da equação de <i>Halpin-Tsai</i>
Δa	Propagação da trinca
ΔA	Incremento de área da trinca
ΔT	Varição de temperatura (Temperatura final menos a inicial)
σ	Tensão real
σ_{ij}	Tensõr de tensões
σ_{ys}	Tensão de escoamento do material
Γ	Contorno da integral para o cálculo de J

Capítulo 1 – Introdução

Os materiais compósitos, que consistem em dois ou mais materiais diferentes combinados em uma unidade estrutural macroscópica, estão sendo cada vez mais utilizados devido à liberdade de se conseguir propriedades que não podem ser atingidas quando utilizam-se os constituintes isoladamente. A relativa importância dos quatro materiais básicos (metálicos, poliméricos, cerâmicos e compósitos) foi apresentada por ASHBY [1], como mostrado esquematicamente na Figura 1, onde observa-se um aumento da importância dos polímeros, compósitos e cerâmicos e uma diminuição na importância dos metais [2].

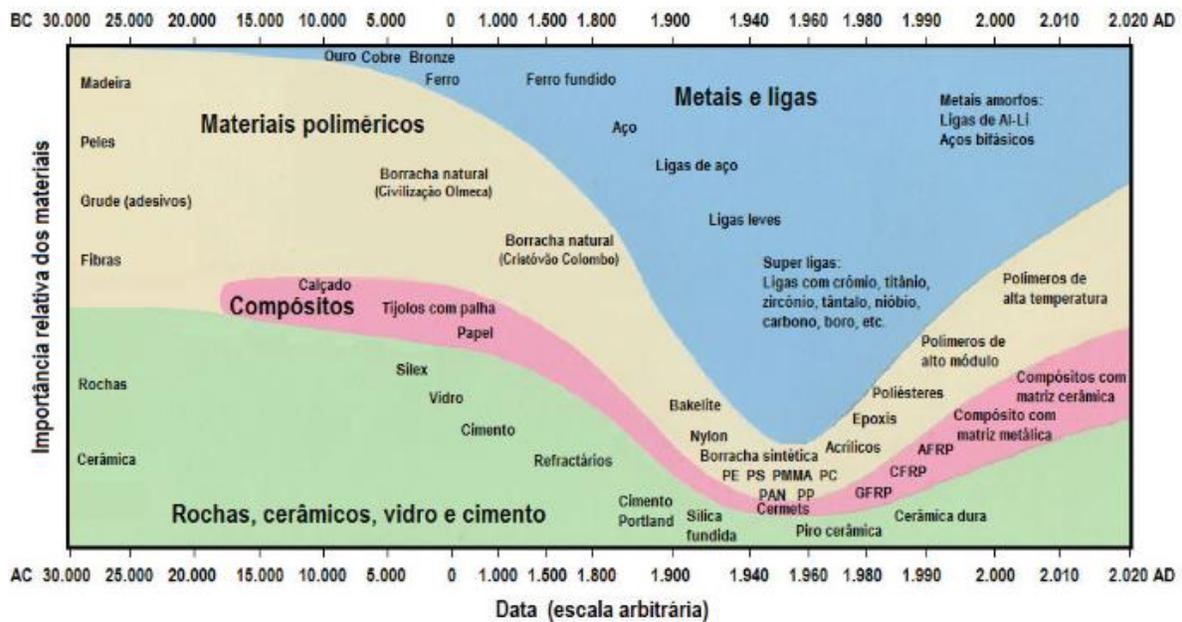


Figura 1 – A importância relativa os metais, polímeros, compósitos e cerâmicos em função do tempo. (de ASHBY [1]).

Esse aumento na utilização dos materiais compósitos pode ser bem exemplificada pela indústria aeronáutica devido à junção única das suas propriedades, como elevada resistência específica, boa resistência à fadiga e menor massa. Inicialmente utilizados, os compósitos poliméricos reforçados por fibras possuem algumas desvantagens quando

comparados com as ligas de alumínio, largamente utilizadas no setor aeronáutico: são mais sensíveis ao impacto e sofrem degradações sob algumas condições de umidade e radiação ultravioleta. Dessa forma, somado com o fato de serem mais caros, foi estudada a possibilidade de combinar os metais e os compósitos poliméricos, de forma a maximizar as suas vantagens e minimizar as suas desvantagens. Assim, na década de 80, um novo conceito de material foi proposto [3], [4].

Esse novo material consiste de camadas alternadas de metal e polímero reforçado por fibras, e passou a ser conhecido como Laminado Fibra-Metal (FML). Esses materiais combinam as melhores características dos compósitos poliméricos e dos metais, e apresentam vantagens sobre os materiais monolíticos, como elevada resistência, elevada rigidez, maior resistência à fadiga, baixa densidade e fácil adaptação para a função estrutural para a qual foram desenvolvidos [5]. Segundo ASUNDI *et. al.* [6], melhorias adicionais podem ser adquiridas na resistência à corrosão, resistência, desgaste, aparência, estabilidade térmica, isolamento térmico, condutividade térmica e isolamento acústico. A proposta atraente do conjunto dessas propriedades identificada nos Laminados Fibra-Metal, principalmente pela combinação de baixa densidade e alta resistência mecânica, fez com que esses materiais sejam cada vez mais requisitados para aplicações em estruturas aeronáuticas.

ALMEIDA [5] levantou a preocupação da indústria aeronáutica em estudar o comportamento desses tipos de materiais em relação à tolerância ao dano, constatando que diante dos acidentes ocorridos, a tolerância ao dano não é apenas uma questão do projeto estrutural e, sim uma questão da combinação apropriada dos materiais, manutenção qualificada e melhor compreensão dos modos de fratura. Neste contexto, desde que os FMLs foram criados, diversas investigações experimentais têm sido realizadas para avaliar o comportamento desses materiais com defeitos pré-existentes. Alguns estudos têm se baseado na metodologia das curvas de resistência, que caracteriza a resistência ao crescimento da trinca apresentada por um material por meio da medição contínua da tenacidade do mesmo em função da extensão da trinca. Discussões em relação às técnicas de levantamento das curvas de resistência vêm se tornando presentes, devido à algumas limitações acerca da metodologia proposta pela norma ASTM E561 [7], muito utilizada em projetos aeronáuticos que envolvem chapas finas. Métodos alternativos estão sendo propostos a fim de substituir, por exemplo, a necessidade de grandes painéis trincados descritos pela norma, reduzindo significativamente os custos pelo menor consumo de material,

além de reduzir algumas dificuldades experimentais na avaliação das curvas de resistência. ALMEIDA [5] apresentou um estudo comparativo para FLMS tipo GLARE bidirecionais, a partir de ensaios pelo método das descargas parciais e pelo método ótico em duas geometrias (C(T) e M(T)), utilizando as metodologias da integral J e CTOD de Schwalbe para avaliação da tenacidade à fratura, concluindo que curvas de resistência a partir de corpos de prova pequenos podem ser utilizadas para estimar valores de tenacidade à fratura desses materiais, minimizando a necessidade de grandes painéis.

No mesmo contexto, a utilização da engenharia assistida por computador (CAE em sua sigla em inglês) apresenta um substancial ganho em termo de custos quando comparado aos testes experimentais. Não somente pelo fato de consumo de material, mas em relação ao tempo de resposta, além da possibilidade de estudo de diversos materiais e composições diferentes de maneira mais rápida e prática, como por exemplo, diferentes tipos de fibra e suas angulações, matrizes metálicas e fração volumétrica.

Este trabalho tem como objetivo a utilização do Método dos Elementos Finitos (MEF) para representação do comportamento mecânico à tração e para o cálculo dos parâmetros da mecânica da fratura elasto-plástica em FMLs tipo GLARE bidirecionais. Ensaios experimentais são utilizados e comparados à resposta dos modelos via MEF, considerando diferentes tipos de abordagens numéricas. O trabalho contribui para o desenvolvimento da abordagem via elementos finitos de laminados fibra-metal bidirecionais, permitindo a variação da sua composição, bem como variação de fibras, orientações e materiais de forma a observar a variação da resposta mecânica do laminado. Além disso, permite a utilização do MEF para avaliação da tenacidade à fratura destes laminados, fornecendo uma possibilidade de estudo de viabilidade de operação de estruturas com trincas pré-existentes.

A revisão bibliográfica será apresentada do capítulo 2 ao capítulo 4, cobrindo uma revisão dos FMLs, bem como da mecânica da fratura elasto plástica, o MEF e suas aplicações a essa família de laminados. O capítulo 5 apresentará os materiais utilizados no estudo bem como a metodologia numérica abordada. Os resultados e as suas discussões são apresentados no capítulo 6, e, por fim, as conclusões finais no capítulo 7.

Capítulo 2 – LAMINADOS FIBRA METAL

FMLs são compósitos híbridos formados por finas camadas intercaladas de metal e pré-impregnados (*prepegs*) de resina epóxi reforçada por fibras. O metal mais comumente usado é o alumínio e as fibras podem ser de aramida ou de vidro. Os FMLs com fibras de vidro, chamados de GLARE, e com fibras de aramida, chamados ARALL, vêm sendo utilizados como potenciais aplicações nas estruturas aeronáuticas [8].

Essa nova família de laminados híbridos possui excelentes propriedades de ambos os seus constituintes: metais e compósitos poliméricos reforçados por fibras, possuindo como principal característica uma baixa taxa de propagação de trinca à fadiga e uma alta tolerância ao dano [9], [10].

2.1 – PANORAMA HISTÓRICO

A origem histórica dos FMLs começou nas instalações da empresa Fokker, pertencente à indústria aeronáutica holandesa. Por volta de 1945, os engenheiros da Fokker começaram a produzir grandes chapas de alumínio através da colagem de diversas chapas finas, otimizando o tempo de pré-tratamento das camadas de alumínio e o processo de produção das estruturas. Essa técnica de colagem das chapas de alumínio foi utilizada para a criação de uma estrutura laminada para o Fokker F-27. Mais tarde, o Laboratório Nacional Aeroespacial (NLR) verificou que este laminado também apresentava boas propriedades à fadiga, constatando com testes na parte central da asa do F-27 que a propagação da trinca era extremamente baixa devido ao fato da trinca começar a se propagar em uma única camada. As outras camadas intactas efetivamente funcionavam como uma ponte para a trinca e, devido ao fato da trinca ainda não penetrar nessas camadas, a abertura da trinca na camada danificada era efetivamente restringida, diminuindo a intensidade de tensão na ponta da trinca. Esse fenômeno, chamado de *crack-bridging mechanism*, reduzia significativamente a velocidade de propagação da trinca nesses laminados [4].

Ao mesmo tempo, os compósitos poliméricos reforçados por fibras eram largamente estudados, porém, extremamente caros. Contra isso, a combinação dos metais com os compósitos começou a ser uma opção estudada por pesquisadores ingleses e norte americanos, como um tipo de material intermediário, colando estruturas de compósitos como reforçadores em tubos e vigas, mostrando uma eficiência dessa combinação em comparação com o alumínio.

Com o notório ganho em termos de resistência ao dano dos laminados, somado com a eficiência em termo de custo e propriedades mecânicas da combinação dos metais com os compósitos poliméricos reforçados por fibras, começou a surgir uma nova família de material.

A partir de 1978, na Faculdade Aeroespacial da Universidade de Delft, os laminados metálicos foram aprimorados pela adição de fibras de reforço na camada adesiva. Com esse conceito, uma nova discussão se tornou presente em relação à qualidade de adesão entre as camadas. O processo de delaminação das camadas, caracterizado pela separação das camadas quando há a falha do adesivo, e a sua influência na resistência à fadiga dos laminados fibra-metal começou a ser estudado. Essa delaminação aparentemente apareceu como se fosse um fenômeno ruim, porém, sem essa separação, as fibras seriam esticadas tanto durante a abertura da trinca, que conseqüentemente falhariam. Por outro lado, se a delaminação for muito grande, a trinca iria se abrir demais e propagar rapidamente. Assim, um balanço em termos da qualidade de adesão do adesivo fez-se necessária, além da utilização de chapas de alumínio mais finas, permitindo o aumento das camadas de fibras, reduzindo a tensão de cisalhamento no adesivo entre as fibras e as chapas de alumínio, que conseqüentemente limitam a delaminação [4].

Assim, com a idéia e a notória vantagem dos laminados fibra-metal, os pesquisadores da universidade de Delft precisavam de parcerias com fornecedores de materias para a produção destes laminados, obviamente a necessidade de bons adesivos, fibras resistentes e finas chapas de alumínio: A grande empresa holandesa AKZO produzia fibras de aramida que eram adequadas para os laminados, a ALCOA produzia as finas chapas e a 3M, que tinha bons adesivos, também poderia produzir os pré-impregnados [4]. Surgia, assim, a primeira geração dos laminados fibra-metal, constituídos de chapas finas de alumínio alternadas por pré-impregnados de adesivo polimérico reforçado por fibras de aramida (ARALL®). Desde então, o material é notório por sua elevada telerância aos esforços, além

de apresentar resistência considerável à fadiga e grande potencial em economia de peso da estrutura de aeronaves, o que resulta em economia de combustível e maior capacidade de carga [6].

Mais tarde, por volta de 1990, em uma tentativa de desenvolver uma melhoria nos laminados ARALL, foram utilizadas fibras de vidro em substituição às fibras de aramida. Esses novos laminados receberam o nome comercial de GLARE®. Nesses laminados, a adesão entre as fibras e a resina é muito maior do que a obtida nos laminados com fibra de aramida, o que permite obter uma fração volumétrica de fibras nos laminados GLARE superior aos laminados ARALL. Outras vantagens do GLARE comparado com o ARALL são: elevada resistência a tensões compressivas e trativas, melhor comportamento ao impacto, elevada deformação final e elevada resistência residual [6].

Em adição a isso, segundo BASTIAN [11], os laminados tipo GLARE permitem a distribuição das fibras bidirecionalmente, diferente dos laminados ARALL, onde as camadas de fibra de aramida só pode ser distribuídas unidirecionalmente. Assim, os laminados tipo GLARE podem atender às solicitações biaxiais as quais a estrutura pode estar submetida, como é o caso da fuselagem das aeronaves.

2.2 – TIPOS E NOMENCLATURA

Como apresentado anteriormente, existem basicamente dois tipos de FMLs:

- GLARE: Reforçados por fibras de vidro unidirecionais e bidirecionais do tipo S2;
- ARALL: Reforçados por fibras de aramida unidirecionais.

A nomenclatura utilizada para os FMLs depende do tipo de empilhamento, orientação das fibras, número de camadas de metal e de fibra e a espessura das camadas metálicas.

Inicialmente, coloca-se o tipo do FML, seguido do termo de identificação do grau, relativo à forma de orientação das fibras e o tipo de liga utilizada. Por exemplo, os laminados tipo GLARE possuem 6 diferentes graus comerciais principais, dependendo da orientação das fibras e da liga utilizada, conforme Tabela 1.

Tabela 1 - Diferentes graus do FML tipo GLARE.

Grau do GLARE	Sub	Liga de Alumínio	Orientação do pré-impregnado em cada camada de fibra
GLARE 1	-	7475 - T761	0/0
GLARE 2	GLARE 2A	2024 - T3	0/0
	GLARE 2B	2024 - T3	90/90
GLARE 3	-	2024 - T3	0/90
GLARE 4	GLARE 4A	2024 - T3	0/90/0
	GLARE 4B	2024 - T3	90/0/90
GLARE 5	-	2024 - T3	0/90/90/0

A orientação do pré-impregnado obedece a direção de laminação da chapa de alumínio, onde 0 seria a direção de laminação e 90 transversal a ela.

Em seguida, coloca-se a configuração, que é designada por uma sequência do tipo m/n, onde:

- m é o número de camadas de chapas de alumínio;
- n é o número de camadas do pré-impregnado.

Onde, $m = n + 1$, isto é, as camadas de alumínio estão sempre em maior número protegendo as camadas de pré-impregnado contra a ação da atmosfera, já que a matriz epóxi é bastante sensível ao ambiente [5]. A Figura 2 e a Figura 3 ilustram um esquemático

de uma configuração de empilhamento 3/2, com fibras unidirecionais e bidirecionais, respectivamente.

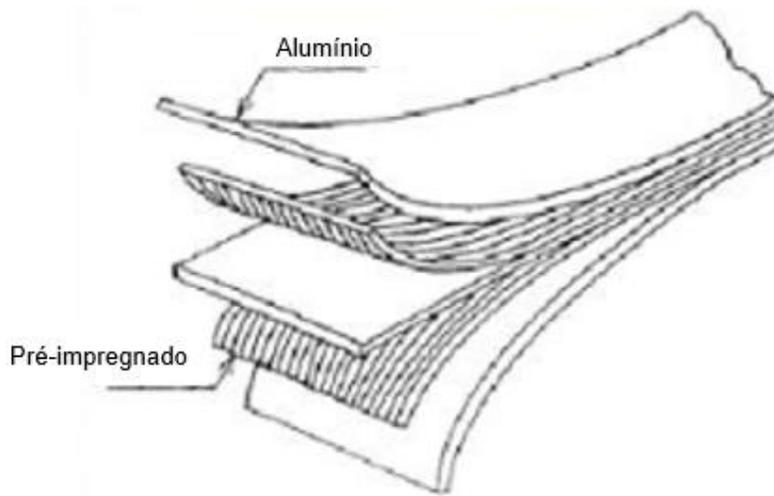


Figura 2– Laminado unidirecional na disposição 3/2

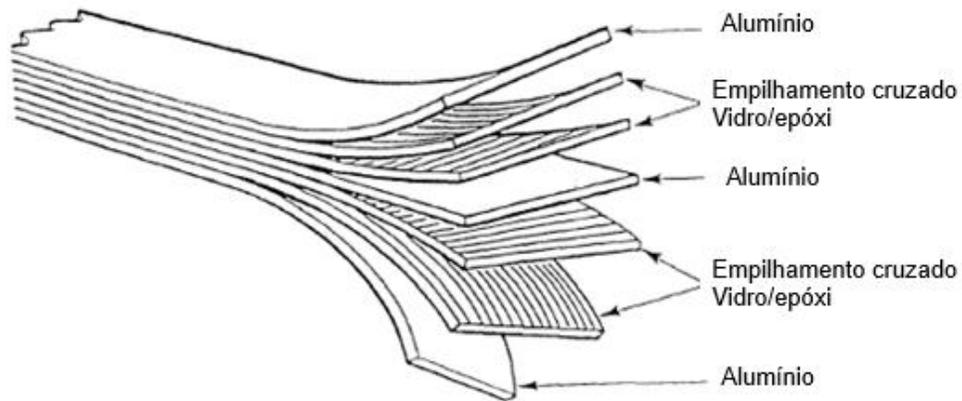


Figura 3 – Laminado bidirecional na disposição 3/2

Finalizando a nomenclatura, coloca-se a identificação da espessura das camadas de alumínio.

Para exemplificar a nomenclatura de uma maneira geral, considere o GLARE 4B-4/3-0,4. Interpretando, temos:

- Laminado tipo GLARE com orientação das fibras e tipo de liga de alumínio conforme tipo 4B;
- 4 camadas de alumínio intercaladas por 3 camadas de pré-impregnado;
- cada camada de alumínio com 0,4mm de espessura.

Em alguns casos, diferentes chapas de alumínio são usadas no mesmo laminado. Neste caso, a espessura de cada camada de alumínio é totalmente escrita na identificação do laminado, como por exemplo GLARE 4B-4/3-0,4/0,3/0,3/0,4, caracterizando que as camadas de alumínio internas possuem 0,3mm e as externas 0,4mm de espessura.

A Tabela 2 [12], resume as principais composições dos FMLs comerciais em termos de tipo de liga e espessura de cada camada de alumínio e orientação dos pré-impregnados.

Tabela 2 - Característica dos FMLs tipo ARALL e GLARE [12].

Laminado	Tipo de liga de Alumínio	Espessura da camada de Alumínio	Tipo de fibra	Orientação da fibra	Espessura do pré-impregnado
ARALL 2	2024 - T3	0,2 - 0,4 mm	Aramida	Unidirecional	0,21 mm
ARALL 3	7475 - T761	0,3 - 0,4 mm	Aramida	Unidirecional	0,21 mm
GLARE 1	7475 - T761	0,3 - 0,4 mm	Vidro	Unidirecional	0,25 mm
GLARE 2	2024 - T3	0,2 - 0,4 mm	Vidro	Unidirecional	0,25 mm
GLARE 3	2024 - T3	0,2 - 0,4 mm	Vidro	Cruzada	0,25 mm
GLARE 4	2024 - T3	0,2 - 0,4 mm	Vidro	Cruzada	0,375 mm
GLARE 5	2024 - T3	0,51 mm	Vidro	Cruzada	0,51 mm

2.3 – PROPRIEDADES

Por serem um material compósito, os FMLs possuem a disponibilidade de apresentar uma diversificada combinação de propriedades, pois, estas são dependentes dos seus constituintes. Essas propriedades podem ser trabalhadas com a mudança do seu pré-impregnado, tipo de fibra, angulação, fração volumétrica, disposição das camadas, bem como a espessura das camadas e o material do metal. Obviamente, o desenvolvimento tecnológico de um material como os FMLs, desde os primeiros testes até se obter um produto com maturidade, confiável e com grande conjunto de propriedades perfeitamente avaliadas, é um processo demorado [13].

Como já foi levantando anteriormente, os FMLs combinam as vantagens dos seus constituintes (liga de alumínio e compósitos poliméricos reforçados por fibras). Porém, como apresentado por VLOT [14], isso não é necessariamente uma regra; para algumas propriedades podem ser encontradas características melhores do que inicialmente esperadas quando consideramos uma combinação de um metal com um compósito polimérico reforçado por fibra. Além de uma boa resistência mecânica aos carregamentos estáticos e dinâmicos, bem como uma boa resistência à fratura, os FMLs apresentam algumas outras propriedades melhoradas, como:

- *Densidade:*

Devido à baixa densidade do pré-impregnado, quando comparado com o alumínio, a densidade dos laminados FMLs podem chegar a ser até 16% menor que as ligas de alumínio [11], característica essa que pode variar de acordo com o número de camadas de pré-impregnado. Conforme exposto por CASTRODEZA [13], quando o número de camadas aumenta, o laminado tipo GLARE aproxima-se de 86% do valor do alumínio monolítico e os laminados ARALL em 75% da densidade.

- *Resistência à corrosão:*

As ligas de alumínio são anodizadas e cobertas por *primer* antes da adesão. As camadas externas, protegidas por *primer*, inibem a corrosão das camadas internas dos pré-impregnados e de alumínio [11].

Os FMLs apresentam alguns aspectos que distinguem as características à corrosão quando comparados às placas de alumínio espessas. As camadas de pré-impregnado trabalham como uma barreira para a corrosão, portanto, a corrosão levará ao mínimo impacto nas propriedades mecânicas do laminado, linearmente dependente do número de camadas do laminado. Utilizando o GLARE com mais de duas camadas de alumínio como exemplo, se a corrosão acontecer, mínimas consequências vão ser observadas na resistência à tração, devido ao grande número de camadas de alumínio que se mantém intactas, além do fato das fibras de vidro serem isolantes elétricos, diminuindo a diferença de potencial e, conseqüentemente, a sensibilidade à corrosão. Outra característica pode ser observada na dependência da corrosão à espessura da chapa de alumínio. Investigações de microscopia eletrônica de precisão (SEM em sua sigla em inglês) em chapas de 0,3mm e 1,6mm mostraram uma baixa razão de ductilidade nas chapas mais finas, o que diminui a resistência à corrosão por tensão. Somado a isso, o processo de resfriamento das chapas mais finas após a laminação é mais rápido, impedindo a precipitação de elementos de liga nos contornos de grão. Testes indicaram uma melhor resistência à corrosão em chapas de alumínio de 0,3 a 0,4mm quando comparadas à chapas de 2 a 4mm, concluindo que a microestrutura das chapas mais finas tem um efeito benéfico às propriedades de corrosão [15].

- *Resistência mecânica à tração:*

Tipicamente, FMLs exibem um comportamento inelástico devido à plastificação das camadas metálicas; a Tabela 3 resume as propriedades mecânicas a tração típica.

O resultado em relação ao comportamento mecânico à tração do laminado depende da orientação das fibras. Considerando um laminado unidirecional, as vantagens ficam concentradas na direção de orientação das fibras, onde as propriedades transversais são relativamente menos atrativas que o próprio metal. O módulo de elasticidade dos FMLs é relativamente menor que o metal devido à contribuição do baixo módulo da camada polimérica reforçada por fibra. Em relação à resistência à tração, os compósitos unidirecionais apresentam propriedades longitudinais relativamente maiores que o metal devido à alta resistência das fibras, já na direção transversal, devido à não contribuição das fibras e à baixa resistência do polímero, a resistência à tração diminui. A utilização de laminados bidirecionais contorna o problema transversal, mantendo vantagens nos dois sentidos de carregamento.

O limite de escoamento dos FMLs possui uma ligeira queda em comparação com o metal devido ao fato do compósito polimérico reforçado por fibra possuir um baixo módulo de elasticidade, fazendo com que as camadas metálicas sejam submetidas a maiores tensões e, assim, reduzindo o limite de escoamento do laminado.

A curva de tensão versus deformação típica de um FML se dá pelo comportamento elástico governado pelo metal devido ao seu maior módulo em relação à camada de fibra/polímero. Após o escoamento do metal e consequente perda de resistência do mesmo devido à plastificação, as camadas de fibra começam a governar o comportamento mecânico à tração do laminado.

Tabela 3 – Propriedades mecânicas à tração típicas dos FMLs [8], [11].

	Resistência à tração (MPa)		Tensão de escoamento (MPa)		Módulo de elasticidade à tração (GPa)	
	L	LT	L	LT	L	LT
GLARE 1						
2/1	1077	436	525	342	66	54
3/2	1282	352	545	333	65	50
GLARE 2						
2/1	992	331	347	244	67	55
3/2	1214	317	360	228	66	50
GLARE 3						
2/1	662	653	315	287	60	60
3/2	717	716	305	283	58	58

	Resistência à tração (MPa)		Tensão de escoamento (MPa)		Módulo de elasticidade à tração (GPa)	
	L	LT	L	LT	L	LT
GLARE 4						
2/1	843	554	321	250	60	54
3/2	1027	607	352	255	57	50
GLARE 5						
2/1	683	681	297	275	59	59
ARALL 2	717	317	365	228	66	53
ARALL 3	821	379	607	324	68	49
2024-T3	455	448	359	324	72	72

- *Resistência ao impacto:*

Uma das principais preocupações da indústria quando usar materiais laminados está na utilização de placas finas ao mesmo tempo com boa resistência ao impacto. Principalmente na indústria aeronáutica, danos ao impacto podem ser causados por baixa e alta velocidades provenientes do meio externo.

Os laminados tipo GLARE possuem uma excelente resistência ao impacto quando comparado com compósitos de matriz polimérica reforçados por fibra de vidro e possuem uma resistência maior que no alumínio monolítico.

A Figura 4 apresenta as respectivas resistências ao impacto que provocam trincas vazantes no GLARE 3, GLARE 4 e na liga de alumínio 2024-T3 [9].

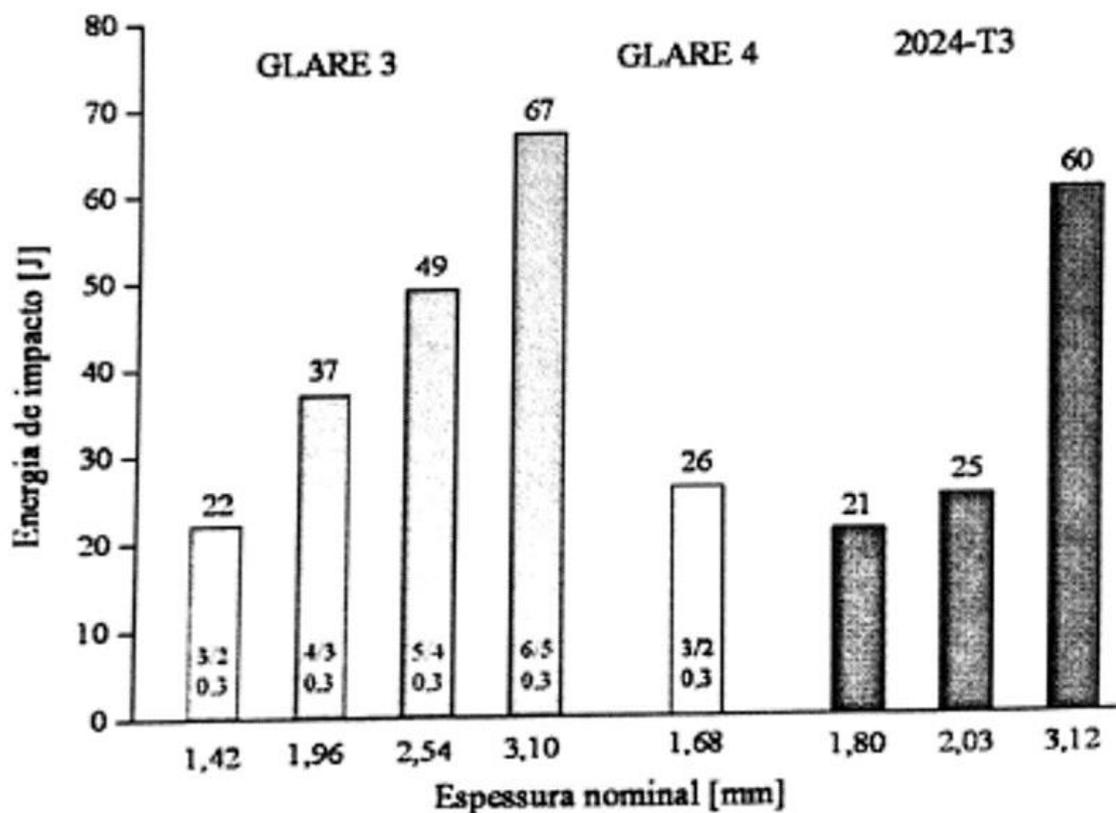


Figura 4– Comparação da resistência ao impacto de alguns FML GLARE e o alumínio 2023-T3 [9].

- *Resistência à fadiga e tenacidade à fratura*

Pode-se dizer que está é a principal propriedade dos FMLs, podendo proporcionar em uma estrutura com carregamento real, taxas de crescimento de trinca 10 a 100 vezes menores que as correspondentes a uma estrutura monolítica de alumínio [16], como pode ser visto na Figura 5.

Esta excepcional característica de comportamento à fadiga é explicada pelo mecanismo de ponteamto da trinca (*crack bridging*), Figura 6, já abordado anteriormente, onde as fibras intactas aferecem uma significativa restrição à abertura da trinca. Neste mecanismo, acontece a transferência das tensões das camadas metálicas, na região trincada, para as fibras através da interface de adesão entre as fibras e a resina epóxi [4]. Durante a tentativa

de propagação da trinca na direção perpendicular às fibras, a tentativa de propagação nas camadas de alumínio gera uma certa delaminação entre as mesmas e as camadas de pré-impregnado, o que resulta na redistribuição das tensões na região trincada. Esta delaminação permite que as fibras na frente da trinca permaneçam intactas, como visto na Figura 7, restringindo a propagação, o que mostra a dependência do comportamento à fadiga dos FMLs ao nível de adesão entre as camadas de metal e a epóxi/fibra. Um alto nível de adesão, faz com que essa delaminação não ocorra, fazendo com que a trinca se propague de uma maneira frágil. Por outro lado, um baixo nível de adesão provoca a diminuição do efeito de ponteamto das fibras, permitindo uma maior abertura da ponta da trinca, aumentando a taxa de propagação.

Esta ótima característica de resistência ao crescimento à trinca pode ser observada nas curvas de resistência, como na Figura 8 [8]. A utilização de fibras com alta resistência à fratura tanto na tensão como na deformação podem efetivamente prevenir a falha da fibra antes do metal falhar [8], o que aumenta significativamente a tenacidade à fratura dos FML.

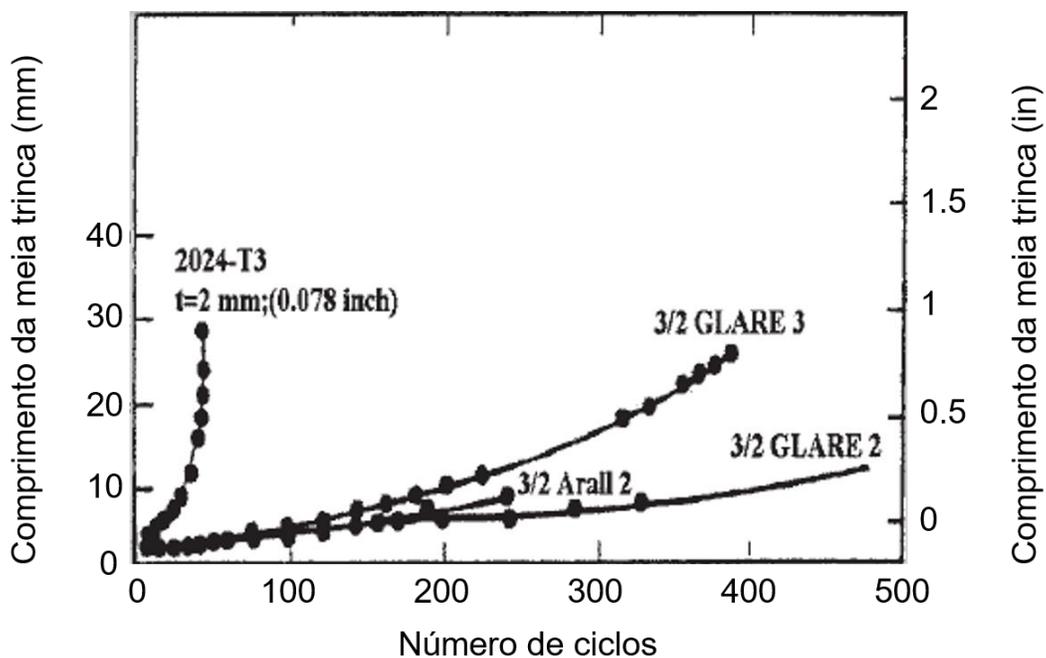


Figura 5– Curvas de comprimento de trinca em função do número de ciclos de carregamento para laminados GLARE e ARALL, comparados com a da liga de alumínio 2024-T3 [9].

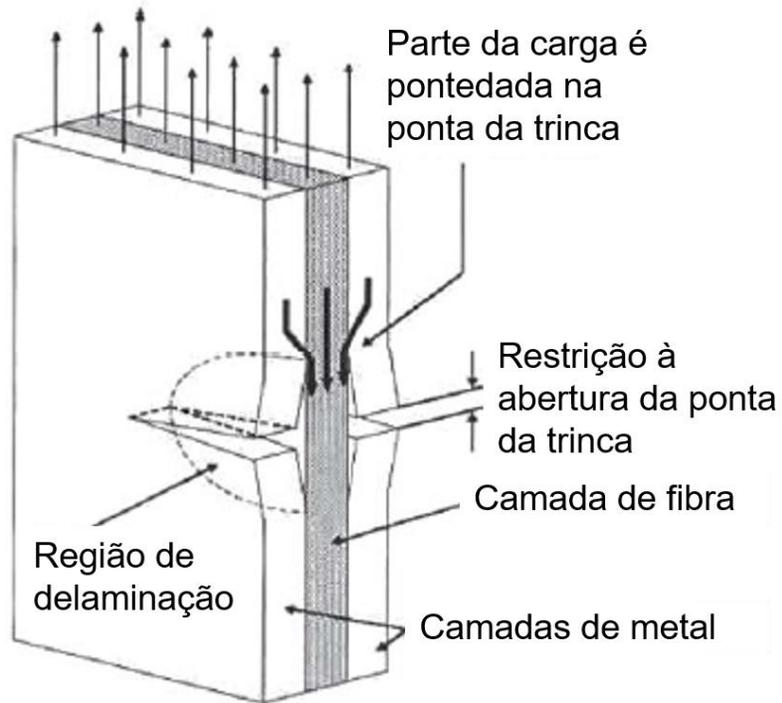


Figura 6– Esquema do mecanismo de restrição à abertura da ponta da trinca.

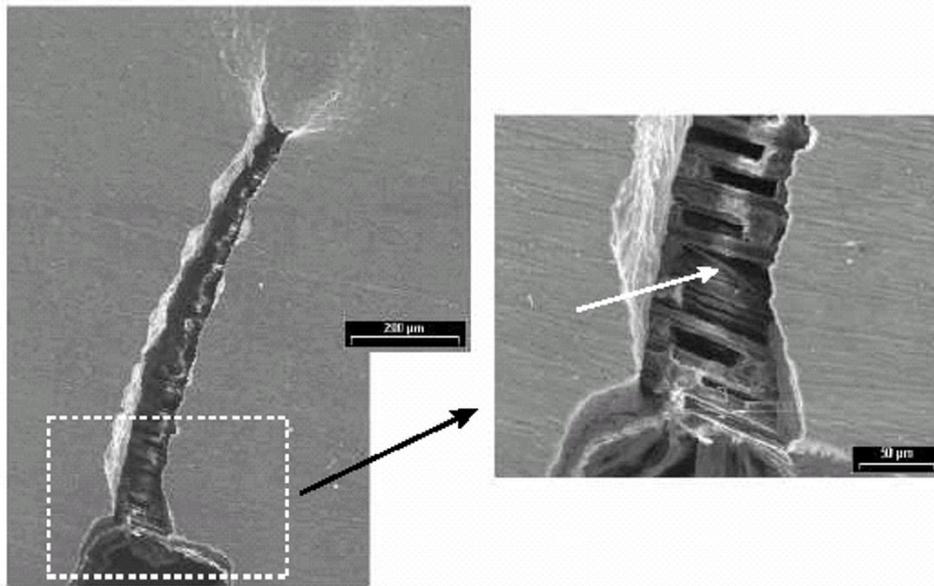


Figura 7– Micrografia mostrando a ocorrência de fibras intactas na região da pré-trinca de fadiga [17].

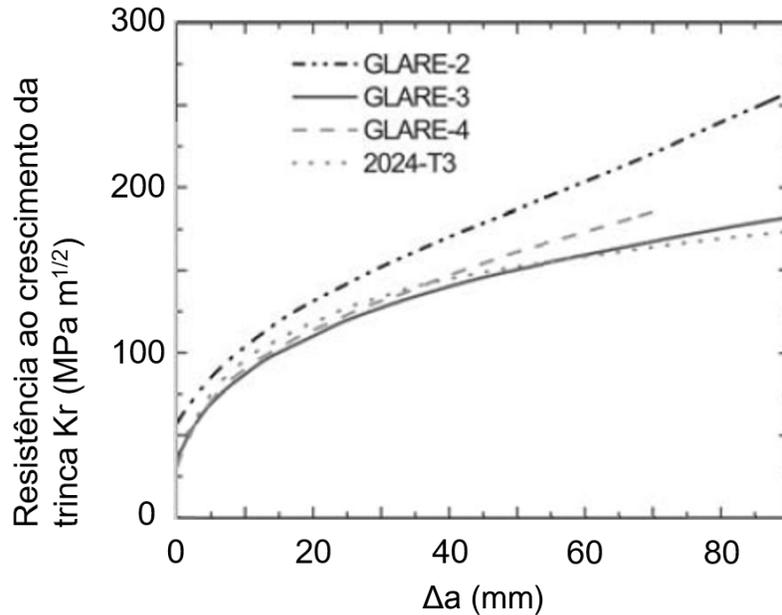


Figura 8– Tenacidade à fratura de laminados tipo GLARE em comparação com o alumínio 2024-T3 [8].

2.4 – APLICAÇÕES

Os FMLs foram inicialmente desenvolvidos para atender às necessidades da indústria aeronáutica, devido à sua ótima combinação de resistência à propagação de trincas por fadiga, elevada resistência e excelente tolerância ao dano. A união dessas propriedades é significativa para o projeto de componentes utilizados em estruturas primárias de aeronaves, como fuselagens e revestimentos de asas, por exemplo [5].

As aplicações dos FMLs variam entre estruturas secundárias, como superfícies de controle (*flaps*), portas não-pressurizadas, pisos e guias de compartimento de carga, portas e guias resistentes ao fogo, cavernas de pressão (*bulkheads*) e contêineres, como também nas estruturas primárias, em partes da fuselagem mais submetidas à fadiga. Dentre as aplicações, ressalta-se a principal aplicação do laminado tipo GLARE no Airbus A380 em partes da fuselagem, nos bordos de ataque dos estabilizadores vertical e horizontal, perfazendo um total aproximado de 380m², possibilitando uma redução de massa de

aproximadamente 800kg [19]. O Airbus A380, Figura 9, possui dois andares, podendo transportar entre 400 e 853 passageiros [18].

A Figura 10 e a Figura 11 apresentam um esquemático das partes onde o GLARE foi utilizado.



Figura 9– Airbus A380.



Figura 10– Figura esquemática do Airbus A380 mostrando as partes onde o laminado GLARE foi utilizado.

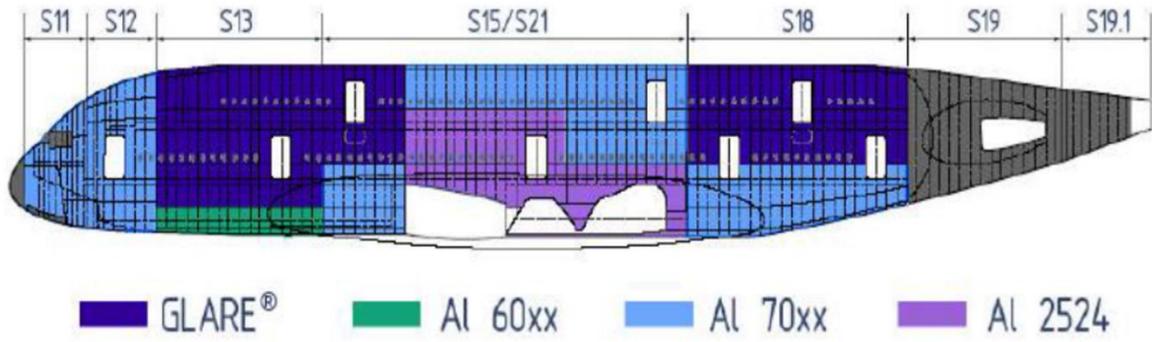


Figura 11– Aplicação do laminado tipo GLARE na fuselagem do Airbus A380.

Capítulo 3 – MECÂNICA DA FRATURA APLICADA AOS FMLS

A tenacidade à fratura de um material se caracteriza pela sua capacidade de resistir à propagação de uma trinca, esta pode ser iniciada por carregamentos estáticos ou dinâmicos, bem como por defeitos de fabricação e interferências do meio externo, como por exemplo, impacto de detritos, entre outros.

Como exposto anteriormente, os FMLs possuem como principal característica uma melhor resistência à propagação de trinca, principalmente devido ao *crack bridging mechanism*, onde as camadas de compósito polimérico reforçado por fibras funcionam como uma ponte à trinca, diminuindo a taxa de propagação. Comparado com o alumínio monolítico, os FMLs possuem uma taxa de propagação de 100 vezes menor [20]. Com isso, métodos de avaliação da tenacidade à fratura em metais, como a ASTM E1820 [25] e ASTM E561 [7], estão sendo extrapolados para a avaliação dos FMLs.

A caracterização de uma significativa região submetida à deformação plástica na ponta da trinca, principalmente devido à tenacidade do alumínio, faz com que a Mecânica da Fratura Elasto Plástica (MFEP) seja a mais indicada para a avaliação da tenacidade à fratura dos FMLs. A seguir, as principais grandezas que determinam a tenacidade à fratura na MFEP são apresentadas, indicando particularidades e correções necessárias para a aplicabilidade aos FMLs.

3.1 – MECÂNICA DA FRATURA ELASTO-PLÁSTICA

A MFEP é uma extensão natural da MFLE (Mecânica da Fratura Linear Elástica), sendo a condição em que provavelmente ocorre a maioria das rupturas de componentes mecânicos e estruturas [22].

A MFLE (Mecânica da Fratura Linear Elástica) é aplicável a materiais que apresentam fratura predominantemente no regime elástico. Isso acontece nos materiais estruturais que

apresentam elevada resistência mecânica, porém, baixa tenacidade. Em materiais que possuem uma elevada tenacidade e resistência mecânica moderada, a estrutura apresenta plasticidade considerável durante o processo de fratura, as soluções elásticas não são mais aplicáveis e a MFEP deve ser aplicada. Dois são os parâmetros amplamente utilizados para descrever o comportamento em fratura de materiais em regime elasto plástico: o CTOD (*Crack Tip Opening Displacement*) e a Integral J [22], [23].

3.1.1 – Método de abertura crítica da trinca - CTOD

Este método foi introduzido primeiramente por WELLS [24] e baseia-se na hipótese que quando ocorre plasticidade significativa, o processo de fratura é controlado primeiramente pela intensa deformação adjacente à ponta da trinca e que a separação das superfícies da trinca, na ponta da mesma ou abertura da ponta da trinca, é uma medida desta deformação. A propagação da trinca inicia-se, assim, em um valor crítico dessa abertura na ponta da trinca. Daí o nome em inglês *Crack Tip Opening Displacement* - CTOD, representado pela grandeza δ , conforme representado na Figura 12.

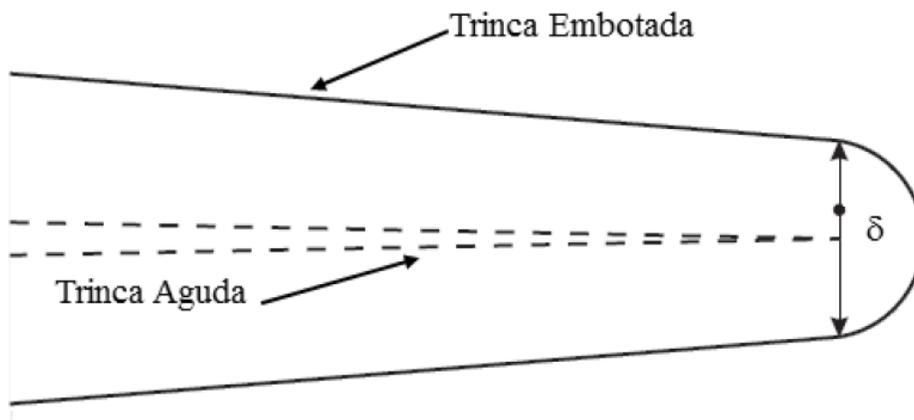


Figura 12 – Representação esquemática de abertura na ponta da trinca [23].

Diante do exposto, fica evidente a necessidade de se conhecer o valor crítico de abertura (δ_c) que um determinado material possa suportar sem romper, ou seja, qualquer carregamento que provoque uma abertura da trinca a um valor superior ao crítico, promoverá a ruptura da estrutura. Para que o modelo possa prever se uma determinada trinca provocará a ruptura de uma estrutura submetida a um dado carregamento, é necessário que através desse modelo seja possível o cálculo do valor de δ correspondente a esse tipo particular de carregamento e valor de tensão aplicada. A fratura da estrutura ocorrerá quando δ aplicado exceder a δ_c .

A determinação tradicional do CTOD foi padronizada pela *British Standard Institution*, através da BS 5762/79 [22]. Posteriormente, a ASTM publicou a primeira versão americana para o teste: ASTM E1280 [25]. Em ambos os métodos, o cálculo do CTOD se dá pela separação da componente elástica e da componente plástica.

$$\delta = \delta_{el} + \delta_{pl} \quad (1)$$

Antes do desenvolvimento da parte elástica do cálculo do CTOD, faz-se necessário a apresentação de alguns conceitos relacionados com a MFLE. *Griffith*, em 1920, propôs uma abordagem baseada no balanço energético, que residia na formulação de um sistema para a trinca e análise em termos de um processo termodinâmico, postulando que uma trinca só irá se propagar, de modo instável, quando a taxa de liberação de energia elástica armazenada pelo carregamento do material for ao menos igual ao aumento de energia superficial resultante do crescimento da trinca. Por outro lado, *Irwin* fundamentou um desenvolvimento baseado no comportamento mecânico nas vizinhanças da ponta da trinca e utilizando o fator de intensidade de tensão K. Como o fator K possui uma ampla aplicação na mecânica da fratura, além do fato de se poder relacionar a teoria energética de *Griffith* com o fator de intensidade de tensão K com equações simples, é comum a representação da unidade de energia G em termos de K com a seguinte equação para o modo I de fratura [22]:

$$G_I = \frac{K_I^2}{E^*} \quad (2)$$

onde $E^* = E$ para um estado plano de tensões, $E^* = E / (1 - \nu^2)$ para um estado plano de deformações e ν é a razão de *Poisson*.

Os FMLs são materiais anisotrópicos, devido à orientação preferencial das fibras, e por isso possuem propriedades diferentes segundo as três direções principais. Para os laminados unidirecionais, embora as propriedades no sentido transversal às fibras sejam diferentes segundo a orientação, devido à pequena espessura e à sua utilização, já que os maiores esforços são aplicados no plano da chapa, é justificado tratar os mesmos como ortotrópicos [13]. Essa simplificação permite que sejam utilizadas todas as ferramentas teóricas desenvolvidas para este material, assim como para laminados bidirecionais com diferentes frações de fibras nas direções longitudinal e transversal à direção de laminação das chapas metálicas [5]. Devido à isso, fez-se necessário a modificação das equações propostas pela ASTM E1820 [25], elaboradas para materiais isotrópicos. CASTRODEZA [13], em sua tese de doutorado, utilizou a relação proposta por PARIS *et. al.* [26], válido para trincas orientadas em uma direção principal:

$$G_I = K_I^2 \sqrt{\frac{a_{11}a_{22}}{2} \left(\left(\frac{a_{22}}{a_{11}} \right)^{\frac{1}{2}} + \frac{2a_{12} + a_{66}}{2a_{11}} \right)} = \frac{K_I^2}{E'} \quad (3)$$

onde a_{ij} são as componentes da matriz de rigidez do laminado, calculadas a partir das propriedades elásticas do material, como mostrado a seguir:

$$a_{11} = \frac{1}{E_1}; a_{12} = -\frac{\nu_{12}}{E_1} = -\frac{\nu_{21}}{E_2}; a_{22} = \frac{1}{E_2}; a_{66} = \frac{1}{G_{12}} \quad (4)$$

Os subíndices 1 e 2 indicam as duas direções principais do material. A equação (3) é válida para a análise de materiais ortotrópicos contendo trincas orientadas segundo os planos de simetria do material.

Agora, voltando para o desenvolvimento da parcela elástica do CTOD tradicional, BUDERKIN et. al. [27], deduziram uma representação matemática de $\bar{\delta}$ a partir do modelo de *Dugdale*, considerando uma trinca passante de comprimento $2a$ em uma placa infinita submetida a uma dada tensão σ , onde o limite do escoamento do material é representado por σ_{YS} :

$$\delta = \frac{8\sigma_{YS}a}{\pi E} \ln \left[\sec \left(\frac{\pi\sigma}{2\sigma_{YS}} \right) \right] \quad (5)$$

Quando a tensão aplicada é muito menor que o limite de escoamento do material (comportamento elástico) $\sigma / \sigma_{YS} \ll 1$ e a equação (5) se reduz a:

$$\delta = \frac{8\sigma_{YS}a}{\pi E} \left(\frac{1}{2} \right) \left(\frac{\pi\sigma}{2\sigma_{YS}} \right)^2 \approx \frac{\pi\sigma^2}{E\sigma_{YS}} = \frac{K_I^2}{E\sigma_{YS}} \quad (6)$$

A equação (6) mostra a relação do $\bar{\delta}$ com K e G , demonstrando que sob uma condição linear-elástica, a abordagem CTOD é compatível com os conceitos da MFLE. Porém, o critério CTOD ainda é apropriado para caracterizar o processo de fratura, quando a MFLE não é mais válida, uma vez que a ocorrência de uma considerável plasticidade na ponta da trinca é inerente ao seu conceito.

Portanto, aplicando a correção para materiais ortotrópicos, representada pela equação (5) e utilizando a equação (6), a parte elástica do CTOD tradicional se resume a seguinte equação:

$$\delta_{el} = \frac{K_I^2}{mE'\sigma_{YS}} \quad (7)$$

onde m é uma constante adimensional relacionado ao estado de tensões (função da espessura), variando de 1 a 2 [20].

A componente plástica do CTOD tradicional é obtida através da aplicação do modelo da rótula plástica (plastic hinge) e por este motivo somente podem ser utilizados os corpos de prova sob esforços de flexão. Isso acontece tanto na geometrias C(T) quanto na SE(B). O modelo sugere que na medida em que o carregamento é aplicado, as duas metades de um corpo rotacionam em torno de um ponto fixo chamado de centro aparente de rotação (CR). A componente plástica do CMOD (deslocamento do clip gauge) tem relação direta com a componente plástica do CTOD tradicional. Assim sendo, a componente plástica do CTOD pode ser calculada por meio de semelhança de triângulos. A Figura 13 mostra a montagem e o posicionamento do clip-gauge no entalhe do corpo de prova e o cálculo por semelhança de triângulos do δ_{pl} , expresso pela equação (8) [23].

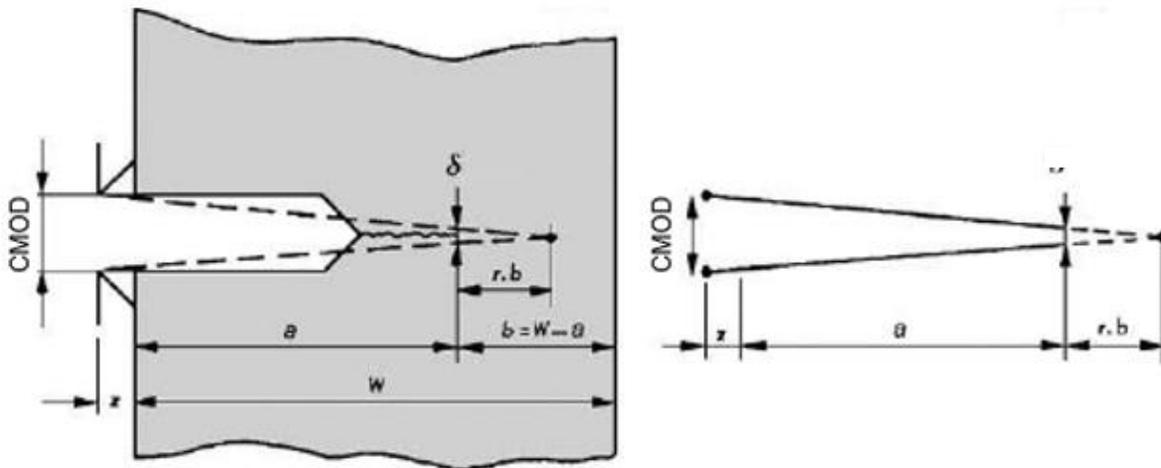


Figura 13 – Esquema da medição indireta do CTOD tradicional por semelhança de triângulos [23].

$$\delta_{pl} = \frac{r(W' - a)v_g}{r(W' - a) + a + z} \quad (8)$$

onde z é a distância da extremidade do corpo de prova à posição do *clip-gauge*, W' é a largura do corpo de prova, $a+z$ é a distância entre a posição do *clip-gauge* e a ponta da trinca, r é o fator de rotação plástica, v_g é a componente plástica do *CMOD* obtida através da curva *P-CMOD*, conforme Figura 14.

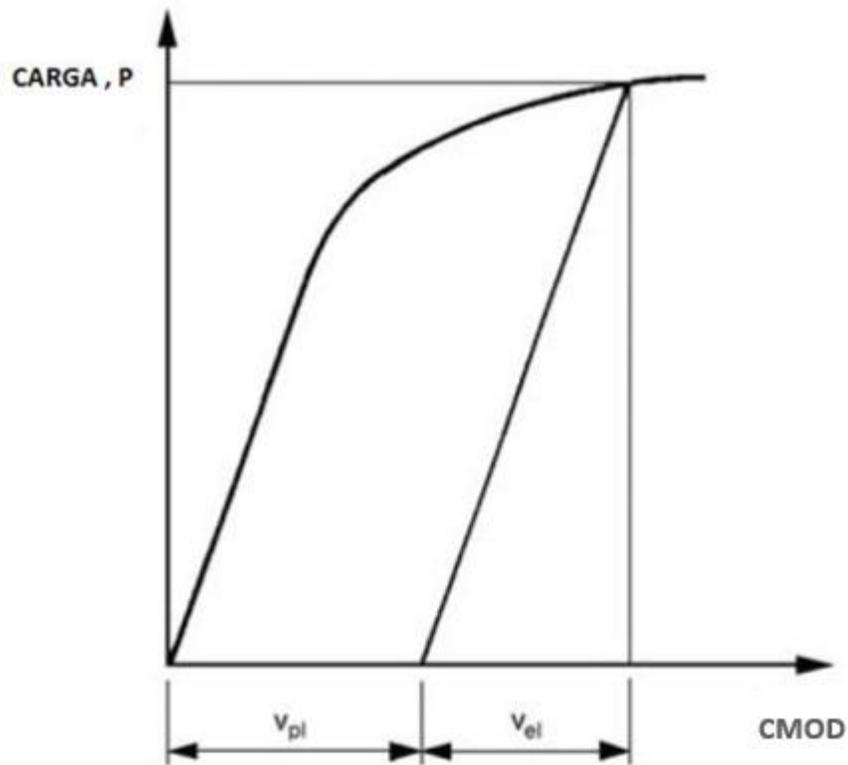


Figura 14 – Esquema de obtenção de v_g a partir do gráfico *CMOD*.

3.1.1.1 – CTOD de Schwalbe

O CTOD de *Schwalbe* δ_5 , introduzido por SCHWALBE [28], é uma definição alternativa do CTOD tradicional que possui como característica principal a medição experimental direta da grandeza, sem a necessidade de pós-processamento e formulações matemáticas, como o CTOD tradicional.

A técnica permite medir diretamente o deslocamento na ponta da trinca através do deslocamento relativo de dois pontos a 5,0 mm de distância entre si, situada sobre uma reta perpendicular ao plano da trinca. A Figura 15 mostra um esquema da medição do δ_5 .

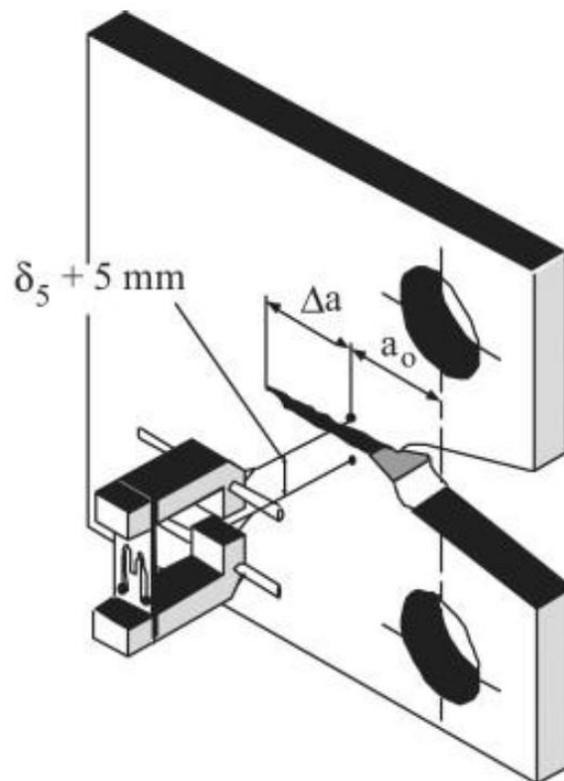


Figura 15 – Esquema de medição do δ_5 para corpos de prova de geometria C(T) [23].

O método vem sendo utilizado para determinação das curvas de resistência, determinação de tenacidade críticas [20] e [21], na avaliação do crescimento de trincas por fadiga e para determinação do CTOA [29] (*Crack Tip Opening Angle*) [23]. O método se torna muito atrativo, principalmente pelas vantagens como: a possibilidade da medição ser realizada localmente, próxima à ponta da trinca e sem levar em consideração o comportamento global, e como consequência, não são necessárias funções de calibração nem modelos matemáticos para determinação da abertura da trinca; e a medida é mais abrangente do que os métodos normalizados (BSI ou ASTM), os quais se baseiam no modelo de dobradiça plástica, e por isso só podem ser aplicados em corpos de prova C(T) e SE(B) [5].

Estudos anteriores [13], [20] e [21], mostraram que o CTOD tradicional não é a maneira mais adequada para medir a abertura da ponta da trinca nos FMLs, pois, a posição correta do centro de rotação não é bem definida [5]. Desta forma, quando nos referimos à medição da abertura de trinca nos FMLs, o CTOD de *Schwalbe* é o mais indicado.

3.1.2 – Integral J

As integrais independentes do contorno são utilizadas na física para calcular a intensidade de uma singularidade de um determinado campo, sem a necessidade de conhecer a exata forma do campo na proximidade da singularidade [30]. Essas integrais foram introduzidas na mecânica da fratura inicialmente por RICE [31], com um enfoque puramente mecânico (não considera aspectos metalúrgicos e microestruturais) da fratura [22]. A Integral J é definida como:

$$J = \int_{\Gamma} W dy - T \frac{\partial u}{\partial x} ds \quad (9)$$

onde J é a Integral J , Γ é o caminho da integração percorrido no sentido anti-horário entre a borda inferior e superior da trinca, W é a energia de deformação por unidade de volume, calculada conforme equação (10), T é o vetor tração normal a Γ orientado para fora, definido

pela equação (11), u é o deslocamento na direção x e ds é o elemento infinitesimal do arco ao longo de Γ .

$$W = \int_0^\varepsilon \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} \quad (10)$$

$$T_i = \sigma_{ij} n_j \quad (11)$$

onde ε é a deformação total do material, σ_{ij} é o tensor de tensão, ε_{ij} o tensor de deformação, T_i o componente do vetor T na direção i e n_j o vetor unitário normal a Γ na direção j .

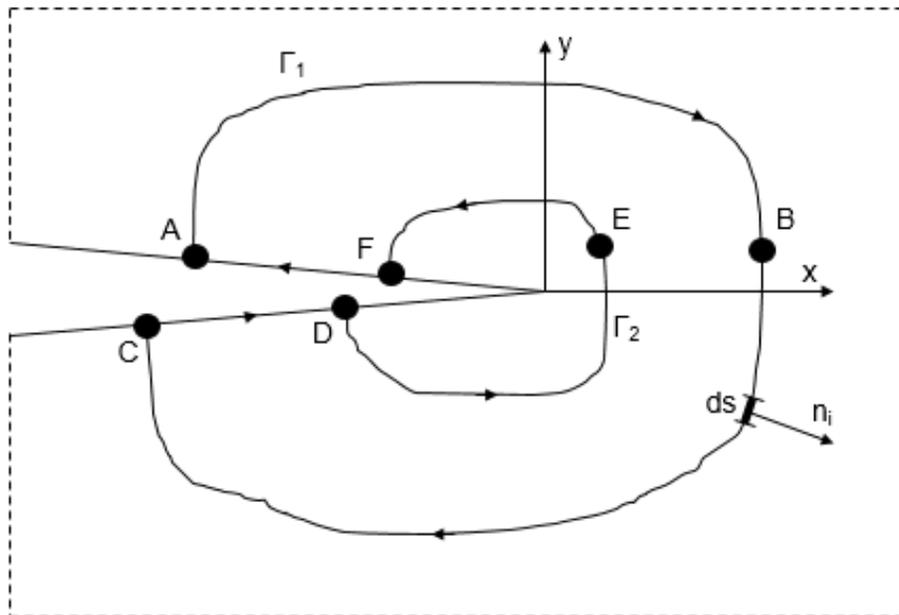


Figura 16 – Definição da Integral J para um entalhe agudo submetido a um estado plano de tensões e o contorno de integração.

Por definição de equilíbrio, a equação (9) é não nula quando o volume de integração não contém uma singularidade. Assumindo que os caminhos FA e CD, nas faces da trinca, são retos e com tensões nulas, logo FA e CD não contribuem para o cálculo da integral. Assim, as contribuições devido à ABC e DEF são:

$$J_{ABC} + J_{DEF} = 0 \leftrightarrow J_{DEF} = -J_{ABC} \quad (12)$$

Considerando então as integrais calculadas pelos contornos Γ_1 e Γ_2 :

$$J_{\Gamma_1} = J_{\Gamma_2} \quad (13)$$

A definição da Integral J , mostra uma independência em relação ao contorno considerado. Esta é uma das vantagens do método, pois J pode ser obtida selecionando-se o percurso mais adequado para realizar a integração (por exemplo o contorno do corpo de prova), facilitando desta forma os cálculos [22] e podendo a mesma ser calculada para diferentes geometrias e estado de tensões [23].

A definição proposta por RICE supõe um material elástico, linear ou não-linear, i.e. com comportamento reversível. No caso dos campos de tensão puramente elásticos, foi apresentado que a quantidade J da equação (9) é igual à taxa de energia dissipada na propagação dinâmica de uma trinca:

$$J = -\frac{\partial U}{\partial a} = G \quad (14)$$

onde U representa a energia potencial e a o comprimento da trinca.

Portanto, no caso elástico, J é equivalente a G , ou seja, à taxa de liberação de energia, podendo ainda ser calculada a partir da energia potencial armazenada no corpo. Este é um aspecto vantajoso de J : poder indiferentemente ser descrito em função do campo de tensão-deformação na ponta da trinca, equação (9) ou em termos energéticos, equação (14).

Conceitualmente, não se pode estender a definição de J para situações nas quais ocorram deformação plástica e crescimento estável da trinca. Isso pode ser justificado pelo fato de existir o descarregamento elástico que acompanha o crescimento da trinca, permitindo a dissipação de uma quantidade de energia que deixaria de ser devolvida ao sistema [32]. Essa situação vai além da aplicação da energia de balanço de *Griffith* (G) e tornaria a Integral J dependente do percurso. Considere um corpo carregado no regime plástico na ponta da trinca, não ainda em processo de colapso, a deformação plástica se dá localizadamente na ponta da trinca, logo, se forem escolhidos dois contornos diferentes: um na região deformada plasticamente e outro um pouco mais afastado da ponta da trinca (região dominada pela deformação elástica). Os dois valores da Integral vão ser diferentes, inviabilizando a aplicação do método.

Alheio a sua identificação como a taxa de energia de liberação devido à propagação da trinca (G), que possui seus limites restritos às situações no regime elástico linear ou não-linear, HUTCHINSON [33] e RICE *et. al.* [34] mostraram que a Integral J desempenha o mesmo papel assumido pelo fator de intensidade de tensões (K) na MFLE, porém, se estendendo às situações no regime elasto-plástico. Os autores derivaram o campo de tensão e deformação em um ponto singular, utilizando como base a lei de potencial de encruamento de Ramberg-Osgood, mostrando que a Integral J tem relação com campo de tensões, deformações e deslocamentos na ponta da trinca, conhecido na literatura como campo HRR:

$$\sigma_{ij}(\theta, r) = \sigma_0 \left(\frac{J}{\alpha \sigma_0 \varepsilon_0 I_n r} \right)^{\frac{1}{n+1}} \tilde{\sigma}_{ij}(\theta, n) \quad (15)$$

$$\varepsilon_{ij}(\theta, r) = \alpha \varepsilon_0 \left(\frac{J}{\alpha \sigma_0 \varepsilon_0 I_n r} \right)^{\frac{n}{n+1}} \tilde{\varepsilon}_{ij}(\theta, n) \quad (16)$$

$$u_i(\theta, r) = \frac{J}{I_n \sigma_0} \left(\frac{\alpha \sigma_0 \varepsilon_0 I_n r}{J} \right)^{\frac{1}{n+1}} \tilde{u}_i(\theta, n) \quad (17)$$

Os parâmetros α e n são constants obtidas mediante ajuste dos dados experimentais, σ e ε o campo de tensões e deformações e u o campo de deslocamentos. O índice 0 normalmente está associado ao limite de escoamento, que caracterizam a lei potencial de encruamento de Ramberg-Osgood:

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = \alpha \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^n \quad (18)$$

O parametro I_n é uma constante de integração que depende de n e do estado de tensões, $\tilde{\sigma}_{ij}$, $\tilde{\varepsilon}_{ij}$ e \tilde{u}_{ij} são funções adimensionais dependentes de θ e n , enquanto θ e r são as coordenadas polares com origem na ponta da trinca.

Assim, as equações (15) e (16) indicam que para trincas carregadas monotonicamente, escoamento restrito de material, i.e. zona plástica pequena comparada com o tamanho da trinca e do ligamento restante e material regido pela lei de encruamento de Ramberg-Osgood, a Integral J é uma medida do campo assintótico singular na ponta da trinca na MFEP, da mesma forma que a relação entre o fator de intensidade de tensões K , na MFLE.

Do ponto de vista energético, J pode ser usado como uma extensão do conceito de G para além do comportamento linear-elástico, onde, no regime elasto-plástico, a energia U da equação (14) não pode ser definida como energia potencial devido à irreversibilidade da deformação plástica. Neste caso, o valor de J é definido como a diferença de energia absorvida por dois corpos trincados carregados da mesma forma até o mesmo nível de deslocamento, porém, com tamanhos de trinca ligeiramente diferentes: (a) e ($a + da$).

3.1.2.1 – A Integral J como critério de fratura

Como já foi apresentado em relação à definição da Integral J , podemos observar que:

- No regime linear-elástico, J pode ser diretamente relacionado com G e, conseqüentemente, com o fator de intensidade de tensões K ;
- A intensidade do campo de tensões na região da ponta de uma trinca quando pertencente à um material elasto-plástico, é governada pela Integral J ;
- A Integral J não é dependente do contorno de integração escolhido e pode ser integrada em qualquer geometria e campo de tensões;

Em adição a essas definições, baseado na premissa de que não pode haver descarregamento na ponta da trinca devido ao crescimento estável da mesma, naturalmente podemos concluir um critério inerente à característica do material, em que existe um valor crítico da Integral J onde a partir do mesmo, haverá um descarregamento devido ao crescimento da trinca e, em consequência, a fratura. Esse valor foi definido como J_{IC} [22], [23].

3.1.2.2 – Determinação experimental da Integral J

A primeira técnica experimental para a determinação de J foi desenvolvida baseando-se nos ensaios de BEGLEY *et. al.* [36]. Os autores definiram uma relação entre J aplicado e o crescimento da trinca (Δa), como ilustrado na Figura 17.

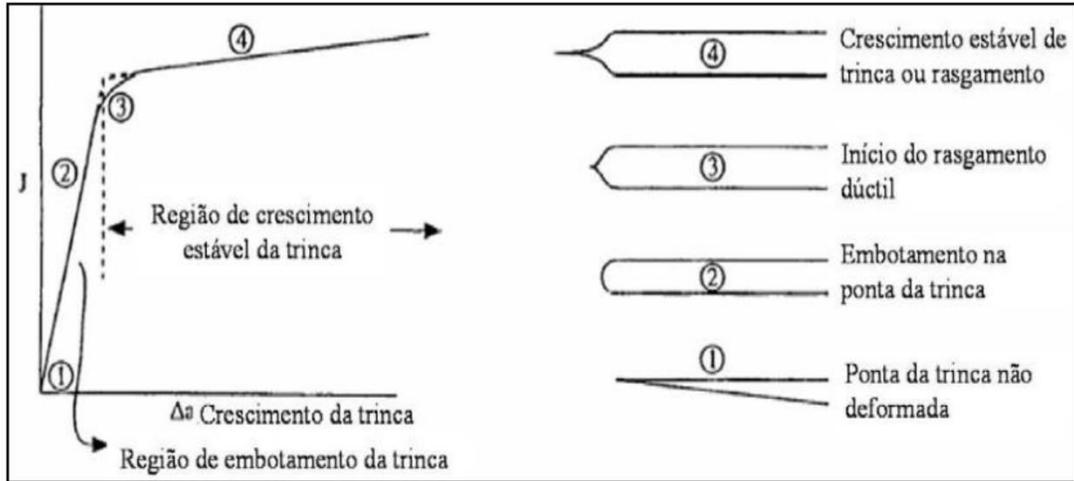


Figura 17 – Relação entre J e o crescimento estável da trinca Δa [5].

Quando o carregamento é aplicado à uma estrutura trincada, ocorre inicialmente o embotamento da trinca, caracterizado no gráfico como a região onde ocorre uma relação linear entre J e Δa , representado, segundo FONTES [23], pelo crescimento aparente da trinca de acordo com a linha de embotamento (*blunting line*). Com o aumento do carregamento, aumenta o embotamento até o início do crescimento estável da trinca, esse momento é caracterizado pela região onde ocorre o descarregamento a medida que a trinca avança, situação que não é permitida pela definição da Integral J , como apresentado anteriormente. Para contornar essa limitação, BEGLEY *et. al.* [36] propuseram a utilização da Integral J como critério de fratura, indicando o início do crescimento estável da trinca, ponto 3 da Figura 17 como J_{IC} .

Essa técnica requer o uso de inúmeros corpos de prova, com diferentes tamanhos de trinca, tornando o ensaio custoso e demorado, além disso, possui a limitação de não representar a região de crescimento estável da trinca, região importante, principalmente para os FMLs devido ao *crack bridging mechanism*.

Sendo assim, RICE *et. al.* [37], partindo da definição da Integral J , desenvolveram um método mais simples, relacionando J com o trabalho realizado durante o carregamento por unidade de área não trincada, de acordo com a seguinte equação:

$$J = \frac{2A}{bB} \quad (19)$$

onde A é a área sob a curva $P-v$ (Figura 18), b é o ligamento remanescente e B é a espessura do corpo de prova.

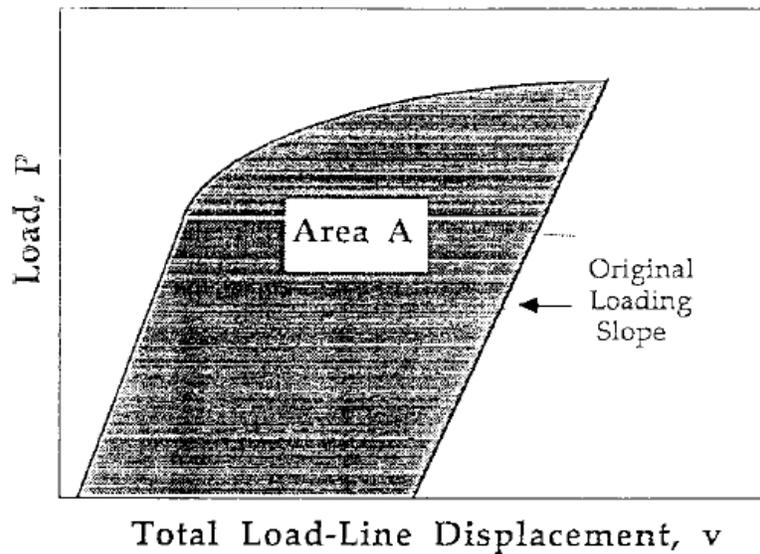


Figura 18 – Esquemático do parâmetro A sob a curva $P-v$ [25].

Com essa proposta, o valor de J_{IC} poderia ser obtido com o auxílio de um único corpo de prova carregado até o início do crescimento estável da trinca. Entretanto, segundo ALMEIDA [5], a determinação exata do início do crescimento estável da trinca é muito difícil e por isso, essa técnica não é muito utilizada.

Para a determinação do J_{IC} a partir de um único corpo de prova, a norma ASTM E1820 [25] recomenda o método das descargas parciais, que será apresentado mais a frente, que se baseia na mudança da flexibilidade elástica do corpo de prova a medida que aumenta o comprimento da trinca.

Da mesma forma que o cálculo do CTOD tradicional, a ASTM E1820 [25] separa a Integral J em duas componentes: elástica e plástica:

$$J = J_{el} + J_{pl} \quad (20)$$

A componente elástica, como já mostrado, pode ser representada por uma relação direta com a taxa de liberação de energia, que, em consequência, se relaciona com K . Já aplicando a correção no módulo de elasticidade para a correta representação aos materiais ortotrópicos (equação (3)), temos que, para o modo I de fratura:

$$J_{el} = G = \frac{K_I^2}{E'} \quad (21)$$

Já a componente plástica, baseado no modelo proposto por RICE *et. al.* [37], pode ser descrita pela relação:

$$J_{pl} = \frac{\eta' A_{pl}}{b B_N} \quad (22)$$

onde η' é um parâmetro adimensional, A_{pl} é a área sob a curva $P-v$, da Figura 18, b é o ligamento remanescente ($W-a$ da Figura 13) e B_N é a espessura global do corpo de prova ($B_N = B$ se não houver entalhes laterais).

3.1.3 – Relação entre os parâmetros de fratura

Os principais parâmetros da mecânica da fratura foram definidos nos capítulos anteriores G , K , δ , δ_5 e J . Como também já foi apresentado, no regime linear-elástico, é possível correlacionar os parâmetros que definem a MFEP (δ e J) com os da MFLE (G e K): Equações (6) e (21).

Agora, para corpos carregados monotonicamente com trincas estacionárias, SHIH [38] mostrou através da teoria do campo HRR, que existe uma relação linear entre a Integral J e δ :

$$J = m\sigma_{YS}\delta \quad (23)$$

Além disso, embora ainda não exista uma relação entre J e o δ_5 , a mesma relação apresentada pela equação (23) pode ser utilizada. CASTRODEZA *et. al.* [39], utilizando laminados unidirecionais e valores de $m = 1$ (estado plano de tensões), mostraram que os ensaios apresentaram uma boa correspondência com a reta de identidade. ALMEIDA [5], em sua dissertação de mestrado, observou o mesmo comportamento para laminados bidirecionais, como pode ser visto na Figura 19 para um GLARE 3 5/4 0,3, através de ensaios em corpos de prova C(T).

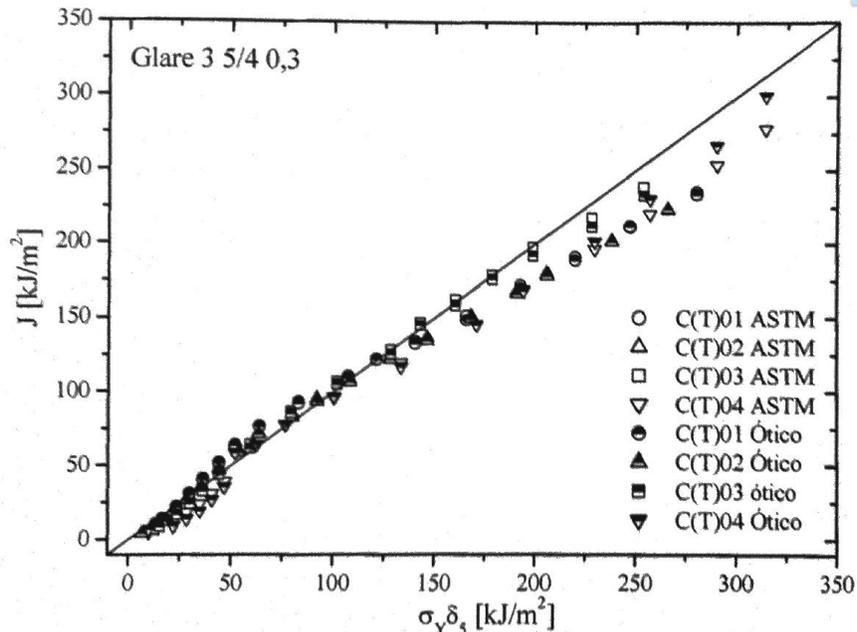


Figura 19 – Resultado de correspondência entre J e o CTOD de Schwalbe, por ALMEIDA [5].

3.2 – AVALIAÇÃO DA TENACIDADE À FRATURA VIA CURVAS DE RESISTÊNCIA (R-CURVE)

As curvas de resistência (R-curve) se caracterizam pela resistência à propagação de uma trinca de um material dúctil por meio da medição contínua da tenacidade em dependência da extensão da trinca [39].

Por conceito, a resistência à propagação de uma trinca nas curvas de resistência é dada por meio de um balanço energético, no qual a fratura ocorre quando a energia disponível para o crescimento da trinca ou taxa de energia liberada G é maior que a resistência do material R , dependendo de como a taxa de energia liberada e a resistência do material variam com o comprimento da trinca, o crescimento pode acontecer de maneira estável ou instável.

Geralmente, não é comum a representação das curvas de resistência em função de termos energéticos (G ou R) e sim em unidades de fator de intensidade de tensões (K e K_R), uma

vez que o fator de intensidade de tensões possui uma aplicação muito ampla na mecânica da fratura, conforme apresentado na Figura 20. As grandezas G e R podem ser facilmente convertidos em fator de intensidade de tensões, através das seguintes relações:

$$G = \frac{K^2}{E} \quad (24)$$

$$R = \frac{K_R^2}{E} \quad (25)$$

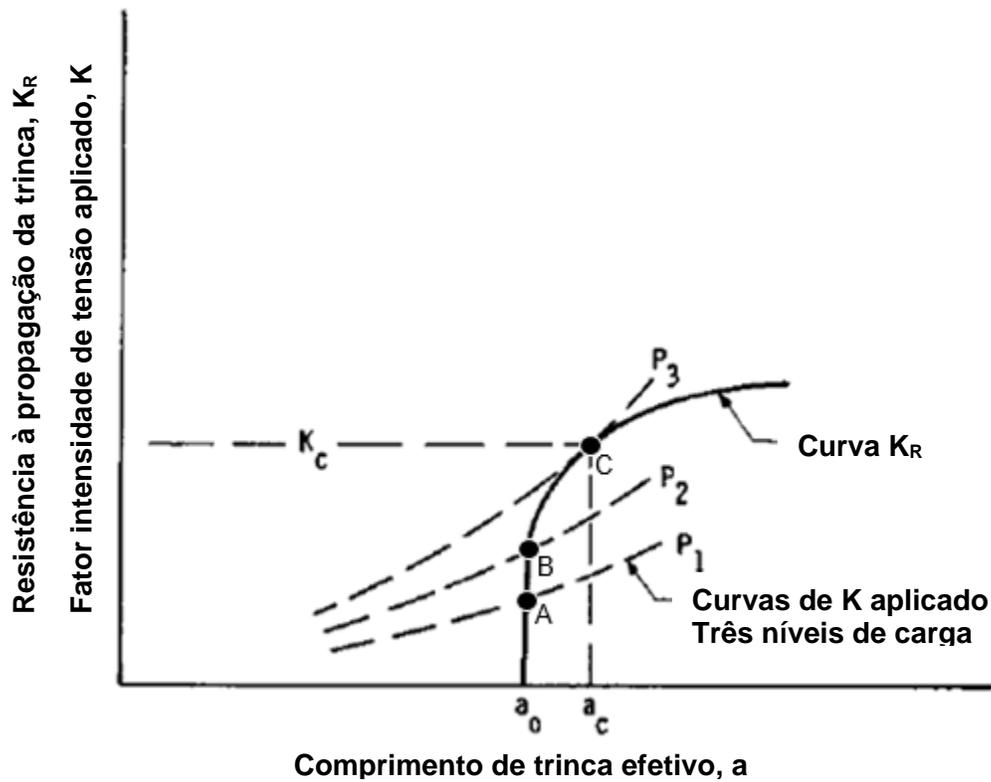


Figura 20 – Esquemática representação de uma curva de resistência e o fator de intensidade de tensões aplicado (K) [7].

A partir dessa representação, é possível verificar o crescimento estável e instável da trinca. Quando uma trinca de comprimento inicial $2a_0$, presente no material, é submetida a uma tensão P_1 , ela começa a crescer lentamente (ponto A, onde $K = K_R$). Mantendo-se a tensão P_1 constante, não há crescimento adicional da trinca, uma vez que um pequeno aumento no comprimento da trinca para esse nível de tensão resultaria em $K(P_1) < K_R$. No entanto, um aumento no nível de tensão para P_2 induz um crescimento adicional da trinca (ponto B). O processo de crescimento estável da trinca, com o aumento da tensão, prossegue até que haja uma combinação crítica entre tensão (P_3) e comprimento de trinca (a_c), que ocorre no ponto de instabilidade (ponto C). A partir desse ponto, se a tensão é aumentada para valores superiores a P_3 , K se mantém sempre maior que K_R , para qualquer comprimento de trinca. É importante ressaltar que o crescimento instável de trinca só ocorre quando duas condições são satisfeitas:

$$K > K_R \quad (26)$$

$$\frac{\partial K}{\partial a} > \frac{\partial K_R}{\partial a} \quad (27)$$

O crescimento da trinca observado entre os níveis de aplicação de carga P_2 e P_3 acontece lentamente e de maneira estável, uma vez que ele cessa quando a tensão permanece constante. Durante este crescimento estável da trinca, ocorre um equilíbrio contínuo da energia dissipada e absorvida. Quando não há um balanço de energia, o crescimento pode ser interrompido, $K_R > K$, ou então pode tornar-se instável, $K > K_R$.

Para se obter as curvas de resistência, faz-se necessária a medição das grandezas fraturmecânicas apresentadas anteriormente: K , $\bar{\delta}$, $\bar{\delta}_5$ e J , além de acompanhar o crescimento estável da trinca durante o teste.

3.2.1 – Métodos para determinação do crescimento da trinca

- *Método das Descargas Parciais:*

Corpos de prova trincados com dimensões externas idênticas tornam-se mais flexíveis com o aumento do comprimento da trinca. Baseado nesse comportamento, o método das descargas parciais (*unloading compliance*) permite determinar o comprimento da trinca ao longo dos testes mediante a realização de descargas parciais em intervalos regulares para a medição da flexibilidade elástica CP. Um registro carga versus deslocamento típico de um registro de descargas parciais pode ser visto na Figura 21. Em cada uma das descargas, o valor da flexibilidade do material é determinado pela inclinação do registro nas descargas, sendo essa flexibilidade associada ao comprimento de trinca instantâneo [23].

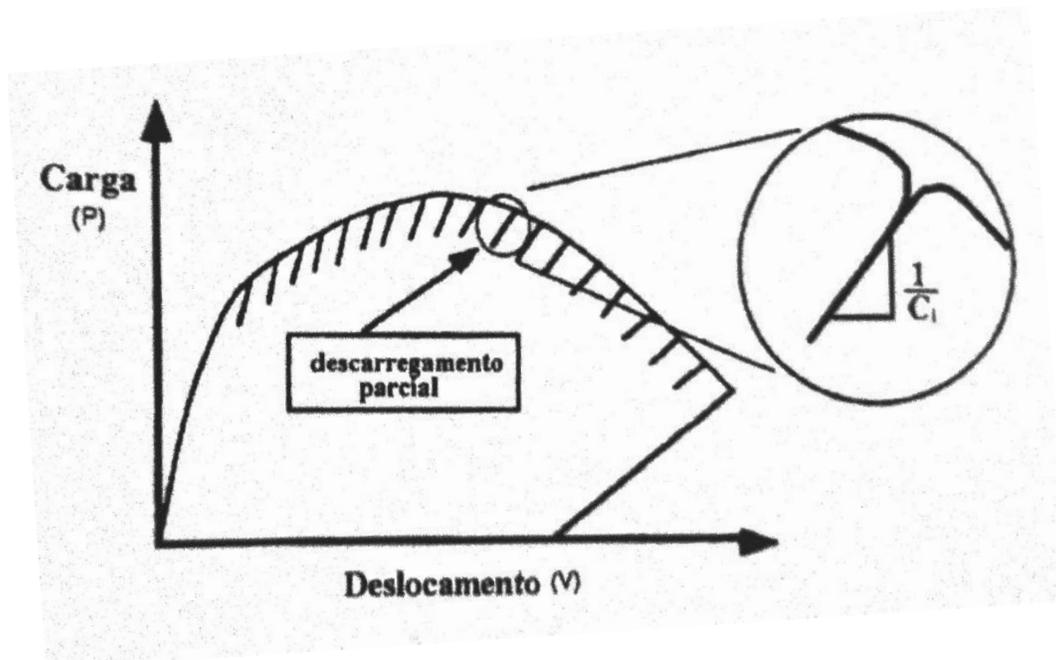


Figura 21 – Gráfico P versus CMOD típico de um teste de descargas parciais [45].

Para que os ciclos de carregamento e descarregamento ocorram sempre de forma elástica, a máxima variação recomendada pela norma em cada sequência não pode ultrapassar 50%

da carga máxima de pré-trincamento (P_f) ou da carga instantânea no início da descarga (o que for menor). As normas fornecem expressões polinomiais que relacionam a razão a/W à flexibilidade $C(i)$ em cada descarga, para corpos de prova C(T) pela ASTM E1820 [25] e para corpos M(T) pela ASTM E561 [7].

Para o cálculo da flexibilidade elástica $C(i)$, é necessário determinar a inclinação de cada curva de descarga/recarga obtida, em cada corpo de prova. É importante ressaltar que a correta determinação desses valores permite uma avaliação mais exata do crescimento da trinca no material, minimizando a possibilidade de erros de estimativa.

- *Método ótico:*

O método ótico para determinação do crescimento da trinca consiste na medição do comprimento da trinca em cada estágio de propagação a partir de imagens adquiridas durante o ensaio, através de equipamentos óticos que facilitam essa medição [5]. A Figura 22 pode ilustrar o procedimento.

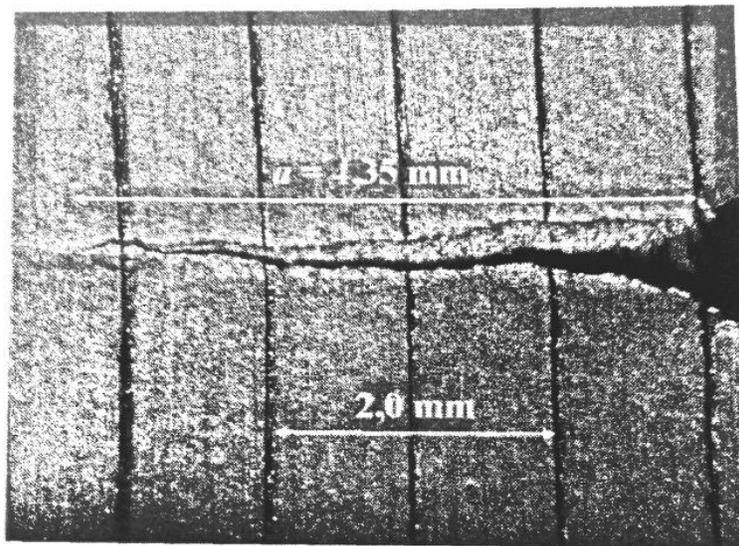


Figura 22 – Exemplo de medição do tamanho da trinca em um FMLs tipo GLARE pelo método ótico [5].

3.2.2 – Alguns trabalhos relacionados ao levantamento de curvas de resistência nos FMLs

Alguns estudos vêm sendo realizados como forma de utilizar os métodos convencionais e consagrados para levantamento das curvas de resistência de materiais metálicos nos FMLs, como a descrita na ASTM E561 [7] e também na ASTM E1820 [25].

CASTRODEZA *et. al.* [21], [41] e [42] obtiveram resultados satisfatórios na determinação da tenacidade à fratura de FMLs na carga máxima ou em ponto críticos utilizando a norma ASTM E1820 [25]. No entanto, foi observado e o método de CTOD tradicional, não é indicado para utilização em FMLs principalmente devido à limitação da aplicação do modelo de dobradiça plástica para esses materiais.

CASTRODEZA *et. al.* [42], também compararam os valores teóricos de resistência residual de corpos de prova pequenos C(T) e SE(B), com os valores experimentais em corpos de prova M(T), que são grandes painéis trincados. Verificaram que os resultados teóricos foram bem próximos dos valores experimentais, mostrando que a utilização de corpos de prova pequenos é uma interessante alternativa para substituição dos grandes painéis M(T), requeridos pela norma ASTM E561 [7]. Ainda segundo essa discussão, ALMEIDA [5] apresentou um estudo comparativo de levantamento das curvas de resistências para FMLs tipo GLARE bidirecionais, utilizando os corpos de prova M(T) e C(T). Concluindo que as curvas obtidas pra corpos M(T) e C(T) apresentaram boa correspondência entre si.

ABDALA [44] estudou a aplicabilidade do método das descargas parciais nos FMLs unidirecionais, verificando com alto grau de sucesso, o crescimento estável da trinca durante os ensaios. ALMEIDA [5] e CASTRODEZA *et. al.* [43], utilizando da mesma metodologia, verificaram com sucesso a aplicabilidade do método também para FMLs bidirecionais. A Figura 23 e a Figura 24 apresentam exemplos de curvas de resistência obtidas com J e o δ_5 para o GLARE 3, para o método ótico e para o método das descargas parciais.

Ainda, ALMEIDA [5] verificou a necessidade de maiores estudos relacionados à aplicação do método aos corpos de prova M(T), onde fez-se necessário uma correção dos valores de Δa calculados por cada descarga devido à típica ocorrência de flambagem, mesmo com a utilização de guias inibidoras, reforçando o interesse na utilização de corpos de prova menores.

Por fim, FONTES [23], que estudou as curvas de resistência de laminados tipo GLARE 3 bidirecionais quando submetidos à baixas temperaturas (-50°C), observou que o método das descargas parciais ainda continua aplicável nessas condições, além da relação entre o δ_5 e a Integral J conforme exposto anteriormente. Em adição, concluiu que embora o início do crescimento estável da trinca não seja afetado pela baixa temperatura, o início da instabilidade se iniciou com cargas menores nos corpos de prova a -50°C, indicando que a utilização dos laminados tipo GLARE 3 bidirecionais são mais críticas do ponto de vista estrutural quando comparada com a utilização à temperatura ambiente.

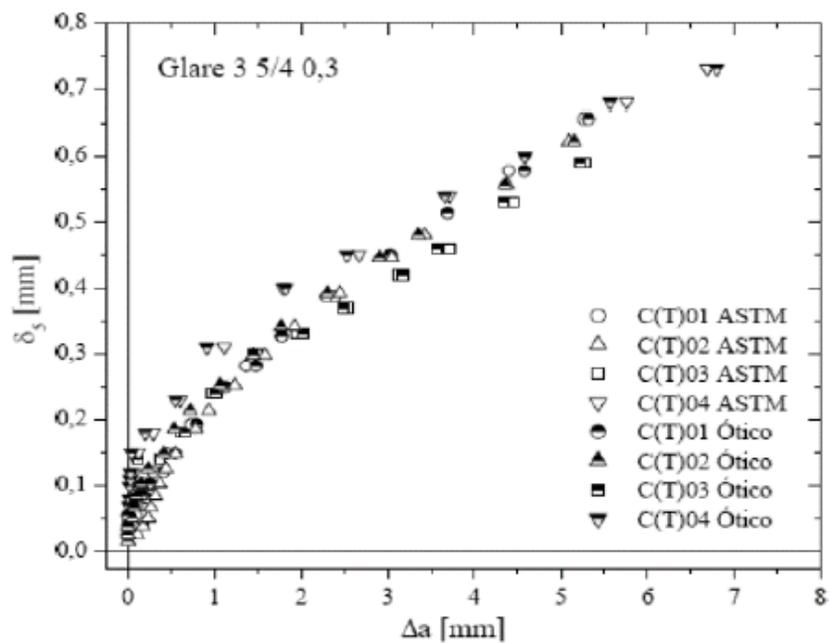


Figura 23 – Curvas δ_5 - Δa obtidas pelo método das descargas parciais e pelo método ótico em corpos de prova C(T) [5].

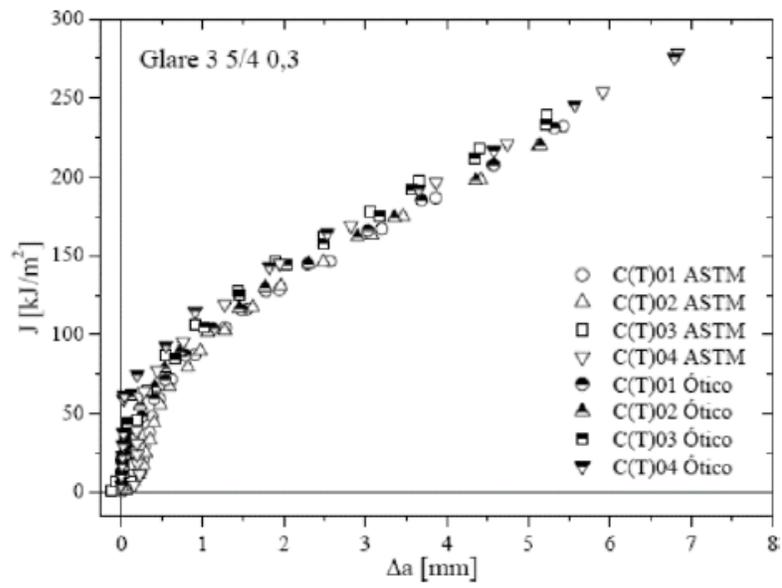


Figura 24 – Curvas J - Δa obtidas pelo método das descargas parciais e pelo método ótico em corpos de prova C(T) [5].

Capítulo 4 – MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS APLICADO AOS FMLS

A engenharia assistida por computador (CAE) vêm se tornando cada vez mais presente nas atividades da indústria como forma de complemento aos testes experimentais. A possibilidade de estudo de diferentes parâmetros que influenciam na resposta do sistema sem a necessidade de consumo de material e grande tempo para confecção de matéria prima e realização de experimentos, são vantagens muito atrativas para a indústria atual, como a indústria de óleo e gás, naval, aeronáutica, automotiva, civil, elétrica, entre outras.

Diferentes métodos numéricos de obtenção de soluções aproximadas para um problema de engenharia estão disponíveis atualmente, cada um com suas características específicas que fazem com se sejam mais ou menos adequados a cada tipo de problema. O Método dos Elementos Finitos (MEF) teve suas origens na análise estrutural. Com o surgimento dos primeiros computadores digitais no início da década de 1950, os métodos matriciais para a análise estrutural tiveram um grande desenvolvimento. As primeiras aplicações envolviam apenas estruturas reticuladas, mas a crescente demanda por estruturas mais leves, tais como as encontradas na indústria aeronáutica, conduziu ao desenvolvimento de métodos numéricos que pudessem ser utilizados nas análises de problemas mais complexos [46], [47]. Na década de 1970, o MEF teve suas aplicações estendidas a problemas de mecânica dos fluidos e, desde então, vem consolidando-se como um método mais geral de solução de equações diferenciais parciais.

Segundo COOK [48], uma definição não sofisticada do método consiste na divisão da estrutura estudada em vários elementos (pedaços da estrutura), descrevendo o comportamento de cada elemento de uma forma simples e depois reconectando esses elementos nos nós, como se os nós fossem pinos ou colas que unem o contorno desses elementos, Figura 25. Esse processo resulta em um conjunto de várias equações algébricas. Em uma análise de tensões, essas equações são relações de equilíbrio nos nós. Em um modelo, muitas equações de equilíbrio precisam ser resolvidas, o que significa que a implementação via computador é mandatória.

A Figura 26 ilustra um exemplo típico de MEF utilizado para estudo de delaminação nos FMLs, onde as camadas individuais são representadas por elementos sólidos e a interface por elementos de superfície responsáveis pelo contato das camadas e enriquecidos com modelo de falha.

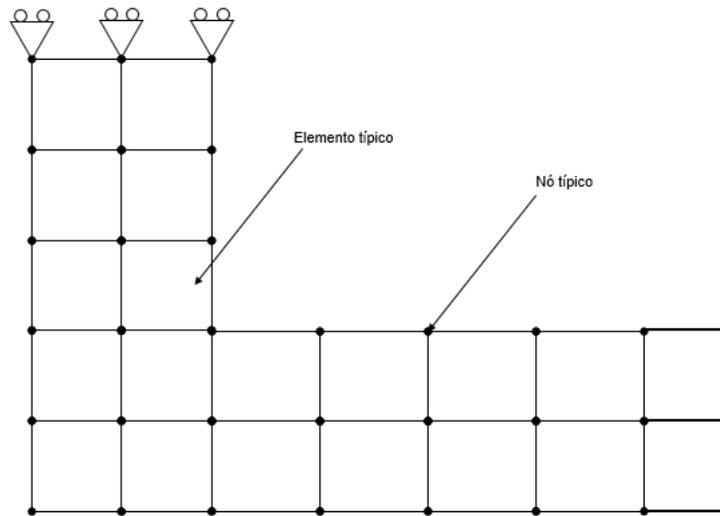


Figura 25 – Malha de elementos finitos típica de um problema 2D de uma viga em L utilizando elementos de primeira ordem.

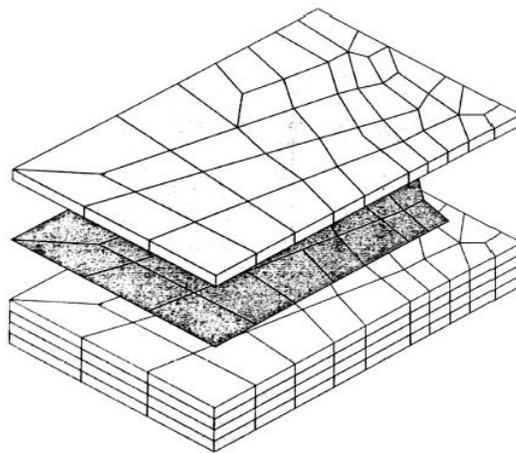


Figura 26 – Representação de uma malha de elementos finitos aplicado à um painel tipo GLARE [49].

4.1 – INTRODUÇÃO AO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Quando se utiliza da modelagem computacional para solução de problemas de engenharia, a primeira etapa consiste na identificação dos fatores que influenciam de maneira relevante no problema, implicando na escolha adequada dos princípios físicos e das variáveis que descrevem o problema, resultando em um modelo matemático constituído por um conjunto de equações diferenciais. A segunda etapa do processo consiste em obter a solução do modelo matemático. Essa tarefa pode ser atribuída aos métodos numéricos [50].

A definição matemática do MEF pode ser atribuída a uma equação principal polinomial de interpolação dentro de um domínio finito que apresenta diferentes sub-funções, cada uma aplicada a certos sub-domínios, i.e. ao longo de um elemento, o campo de uma determinada quantidade contínua, como por exemplo o campo de deslocamento, é uma interpolação dos valores dessa quantidade contínua calculada em um número finito de pontos dentro do sub-domínio, i.e. os nós. Quando os elementos são conectados, esse campo se torna interpolado ao longo de toda a estrutura por várias equações polinomiais diretamente relacionadas ao número de elementos [48]. A determinação das quantidades contínuas nos nós está associada à minimização de uma grandeza integral que está relacionada a cada problema particular, gerando um conjunto de equações algébricas que podem ser expressas de maneira matricial pela seguinte equação:

$$K_{FEM}D = F \quad (28)$$

onde D é o vetor das variáveis não conhecidas (valores do campo da quantidade contínua), F é o vetor dos carregamentos conhecidos e K_{MEF} a matriz das constantes conhecidas (em uma análise de tensões, conhecida como matriz de rigidez). Matematicamente, diz-se que a solução é obtida através da ponderação da solução aproximada em todo o domínio, com o que se minimiza o erro.

COOK [48] atribuiu à versatilidade como a grande vantagem do método. A estrutura analisada pode possuir uma forma, condições de contorno e de carregamentos arbitrários. Generalidades estas que não existem nas teorias analíticas clássicas.

Como apresentado anteriormente, o MEF é usado para solucionar problemas físicos na engenharia. Segundo BATHE [51], o processo de uma análise de elementos finitos (FEA em sua sigla em inglês) pode ser resumido conforme a Figura 27. O problema físico tipicamente envolve a estrutura atual ou o componente estrutural submetido a uma determinada condição de carregamento. A idealização do problema físico em um modelo matemático requer assumir algumas premissas que juntas levam às equações diferenciais que governam o modelo matemático. O MEF soluciona estas equações diferenciais. Como o MEF é um procedimento matemático, torna-se necessário verificar a acurácia da solução. Se o critério de acurácia da solução não for atendido, a solução numérica deve ser repetida com parâmetros mais refinados, como por exemplo refino da malha de elementos finitos, que nada mais é que o refino da discretização do domínio finito, até que uma suficiente acurácia seja atingida. É importante ressaltar que o MEF simplesmente resolve um modelo matemático e requer de premissas associadas a fase de pré-processamento. A resposta da solução é diretamente associada à seleção dessas premissas, portanto, a escolha do modelo matemático apropriado é essencial para determinar a acurácia em relação ao modelo físico que a análise irá obter.

Uma vez estabelecida a solução das equações pelo MEF, torna-se necessária a interpretação dos resultados de forma a identificar mudanças nas premissas de pré-processamento que podem melhorar a acurácia em relação ao modelo físico. Além disso, alterações estruturais no modelo físico podem ser necessárias dependendo da interpretação dos resultados, induzindo mais uma iteração dentro do ciclo de processamento.

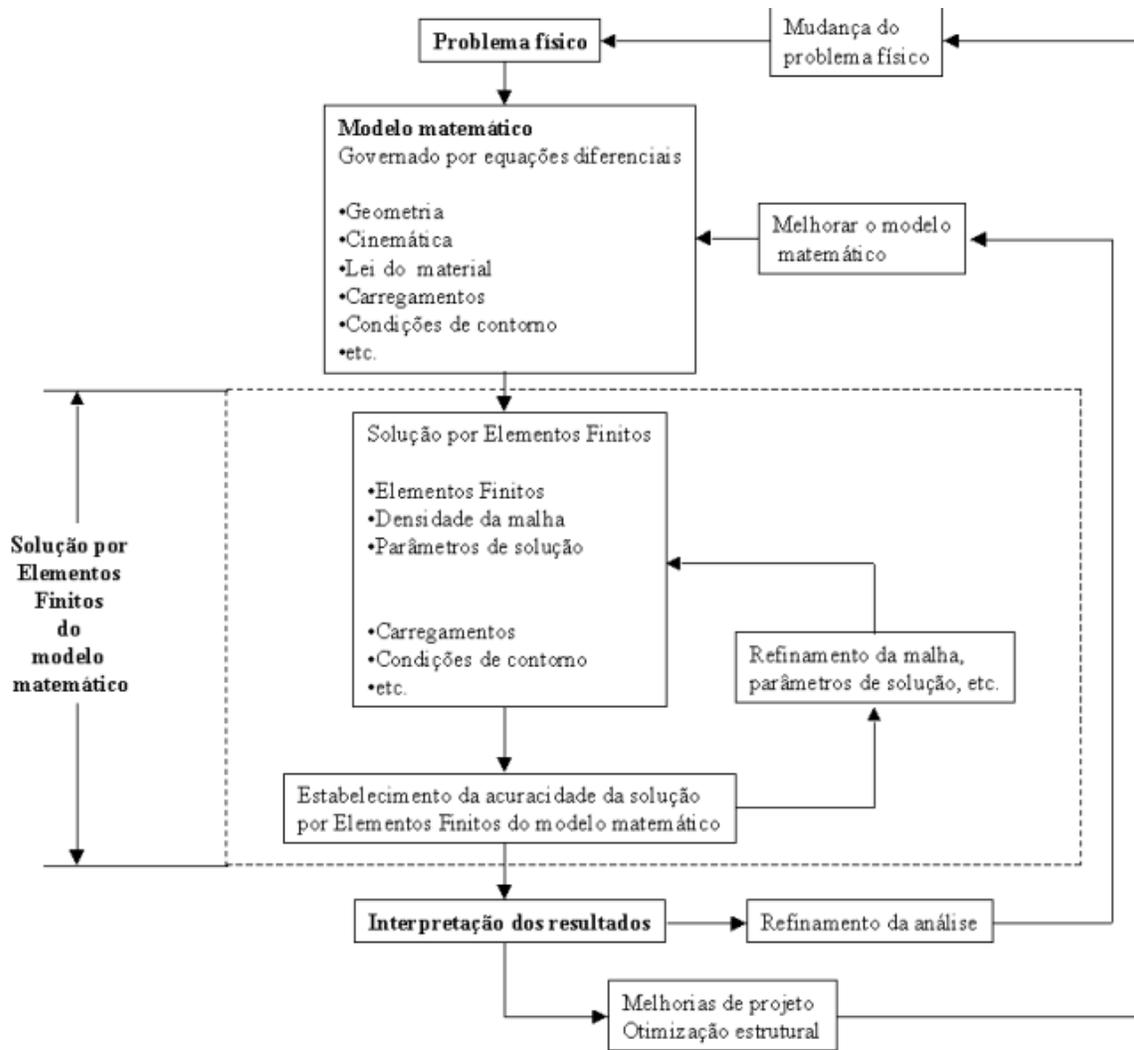


Figura 27 – Resumo de um processo de solução pelo MEF.

4.1.1 – Malha de elementos finitos: nós e elementos

A malha de elementos finitos é composta pelos contornos contínuos do domínio finito, chamado de elementos. Os nós são pontos que aparecem nos contornos dos elementos que servem para conectá-los. Na Figura 28 os elementos são representados pelas áreas triangulares e os nós pelos pontos. Neste exemplo, todos os nós com exceção os dos pontos A e C compartilham um ou mais elementos, onde estes elementos possuem o mesmo campo de deslocamento nestes nós compartilhados.

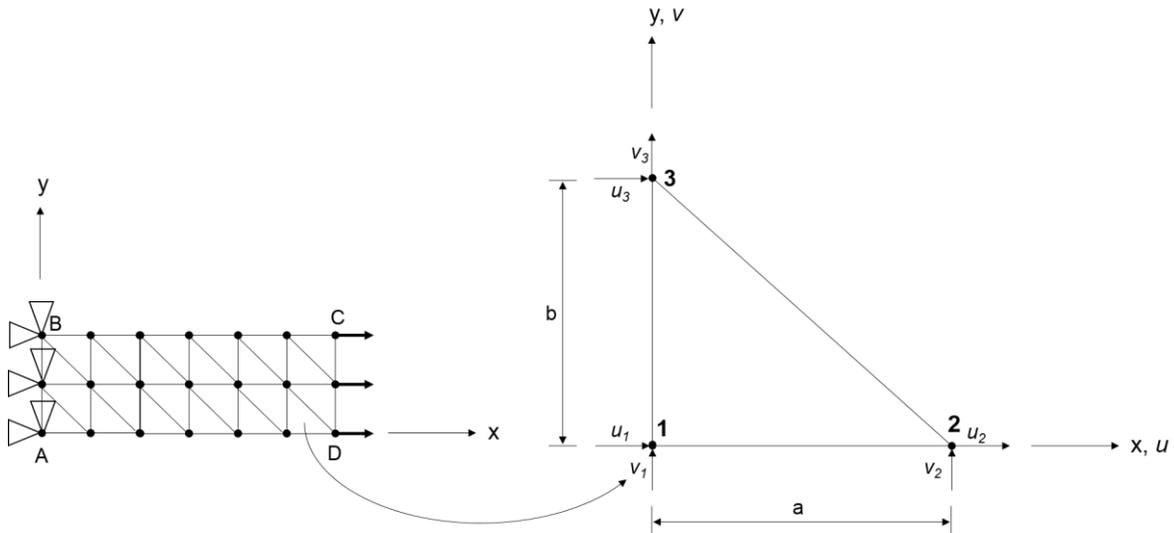


Figura 28 – Exemplo de problema 2D com detalhe para um elemento triangular de primeira ordem.

Considerando o elemento plano triangular detalhado na Figura 28, o campo de deslocamento nas coordenadas locais do elemento (u e v), podem ser expressas por a seguinte equação polinomial em x e y :

$$u = \beta_1 + \beta_2 x + \beta_3 y \quad (29)$$

$$v = \beta_4 + \beta_5 x + \beta_6 y$$

onde β_i podem ser relacionadas às amplitudes de deslocamento. Para o exemplo em questão, considerando o deslocamento u , β_1 é a amplitude de deslocamento de corpo rígido e β_2 e β_3 são as amplitudes do deslocamento de variação linear, todas na direção x . Conhecendo que:

$$u = u_1 \quad \text{e} \quad v = v_1 \quad \text{em} \quad x = 0 \quad \text{e} \quad y = 0 \quad (30)$$

$$u = u_2 \quad \text{e} \quad v = v_2 \quad \text{em} \quad x = a \quad \text{e} \quad y = 0$$

$$u = u_3 \quad \text{e} \quad v = v_3 \quad \text{em} \quad x = 0 \quad \text{e} \quad y = b$$

Podemos reescrever β em função de u_1, v_1, u_2, v_2, u_3 e v_3 , uma vez que substituindo (30) em (29) temos um sistema de seis equações e seis incógnitas:

$$\begin{aligned} u &= \left(1 - \frac{x}{a} - \frac{y}{b}\right) u_1 + \left(\frac{x}{a}\right) u_2 + \left(\frac{y}{b}\right) u_3 \\ v &= \left(1 - \frac{x}{a} - \frac{y}{b}\right) v_1 + \left(\frac{x}{a}\right) v_2 + \left(\frac{y}{b}\right) v_3 \end{aligned} \tag{31}$$

Escrevendo o campo de deslocamentos do elemento por (29) ou por (31), observa-se que seis variáveis são necessárias (β_i ou u_i e v_i) para a representação da interpolação linear dentro do domínio do elemento, o que caracteriza um problema de seis graus de liberdade, i.e. dois graus de liberdade por nó.

Generalizando a equação (31), podemos escrever:

$$\begin{aligned} u^e &= \sum_{i=1}^3 N_i u_i = N_1 u_1 + N_2 u_2 + N_3 u_3 \\ v^e &= \sum_{i=1}^3 N_i v_i = N_1 v_1 + N_2 v_2 + N_3 v_3 \end{aligned} \tag{32}$$

onde N_i são chamadas de função de interpolação, definidas por:

$$N_i^e(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{se } (x, y) \neq (x_i, y_i) \\ 1 & \text{se } (x, y) = (x_i, y_i) \end{cases} \quad (33)$$

O que matematicamente define uma equação polinomial de interpolação no domínio do elemento. Fisicamente, a equação (32) significa a contribuição do deslocamento de cada nó ponderada por uma função de interpolação em uma determinada posição x e y dentro do domínio do elemento.

Resolvendo o campo de deformações no domínio do elemento, temos:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} = \beta_2 = (u_2 - u_1)/a \\ \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} = \beta_6 = (v_3 - v_1)/b \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = \beta_3 + \beta_5 = \frac{u_3 - u_1}{b} - \frac{v_2 - v_1}{a} \end{aligned} \quad (34)$$

Este elemento triangular é chamado de *constant strain triangle* devido ao fato de nenhum dos três componentes de deformação variarem ao longo do elemento. O que mostra uma limitada aplicação deste tipo de elemento, que não consegue representar uma variação linear da deformação em uma condição de flexão pura. Em adição a isso, através da equação (31), pode-se observar que a condição deformada do elemento irá manter sempre as arestas retas. Essas características se dão pelo fato da função de interpolação N_i ser linear, o que define o elemento como de primeira ordem.

Para o caso apresentado na Figura 28, onde não há flexão, elementos de primeira ordem possibilitarão uma boa resposta para o modelo, porém, para casos onde faz-se necessária a representação de uma resposta linear da deformação, elementos de segunda ordem são mais indicados. Para que o elemento seja de segunda ordem, faz-se necessária a utilização de funções de interpolação parabólicas mantendo a definição de N_i expressa pela equação (33), ou seja, a utilização de nós intermediários às arestas. Utilizando o elemento triangular

plano como exemplo, o número de nós passaria de três para seis e os graus de liberdade de seis para 12, como apresentado na equação abaixo.

$$\begin{aligned}
 u &= \beta_1 + \beta_2x + \beta_3y + \beta_4x^2 + \beta_5xy + \beta_6y^2 \\
 v &= \beta_7 + \beta_8x + \beta_9y + \beta_{10}x^2 + \beta_{11}xy + \beta_{12}y^2
 \end{aligned}
 \tag{35}$$

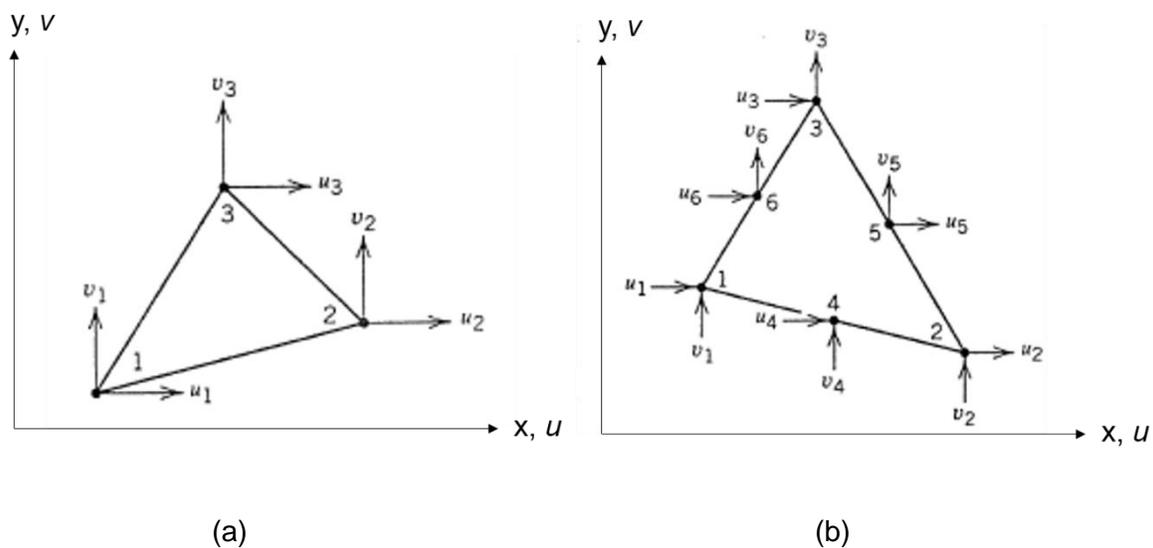


Figura 29 – Elemento triangular plano: (a) para elemento de primeira ordem e (b) de segunda ordem.

Aplicando as mesmas equações (34) no elemento de segunda ordem regido pela equação (35), observa-se que a resposta da deformação passa a ser linear ao longo do elemento, conhecido por *linear strain triangle*. Claramente é um elemento mais competente do que o triângulo de seis nós, porém, depende de um maior custo computacional para a solução das suas equações. Essa relação entre acurácia de solução e tempo computacional pode ser exemplificada pela Figura 30, onde é mostrada uma comparação de discretização do erro da solução numérica em relação a ordem do elemento selecionado.

Os elementos triangulares resumidos acima são utilizados para problemas de estados planos, no qual a variação de deformação ou tensão são desprezíveis na direção z , i.e. direção perpendicular ao plano de análise. Se os deslocamentos e tensões podem variar com as três coordenadas, a estrutura deve ser acessada por elementos sólidos 3D, chamados de problemas de estado sólido 3D. Uma chapa reta submetida à carregamentos *in-plane* são problemas de estado plano, porém, se são submetidas a carregamentos laterais e conseqüentemente à flexão, são chamados de problemas de placa e acessados por elementos de placa. Se a placa é curva, se transformam em problemas de casca (*shell*). Os elementos de casca podem ser submetidos aos carregamentos *in-plane* e laterais, além disso, deformações planas e de flexão normalmente aparecem conjuntamente. Portanto, existem elementos planos, sólidos, de placa, de casca, além elementos especiais, como para fundações elásticas, ponta de trincas, tubulações curvas, dentre outros [48].

Equações como a (29) e a (35) constituem a base do MEF. Considerando a solução de um problema de análise de tensões, resta-se a base de manipulação para gerar a matriz de rigidez (K_{MEF}) que descreve o comportamento do elemento, conectar os elementos para produzir o MEF, aplicar as condições de carregamento, impor as condições de contorno, resolver os resultados nodais através da equação geral (31) e usar os resultados nodais para calcular as deformações e finalmente as tensões.

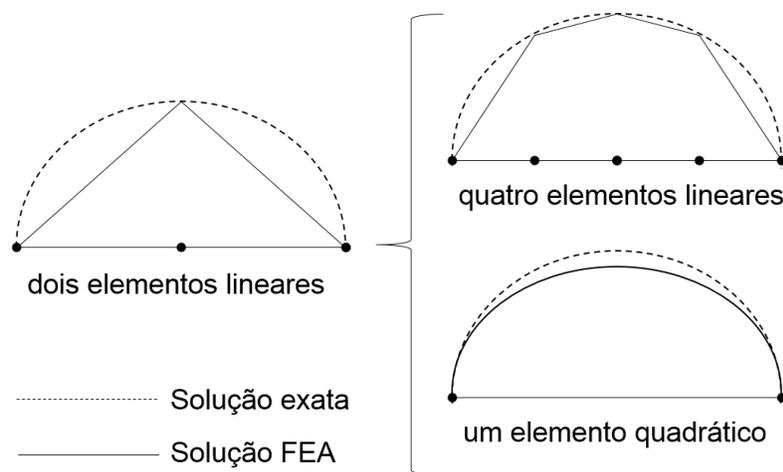


Figura 30 – Comparativo de discretização de erro para três abordagens diferentes em relação à ordem do elemento.

4.1.1.1 – Elementos isoparamétricos

Para o cálculo da matriz de rigidez K_{MEF} é necessária uma integração no interior do domínio do elemento. Essa integral típica, resultante da discretização por elementos finitos, têm a forma:

$$K_e = \int B'^T D_c B' dV \quad (36)$$

onde B' é o operador diferencial aplicado às funções de interpolação N_i , D_c é a matriz constitutiva do material e V o volume de integração do elemento. Essa integral pode ser aplicada no domínio real do problema, porém, na prática, os elementos se encontram distorcidos e/ou inclinados em relação aos eixos de coordenadas, como por exemplo elementos singulares aplicados na mecânica da fratura que serão discutidos mais a frente, o que torna complicado sistematizar o cálculo da integral. Este é o motivo pelo qual a utilização de elementos isoparamétricos se tornou padrão.

A idéia principal deste tipo de elemento é mapear a geometria em um sistema local de coordenadas naturais, onde as integrais podem ser facilmente efetuadas, analítica ou numericamente. Para isto, a solução aproximada e suas derivadas devem ser escritas em função dessas coordenadas naturais. O termo *isoparamétrico* (parâmetros iguais) vem do fato de que o mapeamento da geometria é feito através do uso dos mesmos parâmetros utilizados na interpolação da solução aproximada. Deve-se observar que embora os parâmetros sejam os mesmos, não há nenhuma restrição quanto ao uso de interpolações diferentes para a geometria e para a aproximação da solução [47].

O mapeamento isoparamétrico consiste em mapear um elemento em um domínio regular de coordenadas naturais $\xi\eta$ onde o contorno do elemento é sempre definido por $\xi = \pm 1$ e $\eta = \pm 1$. O mapeamento é dado pelas funções polinomiais de interpolação idênticas às utilizadas na aproximação da solução, i.e. mesma parametrização para a geometria e parametrização. Tomando como exemplo um elemento 2D plano quadrilátero com

deformação constante, Figura 32, a aproximação do campo de deslocamentos u escrito em termos das coordenadas naturais $\zeta\eta$ é dada por:

$$\hat{u}_e(\xi, \eta) = \sum_{i=1}^4 N_i(\xi, \eta) u_i \quad (37)$$

onde $N_i(\xi, \eta)$ é a função de interpolação do nó j nas coordenadas naturais do elemento.

A posição dos nós no sistema natural de coordenadas é dado por:

$$\begin{aligned} x(\xi, \eta) &= \sum_{i=1}^4 N_i(\xi, \eta) x_i \\ y(\xi, \eta) &= \sum_{i=1}^4 N_i(\xi, \eta) y_i \end{aligned} \quad (38)$$

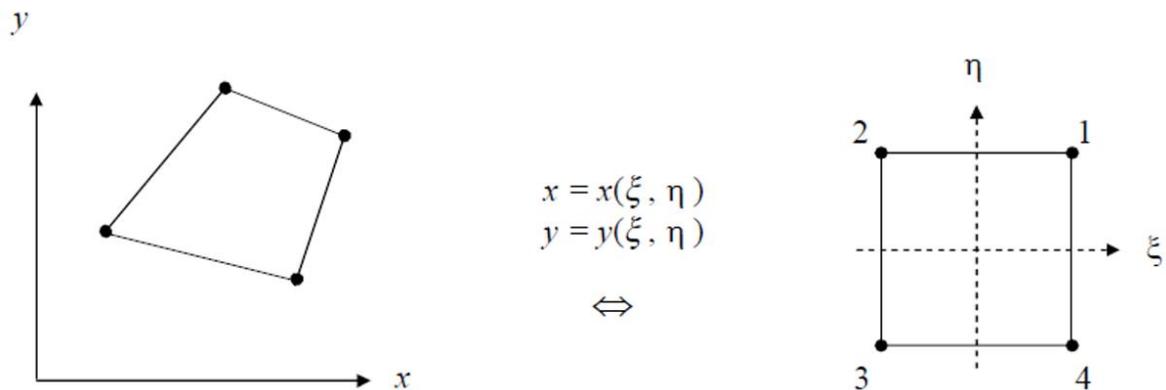


Figura 31 – Elemento isoparamétrico de um elemento quadrilátero de primeira ordem [47].

O nome isoparamétrico deriva do uso da mesma função de interpolação para interpolar coordenadas e deslocamentos [48]. Com essa aproximação em termos das coordenadas naturais ξ, η , o integrando da equação (36) passa a ser:

$$K_e = \int B^T(\xi, \eta) D_c B(\xi, \eta) dV \quad (39)$$

Para a representação da matriz B em termos das coordenadas naturais, torna-se necessária estabelecer uma relação entre os gradientes nos dois sistemas de coordenadas. Portanto, torna-se necessária a definição de uma matriz de transformação de coordenadas. Sabendo que para um elemento bidirecional:

$$\begin{aligned} x &= f_1(\xi, \eta) \\ y &= f_2(\xi, \eta) \end{aligned} \quad (40)$$

Aplicando a regra da cadeia, para uma função $f(x, y)$ pode-se escrever:

$$\frac{\partial f(x, y)}{\partial \xi} = \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \xi} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \xi} \quad (41)$$

$$\frac{\partial f(x, y)}{\partial \eta} = \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \eta} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \eta}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial \xi} \\ \frac{\partial}{\partial \eta} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix}}_{Jb} \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (42)$$

onde Jb é chamada de matriz Jacobiana de transformação de coordenadas. Consequentemente, as derivadas em relação à x e y de uma função $f(\xi, \eta)$ é dada por:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{bmatrix} = Jb^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial \xi} \\ \frac{\partial}{\partial \eta} \end{bmatrix} \quad (43)$$

onde a matriz Jacobiana é determinada pelas derivadas das equações expostas em (38).

Com isso, como já definda a matriz Jacobiana de transformação de coordenadas, aplicando a transformação do domínio $dV = t dx dy = t |Jb| d\xi d\eta$, onde t representa a espessura do elemento, podemos reescrever (39), obtendo:

$$K_e = \int B'^T D_c B' dV = \iint_{-1}^1 B'^T(\xi, \eta) D_c B'(\xi, \eta) t |Jb| d\xi d\eta \quad (44)$$

A aplicação do mapeamento isoparamétrico pode ser extrapolado para qualquer tipo de elemento, a diferença ficará acerca do número de linhas e colunas da matriz B' que varia de acordo com o número de nós e seus graus de liberdade. A matriz Jacobiana continua dois por dois para elementos planos com mais nós, virando três por três para um caso 3D com elementos sólidos.

4.2 – TIPOS DE ABORDAGENS

Existem diferentes tipos de abordagens utilizando o MEF quando falamos dos FMLs. Análise de tensões e deformações de laminados compósitos podem ser modeladas em

diferentes níveis de detalhes, que depende do nível de detalhe do pós-processamento requerido (Figura 32) [52].

Quando um elevado nível de detalhes é requerido, ao nível dos constituintes do material compósito, i.e. fibras e matriz, torna-se necessária a declaração das propriedades dos materiais dos constituintes, bem como a forma da fibra e sua distribuição geométrica. Neste caso, toda a parte da micromecânica do compósito, termo este utilizado para a análise das propriedades efetivas do compósito através de equações que relacionam as propriedades e a relação entre os constituintes, é calculada internamente através da resposta do modelo a uma determinada condição de carregamento e uma resposta de tensão e deformação separada ao nível dos constituintes podem ser obtidas (Figura 32a).

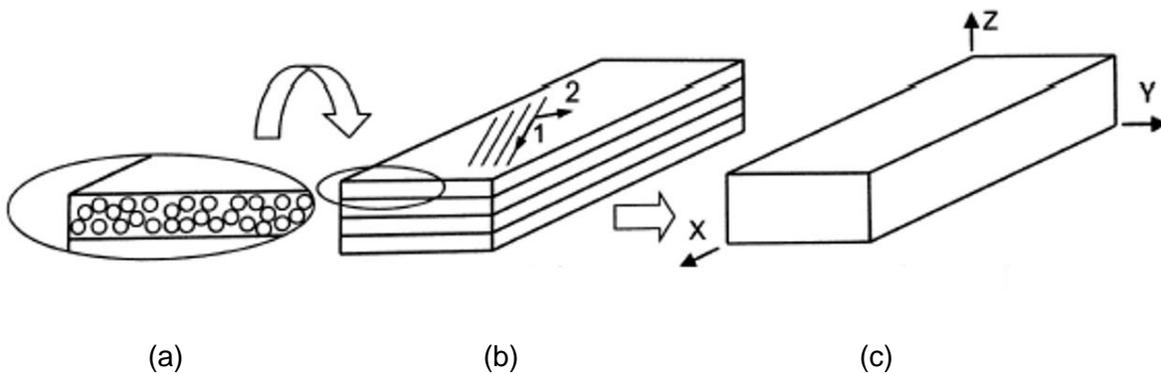


Figura 32 – Análises a nível da micromecânica (a), a nível da camada (b) e a nível do laminado (c) [52].

Um passo anterior em termos de detalhes se dá na abordagem a nível da camada, onde são possíveis de obtenção os resultados de cada camada do laminado separadamente. Aqui, as propriedades mecânicas das camadas como um todo devem ser conhecidas, normalmente na direção da orientação das fibras, bem como angulação das fibras, a espessura de cada camada e sequência do laminado. As propriedades da camada podem ser obtidas através das relações analíticas da micromecânica ou por ensaios experimentais do conjunto fibra e matriz mantendo a mesma fração volumétrica do compósito original.

Por fim, a análise numérica do compósito pode ser feita de forma a considerá-lo como um material homogêneo (Figura 32c). Aqui, dependendo do nível de acurácia e de quantidade de informação, as propriedades mecânicas podem ser declaradas a um nível macromecânico ou a nível da camada com a utilização de elementos sólidos laminados, que serão mostrados mais a frente. Nesta abordagem, a distribuição de tensões e deformações no laminado não é possível de ser obtida.

Devido à particular característica dos FMLs, onde as camadas de material compósito são intercaladas por camadas de material metálico, o nível de detalhe acaba ficando restrito à caracterização numérica das camadas de compósito. Podem ser utilizados tanto elementos de casca como elementos sólidos para sua caracterização, intercalando elementos com as propriedades do metal, dependendo do nível de detalhes em termos de resultados que a análise requer.

Neste capítulo serão apresentadas abordagens tanto com elementos de casca (*Shell*) como por elementos sólidos, mostrando diferentes aplicações e nível de detalhamento necessário para cada análise.

4.2.1 – Abordagem por elementos de casca tipo *shell*

Definindo um elemento de casca, podemos pensar em um elemento 2D onde as tensões e/ou deformações na direção normal ao plano são desprezíveis. Estes elementos, chamados de elementos planos, só possuem dois graus de liberdade em cada nó e só podem ser submetidos à carregamentos *in-plane*. Quando nos voltamos a possuir um carregamento lateral, submetendo o elemento à flexão, temos um elemento de placa. Agora, quando temos um elemento de placa que possui uma geometria curva e precisamos obter os carregamentos de membrana e flexão simultaneamente, definimos o elemento de casca (*Shell*). Segundo COOK [53] a forma mais direta de se obter um elemento de casca seria combinando um elemento de membrana (plano) com um elemento de flexão (placa).

O elemento de casca permite a análise de cascas de pequenas a moderadas espessuras, segundo BARBERO [52] e COOK [53] até uma razão entre a largura e sua espessura de dez. Enquanto alguns elementos de casca possuem três ou quatro nós, outros podem ter

oito nós, dependendo da ordem do elemento que é requerida. Elementos de casca possuem cinco ou seis graus de liberdade por nó: translação em x , y e z e rotação em x , y e z . A rotação em z é adicionada em alguns casos, normalmente não é necessária se a superfície da casca é suave [52].

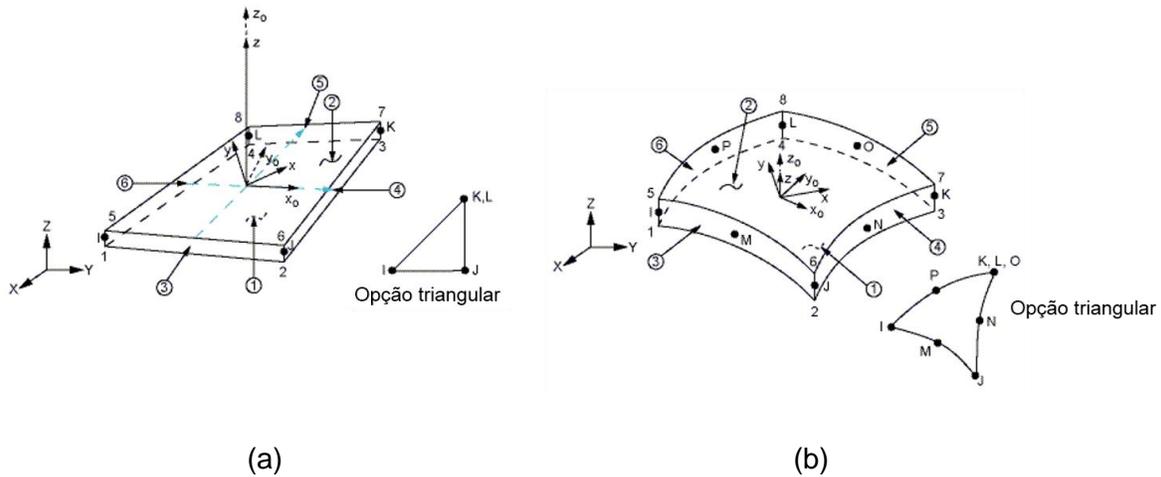


Figura 33 – Geometria típica de um elemento de casca de primeira ordem (a) e de segunda ordem (b) [54].

Importante devido à característica dos FMLs de possuir diferente rigidez ao longo da espessura, a deformação de cisalhamento ao longo da espessura é desprezada na teoria clássica de placas finas, reconhecida por teoria de Kirchhoff, devido ao fato de se assumir que o vetor normal à superfície média da placa se mantém sempre perpendicular a ela. Essa característica inviabilizaria a utilização da teoria para a aplicação em FMLs ou até em placas com espessuras moderadas. Porém, a grande maioria dos *softwares* de elementos finitos comerciais já possuem os elementos de casca com uma extensão da teoria de Kirchhoff, onde o vetor normal à superfície média da placa continua se mantendo reta, porém, pode possuir uma mudança de angulação à perpendicular, garantindo a possibilidade de levar em consideração a variação da deformação de cisalhamento ao longo da espessura, essa teoria foi proposta por MINDLIN [55] e REISSNER [56] e é conhecida pela Teoria de Mindlin-Reissner.

Portanto, a utilização de elementos de casca para a aplicação em FMLs é capaz de representar corretamente o comportamento do laminado, uma vez que é possível declarar a sequência de camadas, espessura de cada, ângulação das fibras e diferentes propriedades mecânicas para cada uma.

CROUCH [57] estudou o comportamento mecânico de diferentes FMLs utilizando elementos de casca, de forma a avaliar a resposta do laminado quando algumas de suas composições são variadas. Na primeira parte do estudo, mostrou através de comparações com experimentos, que a representação por elementos de casca têm uma boa representação do comportamento linear do laminado, o comportamento à grandes deformações ficou condicionada a utilização de elementos de casca de segunda ordem (Figura 33b), o que permitiu a continuidade de suas comparações de comportamento mecânico com a variação de algumas características, como fração volumétrica de fibras, angulação das fibras, número de camadas, entre outras.

A Figura 34 apresenta um exemplo de representação numérica para um GLARE 4B 4/3-0,5, utilizando elementos de casca, onde os índices “2” identificam uma camada de pré-impregnado, “1” para as camadas de Alumínio e “Theta” para a ângulação da fibra.

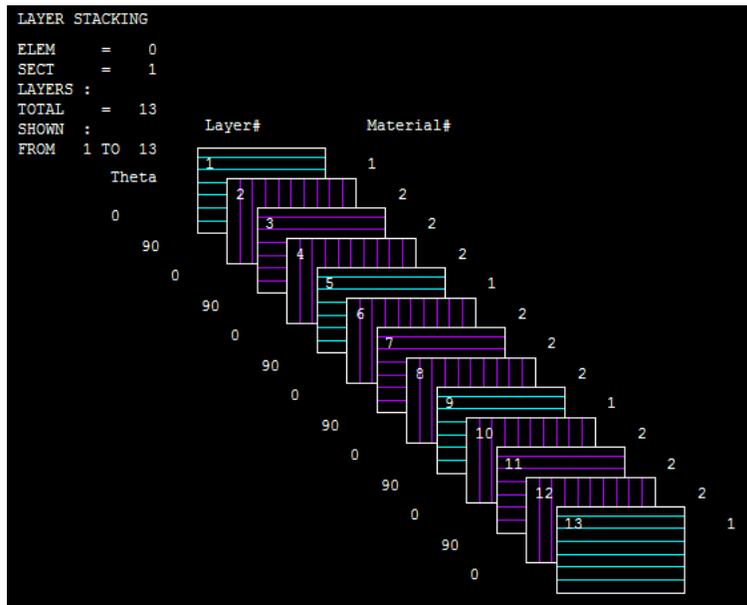


Figura 34 – Representação numérica para um GLARE 4B 4/3-0,5 utilizando elementos de casca

Observa-se que diferentes modos de declaração das camadas podem ser feitos. Neste caso de FML bidirecional, optou-se por declarar cada pré-impregnado unidirecional de maneira separada, necessitando conhecer as propriedades mecânicas na direção da fibra para cada conjunto fibra matriz. Sabendo que é mais comum possuir as propriedades mecânicas na direção da laminação do Alumínio para o pré-impregnado como um todo, é possível declarar somente uma camada entre duas de alumínio, declarando as propriedades ortotópicas do pré-impregnado, sempre respeitando o sistema de coordenadas local do elemento de forma a representar corretamente o comportamento longitudinal e transversal do laminado em relação à aplicação da carga.

Embora seja uma boa alternativa para representação do comportamento dos FMLs, devido ao seu baixo custo computacional em relação a redução do número total de graus de liberdade quando comparado com um elemento sólido 3D Figura 35, a utilização de elementos de casca é limitada em estudos de efeitos interlaminares em um estado tridimensional devido ao fato da topologia do elemento de casca ser restrito à localização dos nós na sua superfície média.

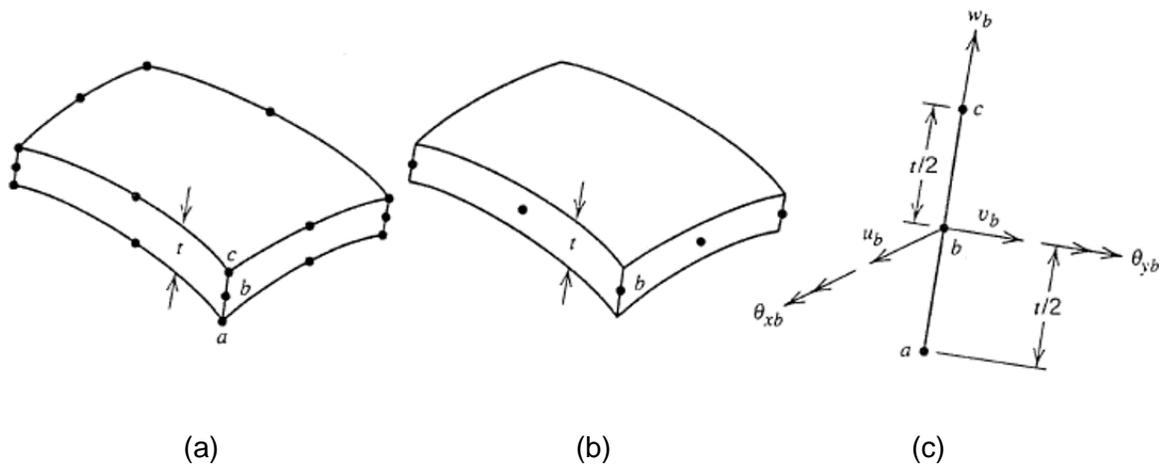


Figura 35 – Elemento sólido de 20 nós (a), redução para elemento de casca de oito nós e graus de liberdade no nó típico b (c) [53].

4.2.2 – Abordagem por elementos 3D sólidos

Os elementos 3D sólidos, pela própria definição significa um sólido tridimensional não restrito à forma, condição de carregamento, propriedade mecânica e condições de contorno [58]. A sua generalidade permite a obtenção de um estado tri-axial de tensões expressos em seis componentes: três normais e três cisalhamentos. Diferente dos elementos de casca, os elementos sólidos possuem somente três graus de liberdade por nó: translação em x , y e z . O que cobre qualquer característica de deslocamento dentro do espaço devido à sua forma e possuem tipicamente duas formas: hexaédrica e tetraédrica. A Figura 36 apresenta um elemento sólido 3D de oito nós, com destaque para seu estado tridimensional de tensões e graus de liberdade por nó.

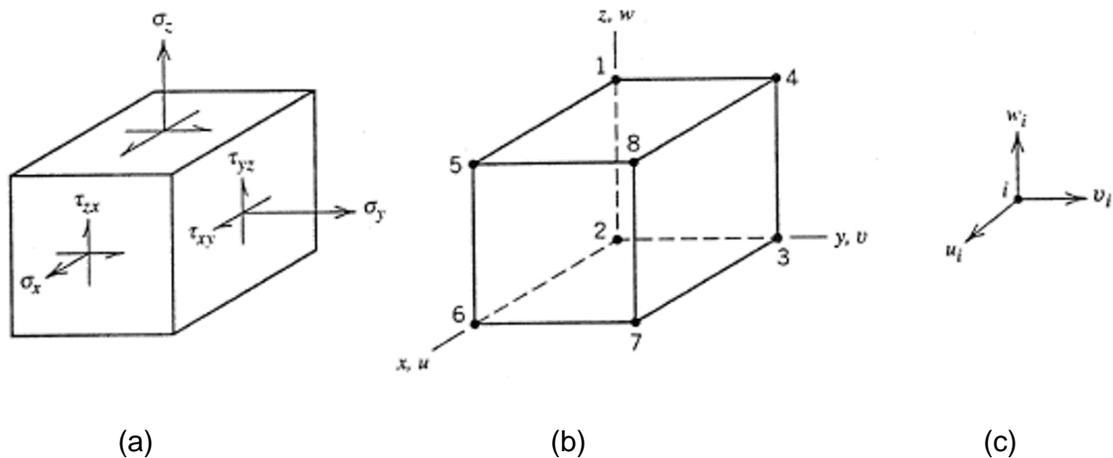


Figura 36 – Elemento sólido 3D: Estado tridimensional de tensões (a). Contorno 8 nós (b) e seus graus de liberdade por nó (c).

Os elementos sólidos 3D são uma extensão dos elementos planos. Esta extensão se dá na adição de um eixo de coordenadas e de uma componente de deslocamento. Fazendo um paralelo ao campo de deslocamento do elemento triangular plano de primeira ordem, apresentado na Figura 28, a equação polinomial de elemento 3D sólido tetraédrico de primeira ordem, i.e. com comportamento de deformação constante (Figura 37a), pode ser

expressa pela equação (45). Como pode ser observado, o elemento 3D sólido tetraédrico de primeira ordem possui um total de 12 graus de liberdade, o que significa um elemento de quatro nós com três graus de liberdade por nó.

$$\begin{aligned}
 u &= \beta_1 + \beta_2x + \beta_3y + \beta_4z \\
 v &= \beta_5 + \beta_6x + \beta_7y + \beta_8z \\
 w &= \beta_9 + \beta_{10}x + \beta_{11}y + \beta_{12}z
 \end{aligned}
 \tag{45}$$

A variante com comportamento de deformação linear (segunda ordem) de forma tetraédrica possui dez nós (Figura 37b), com um total de 30 graus de liberdade. O seu campo de deslocamento em termos de um sistema de coordenadas generalizado por ser expresso com a adição de seis modos quadráticos, x^2 , y^2 , z^2 , xy , yz e zx em cada equação polinomial de deslocamento: u , v e w . Esse elemento pode representar campos de deformação pura com precisão.

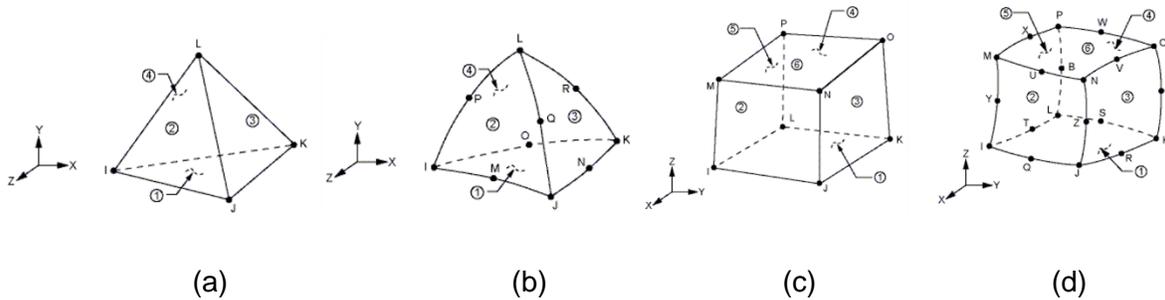


Figura 37 – Elementos 3D sólidos: Tetraédrico de primeira ordem (a), tetraédrico de segunda ordem (b), hexaédrico de primeira ordem (c) e hexaédrico de segunda ordem (d)

[54].

A abordagem à representação numérica dos FMLs por elementos 3D sólidos é muito utilizada para representação de estudos relacionados à delaminação e flambagem, devido

á necessidade de representar critérios de falhas interlaminares. A representação consiste na utilização de elementos sólidos para cada camada do FML, cada uma com sua específica propriedade de material, de forma a representar o comportamento global do laminado, como mostrado na Figura 26.

Limitações e dificuldades acerca da representação de cada camada por elementos 3D sólidos se dá pelo fato dos FMLs possuírem espessuras muito finas, o que resulta em grandes razões comprimento/espessura (conhecida como razão de aspecto) dos elementos. Elementos sólidos com elevada razão de aspecto tendem a travar (fenômeno de conhecido por shear locking em inglês) quando submetido à flexão por possuir elevada rigidez em comparação com a solução analítica e podem produzir uma ruim qualidade de resultados e devem ser avaliados com cautela. Para minimizar este fenômeno de travamento, a utilização de elementos com a deformação linear ao longo da espessura (segunda ordem) somado com elevados números de elementos podem ser utilizados o que resulta em um considerável tempo de processamento, dependendo do número de camadas. Alternativamente, a utilização de elementos sólidos tipo casca (Figura 38a) permite a combinação da eficiência da modelagem sólida com a vantagem da formulação de casca que elimina o fenômeno de shear locking. HASHAGEN et. al. [59] introduziram o conceito de modelagem numérica via MEF para laminado tipo GLARE, utilizando elementos sólidos tipo casca, mostrando em um primeiro passo uma boa correlação com resultados experimentais.

Por fim, uma variante da abordagem descrita acima se dá pela representação através de elementos 3D sólidos laminados, Figura 38b, indicados para a utilização em laminados espessos.

Para ambos, tanto os sólidos tipo casca e os sólidos laminados, há a possibilidade de declarar toda a sequência de camadas do laminado, com seus devidos materiais e angulação das fibras. A vantagem do elemento sólido tipo casca se dá pela maior acurácia na representação de laminados muito finos.

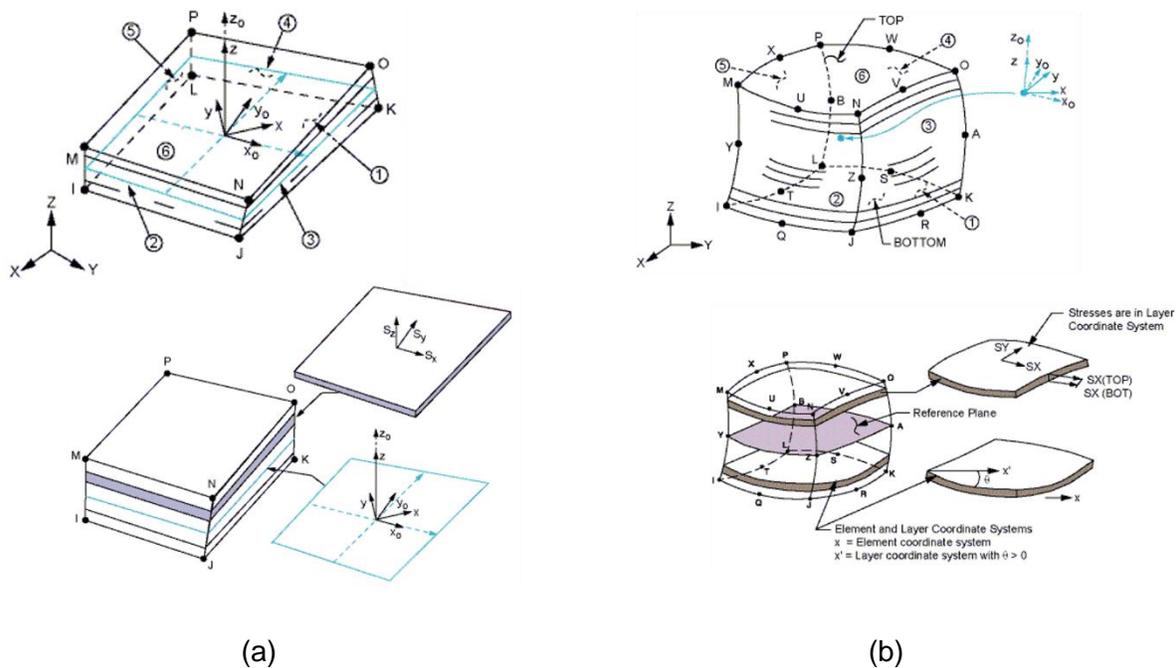


Figura 38 – Elemento hexaédrico sólido tipo casca (a) e sólido laminado de segunda ordem (b) com detalhes para os resultados de tensão para cada camada [54].

4.3 – MECÂNICA DA FRATURA NO MEF

Alheio à mecânica da fratura, existem diversos problemas no qual, em um determinado ponto do domínio, chamado de P , a função da solução, chamada de Fu , irá ter uma singularidade em sua primeira derivada. Se R é a distância radial medida a partir do ponto P , a função de solução Fu poderá ser dependente de R^λ , onde λ pode de maneira geral ser complexo e a sua parte real menor que a unidade, assim, a primeira derivada de Fu tenderá ao infinito [60].

Agora, retornando para os conceitos da mecânica da fratura, os campos de tensões e deformações nas proximidades da ponta da trinca, equações (15) e (16), permitem uma correlação da ordem r^λ , onde λ é sempre menor que a unidade e dependente do comportamento do material: $\sigma_{ij} \propto r^{-1/n+1}$ e $\varepsilon_{ij} \propto r^{-n/n+1}$. Do ponto de vista da MFLE, $n = 1$ na equação (18), o campo de tensões e deformações ficam proporcionais à $1/\sqrt{r}$, enquanto que na MFEP ficam dependente do parâmetro n do material sempre maior que a

unidade, ambas indicando uma tendência ao infinito quando $r \rightarrow 0$, mostrando que a mecânica da fratura é uma área onde a singularidade assume um papel dominante. Sendo assim, sabendo que o grande interesse se concentra em analisar a segurança de operação em estruturas trincadas, fica evidente a necessidade de uma correta representação do campo de tensões e deformações na ponta da trinca, mostrando a necessidade de métodos especiais para o tratamento de problemas com singularidades no MEF.

O desenvolvimento de elementos especiais, chamados de elementos singulares, para contemplar uma determinada precisão no cálculo do campo de tensões e deformações foi proposta por BARSOU *et al.* [61]. Estes elementos foram criados incorporando uma singularidade do tipo $r^{-1/2}$ para o cálculo do fator de intensidade de tensões para a MFLE. A singularidade dessa ordem no estado de deformações foi imposta na matriz Jacobiana de transformações de coordenadas, através do colapso de elementos de segunda ordem, onde o nó intermediário foi modificado para $1/4$ da sua posição, mais próximo à ponta da trinca (Figura 39 e Figura 40). Segundo o autor, a aplicação destes elementos para trincas com contornos simétricos, submetidas a carregamentos mecânicos ou térmicos e para trincas tri-dimensionais, mostraram um alto grau de convergência com as soluções analíticas.

Segundo BROCK *et al.* [30], se os elementos ao redor da ponta da trinca não possuírem os nós intermediários transladados para $1/4$ e as posições dos nós da ponta não estiverem restritos a terem o mesmo deslocamento, uma singularidade do tipo r^{-1} é obtida no campo de deformações do elemento, o que representaria o comportamento de um material elástico perfeitamente plástico ($n \gg 1$). Estudos numéricos mostraram, em destaque MCMEEKING *et al.* [62] e BROCK *et al.* [63], que elementos triangulares ou prismáticos de oito e 20 nós com uma singularidade no campo de deformações na ordem de r^{-1} em conjunto com mudança na formulação para contemplar não-linearidades geométricas, apresentaram bons resultados para problemas elasto-plásticos.

Outros tipos de elementos especiais singulares são resumidos por ATLURI *et al.* [60], mostrando elementos enriquecidos por equações analíticas assintóticas, que são limitadas a algumas aplicações. O mesmo autor, [64], propõe uma formulação para cálculo de parâmetros da mecânica da fratura em materiais compósitos via MEF através de um modelo de deslocamento híbrido, tendo sucesso na implementação do cálculo de fatores de intensidade de tensões para problemas 2D envolvendo materiais compósitos.

Segundo BROCKS *et. al.* [30], os elementos singulares vêm entrando em desuso nos últimos anos, devido ao fato da evolução dos métodos de cálculo da Integral J através do método VCE (*Virtual Crack Extension*), que será discutido mais a frente, uma vez que permite resultados acurados mesmo com malhas mais grosseiras, além do recente interesse em simulações de propagação de trincas, onde a malha de elementos finitos requer elementos regulares. Vale ressaltar que um acurado cálculo do CTOD requer um acurado cálculo do campo de tensões e deformações na ponta da trinca, de forma que a necessidade do tratamento das singularidades e refino de malha é importante.

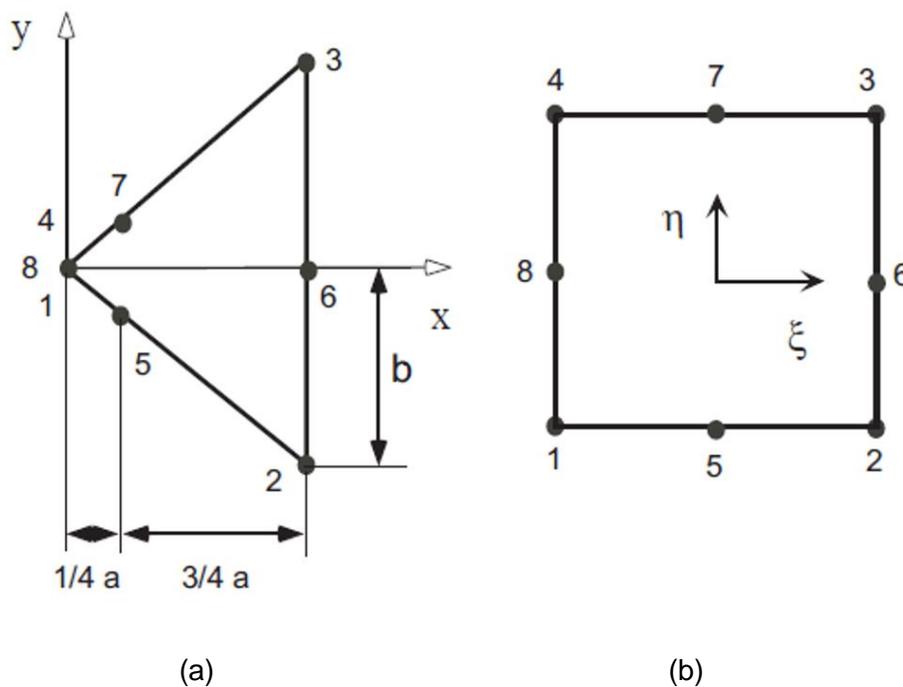


Figura 39 – elemento singular 8-nós quadrático isoparamétrico plano (a) e elemento isoparamétrico de origem (b) [30].

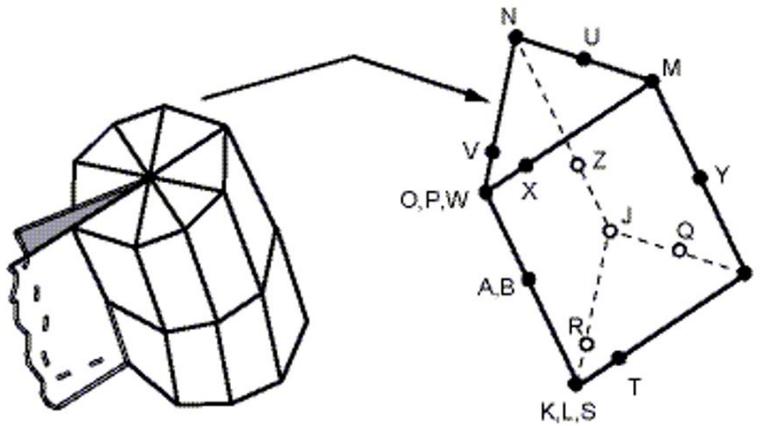


Figura 40 – Elemento singular prismático de 20-nós sólido [54].

4.3.1 – Cálculo numérico da Integral J – *Domain Integral Method* e VCE

O cálculo da Integral J através do método de integral no domínio foi proposto por SHIH [65]. A integral no domínio aplica-se a áreas para problemas 2D e aos volumes para problemas 3D. Integrais na área e volume oferecem uma melhor acuracidade quando comparadas com integrais de contorno e de superfície, além de serem mais fáceis de implementação numérica [66]. O fato de se usar o método de integral no domínio para calcular a integral de contorno, como a da equação (9), pode ser explicado pelo fato do MEF se referir aos deslocamentos nos pontos nodais e tensões e deformações nos pontos de integração, i.e. no domínio do elemento. Os campos de tensões são geralmente descontínuos ao longo dos contornos dos elementos e para a extrapolação das tensões para os nós são requeridas abordagens adicionais, dificultando a implementação e diminuindo a precisão do cálculo [30].

Uma integral de contorno, como a da equação (9), pode ser reformulada como uma integral de área em um caso 2D ou em uma integral de volume em um caso 3D ao longo de um domínio finito em volta da ponta da trinca, utilizando o teorema da divergência. Sendo assim, a integral passa a ser calculada em um domínio de elementos e os erros inerentes de soluções locais são minimizadas, explicando o fato do método ter boas respostas mesmo em malhas não muito refinadas.

Como já definido, a Integral J pode ser representada em termos da variação de energia liberada devido à um incremento de propagação da trinca (Δa). Sendo assim, utilizando o conceito e aplicando na reformulação da equação em uma integral de domínio na teoria da divergência com as premissas de ausência de deformações térmicas, contornos dependentes devido à deformação plástica e pressão aplicadas na superfície da trinca, temos:

$$J = \frac{1}{\Delta A} \int_{\beta_0} [\sigma_{ij} \frac{\partial u_j}{\partial x_1} - W' \delta_{1i}] \Delta x_i dA \quad (46)$$

onde Δx_i é variação das coordenadas da ponta da trinca devido à um incremento de propagação Δa , ΔA correspondente ao incremento da área da trinca, δ_{1i} é o delta de Kronecker e o domínio de integração β_0 é representado pela área cinza da Figura 41.

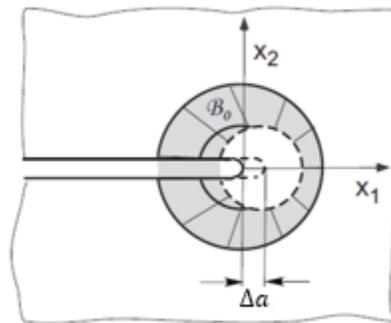


Figura 41 – Exemplificação do método de integração no domínio de J [30].

O incremento de propagação Δa é fictício e imposto na malha de elementos finitos através da mudança dos nós da ponta da trinca, Figura 42. Segundo ZAFOSNIK [67], o incremento virtual da trinca não pode exceder 1/3 dos elementos posicionados em volta do domínio de integração que estão analisados. Esse método é chamado de Extensão Virtual da Trinca (*Virtual Crack Extension Method* – VCE em sua definição em inglês).

A integração é feita no domínio dos elementos pertencentes ao contorno considerado, sendo que o primeiro contorno é dado sempre nos elementos associados à ponta da trinca real do componente, o segundo contorno é analisado nos elementos adjacentes aos do primeiro contorno e assim por diante (Figura 43). A Integral (46) se transforma em um somatório de todos os elementos do contorno considerado, cada contorno resultando em um valor para J , i.e. a medida que se afasta da singularidade, proporcionando uma maior facilidade e precisão sem uma necessidade de malhas muito refinadas. Em um modelo 3D, o método é aplicado de maneira semelhante, com diferença no fato que o mesmo procedimento é utilizado em cada nó ao longo da espessura da frente da trinca.

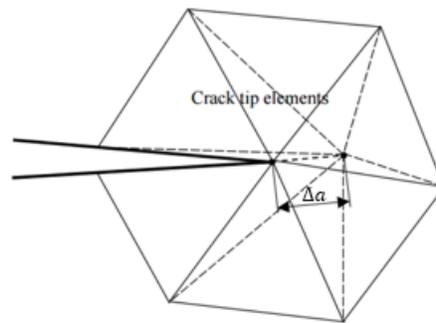


Figura 42 – Método de extensão da trinca (VCE) em uma malha de elementos finitos [67].

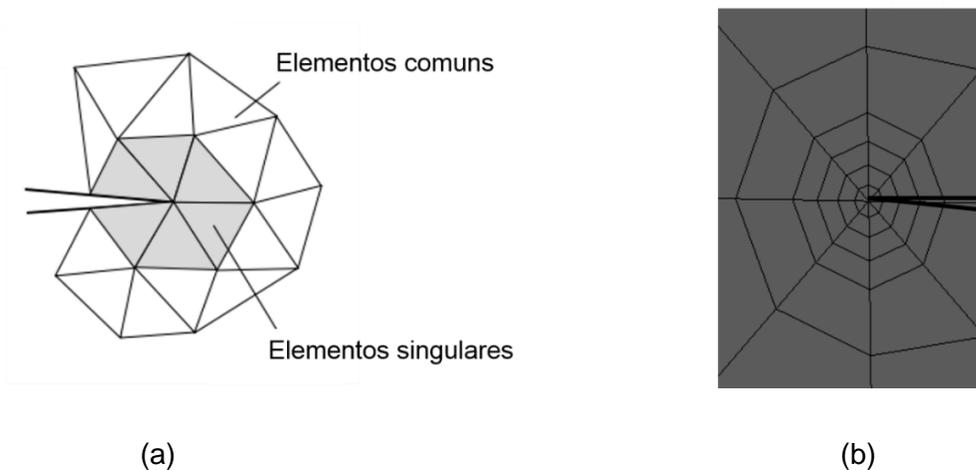


Figura 43 – Domínio de integração para uma malha MEF de um contorno (a) e cinco contornos (b).

Capítulo 5 – Materiais e métodos

Neste capítulo, os materiais e o detalhamento do método numérico utilizados nas avaliações serão apresentados.

Os tipos de FMLs bidirecionais, incluindo as propriedades mecânicas dos seus componentes, geometrias e sequências de empilhamento serão detalhados, seguidos pela metodologia numérica para avaliação do comportamento em tração e dos parâmetros da MFEP, onde serão apresentados os tipos de elementos finitos utilizados, condições de contorno e de carregamentos e modelos de materiais aplicados.

5.1 – MATERIAIS

Este trabalho utilizou como base um tipo de FML bidirecional: GLARE 4B. As camadas de alumínio deste laminado são constituídas em ligas tipo 2024-T3. Por sua vez, as camadas de fibras são compostas por uma sequência de três pré-impregnados orientados bidirecionalmente em 90/0/90, resultando em uma maior resistência na direção LT.

O laminado foi estudado nos empilhamentos 3/2 e 4/3. A Figura 44 apresenta um desenho esquemático do empilhamento 4/3 para o GLARE 4, exemplificando a composição das camadas de fibras, *CP70 GLASS*, e os pré-impregnados *UD GLASS* conforme referência [68]. A Tabela 4 apresenta as propriedades mecânicas de cada componente do laminado.

As espessuras das camadas de alumínio foram variadas em função do empilhamento, para o GLARE 4B 3/2, uma espessura de 0,3mm e para o GLARE 4B 4/3 uma espessura de 0,5mm. A Tabela 5 apresenta as características dos laminados estudados. Como no presente trabalho somente o GLARE 4 do tipo B foi utilizado, este será referenciado como GLARE 4.

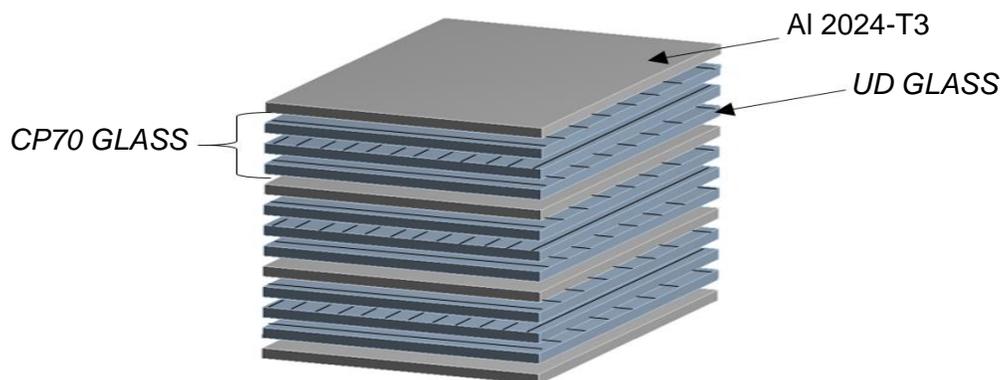


Figura 44 – Representação esquemática do GLARE 4B com empilhamento 4/3.

Tabela 4 – Propriedades mecânicas dos componentes do GLARE 4 [68], [69].

Material	Direção	$E_{tração}$ [GPa]	ν_{12}	G_{12} [GPa]	αt [1/°C]	σ_{YS} [MPa]
2024-T3	L	73,70	0,33	27,71	2,34E-05	356,50
	LT					318,60
UD Glass	1	53,98	0,32	3,70	6,15E-06	-
	2	9,41				2,62E-05
CP70 Glass	L	24,27	0,26	-	1,19E-05	-
	LT	39,12				8,32E-06

Observação: 1 e 2 para o UD GLASS significa paralelo e perpendicular à direção das fibras.

Tabela 5 – Características dos laminados GLARE 4 utilizados.

Grau do GLARE	Liga de Alumínio	Orientação do pré-impregnado	Empilhamento	Espessura do alumínio [mm]	Espessura total [mm]
GLARE 4B	2024 - T3	90/0/90	3/2	0,3	1,77
			4/3	0,5	3,14

5.2 – METODOLOGIA NUMÉRICA

5.2.1 – Representação do ensaio à tração do laminado

A primeira etapa do trabalho teve como objetivo a representação numérica do ensaio de tração do laminado com empilhamento 4/3, através de elementos finitos tipo casca e sólidos tipo casca. A Figura 45 apresenta as curvas de tensão *versus* deformação, levantadas experimentalmente, do laminado estudado.

A abordagem utilizando elementos de casca foi empregada através de elementos com quatro nós, possuindo seis graus de liberdade por nó: translações e rotações em x, y e z. Governados pela FSDT (*first-order shear deformation theory*), também conhecida pela teoria de casca de Mindlin-Reissner, possuem boa acurácia na representação de laminados compósitos. A Figura 46 apresenta a geometria típica do elemento.

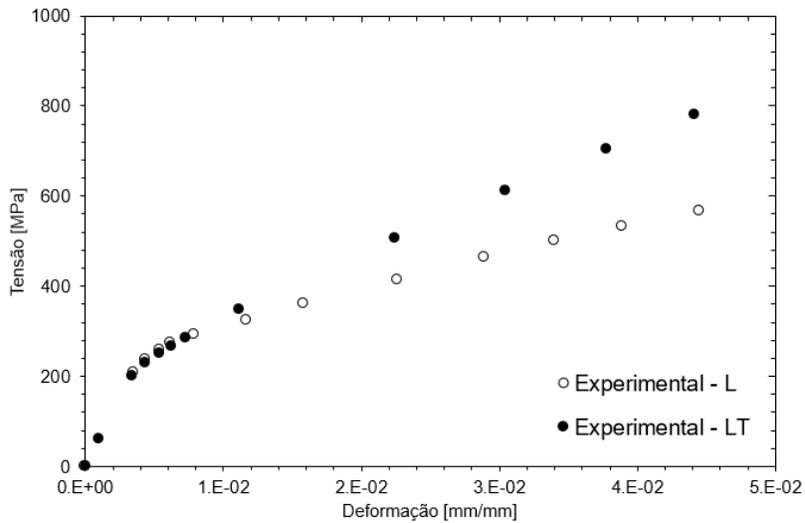


Figura 45 – Curva tensão *versus* deformação do GLARE 4 4/3 0,5 na direção L e LT [68].

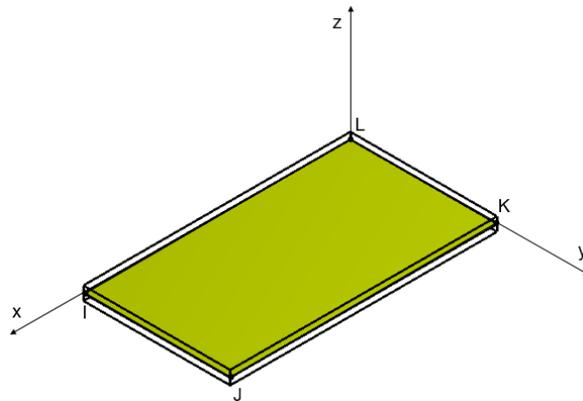


Figura 46 – Geometria típica de um elemento de casca de primeira ordem.

A teoria FSDT permite a declaração de diferentes propriedades mecânicas e espessuras por camada, onde a matriz ABDH do laminado e posterior cálculo das tensões e deformações por camada é feita baseada nos nós posicionados no seu plano médio. Com isso, torna-se necessário conhecer corretamente o sistema de coordenadas do elemento, a fim de introduzir corretamente as propriedades ortotrópicas de cada camada como, também, a sua orientação.

Neste trabalho, a representação das camadas de fibras foi implementada com um nível de detalhamento do pré-impregnado, através das propriedades do *UD GLASS*, e também, com uma camada entre as placas de alumínio, através do *CP70 GLASS*. A Figura 47 apresenta a sequência de camadas no modelo de elementos finitos para ambas as abordagens. Note que a abordagem ao nível do pré-impregnado necessitou da declaração de 13 camadas, com a direção 0 considerada como a direção de laminação do alumínio (Material 1), onde as camadas de pré-impregnado foram declaradas na sequência 90/0/90 (Material 2). Já para a abordagem ao nível das camadas de fibras, apenas sete camadas foram necessárias, todas orientadas a 0. Isso porque as propriedades ortotópicas do *CP70 GLASS* foram declaradas com a direção L da Tabela 4 referente à direção 0 do modelo e a direção LT referente à direção 90 do modelo. Com isso, a aplicação do carregamento paralelo à direção 0 resultará no comportamento L e a aplicação perpendicular à direção 0, no comportamento LT.



(a)

(b)

Figura 47 – (a) para representação numérica das camadas para a abordagem pelo *UD GLASS* e (b) para a representação pela abordagem *CP70 GLASS*.

A abordagem por elementos sólidos tipo casca foi empregada através de elementos de primeira ordem compostos por oito nós, com três graus de liberdade por nó: translações em x, y e z. O emprego de elementos sólidos tipo casca de primeira ordem permite uma melhor

representação de cascas finas, sem os problemas de travamento gerados por elementos sólidos comuns de primeira ordem. Isso é vantajoso computacionalmente, pois, para os elementos sólidos comuns, há a necessidade de uma maior discretização dos elementos, bem como a utilização de elementos de segunda ordem. A acurácia do elemento sólido tipo casca na representação de laminados compósitos se dá por ser governado pela teoria FSDT. A geometria típica deste elemento é apresentada na Figura 48 (a).

Neste trabalho, a abordagem pelo elemento sólido tipo casca foi feita somente ao nível da camada de fibras, através das propriedades do *CP70 GLASS*. Aqui, o mesmo cuidado com o sistema de coordenadas de cada camada deve ser tomado, bem como a direção correta de declaração das propriedades ortotópicas. A Figura 48 (b) apresenta a sequência de camadas do modelo de elementos finitos, onde um elemento por espessura foi utilizado para cada corpo. Como neste caso foi necessária a declaração de corpos diferentes para cada camada, uma condição de simetria foi utilizada para diminuir o custo computacional.

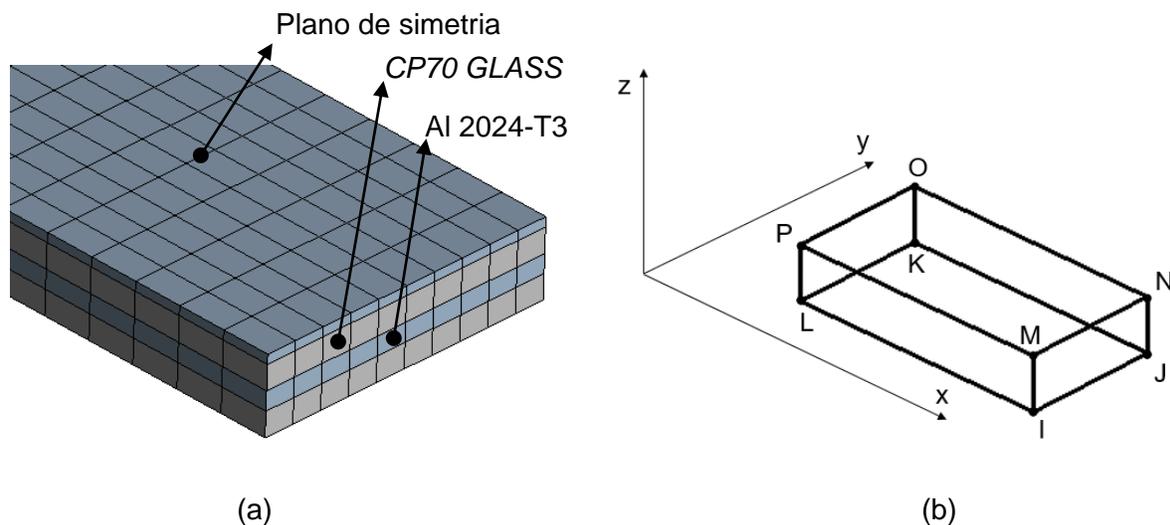


Figura 48 – (a) para a malha de elementos finitos e (b) para a geometria típica do elemento sólido tipo casca.

A representação numérica do comportamento em tração do laminado teve como base uma primeira aproximação sem considerar tensões residuais provenientes do seu processo de

fabricação. Porém, de acordo com HASHAGEN et. al. [59], o processo de cura da resina epóxi em aproximadamente 120 °C gera tensões residuais nas camadas do laminado devido aos diferentes coeficientes de dilatação térmica das camadas, podendo induzir variações na curva tensão *versus* deformação do laminado. Com isso, uma segunda análise foi realizada considerando as tensões residuais geradas por um ΔT de 100 °C negativos, considerando que o ensaio de tração foi realizado em uma temperatura de 20 °C.

É importante ressaltar que para ambas as representações numéricas, através de elementos de casca e sólidos tipo casca, a adesão entre as camadas foi idealizada como perfeita, sem qualquer capacidade de delaminação com a aplicação do carregamento.

5.2.2 – Representação do laminado para o cálculo dos parâmetros da MFEP

A segunda etapa do trabalho consistiu na representação numérica do laminado com empilhamento 3/2 à luz da mecânica da fratura, através de uma geometria C(T), Figura 49. O modelo de elementos finitos teve como objetivo a representação dos parâmetros da MFEP em corpos C(T) quando comparados com os resultados levantados por ALMEIDA [5] através de métodos experimentais.

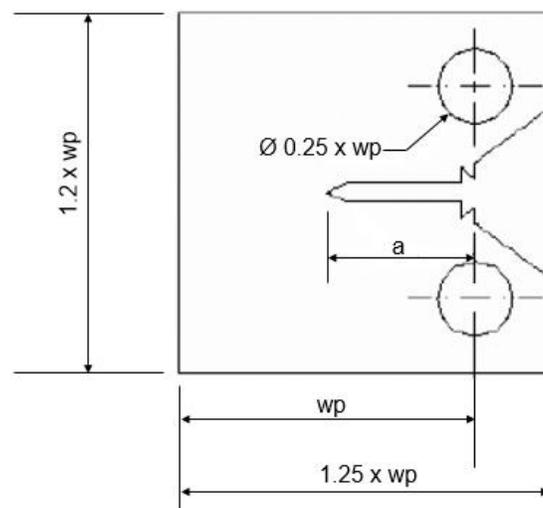


Figura 49 – Geometria do corpo de prova padrão C(T) [25].

O modelo de elementos finitos foi implementado em metade do corpo, devido à simetria geométrica e de carregamento do ensaio em corpos C(T). O detalhamento geométrico da região da trinca foi desprezado no modelo numérico, aproximado por uma linha reta. A aplicação do carregamento foi feita com a distribuição uniforme de uma pressão na face dos elementos do furo da geometria, sempre na direção Y do modelo, como apresentado na Figura 50. Note que foram impostos cortes na geometria de forma a facilitar a geração de malha no contorno da trinca bem como facilitar o posicionamento de nós para capturar as grandezas CMOD e δ_5 .

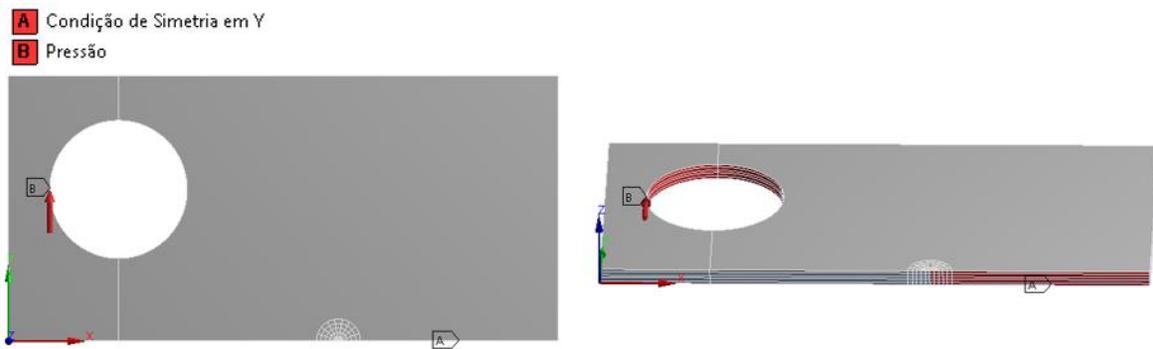


Figura 50 – Condições de contorno e de carregamento utilizados no modelo.

Como apresentado anteriormente, o cálculo da grandeza Integral J através do MEF é feita através do método VCE (*Virtual crack extension method*), em que há a necessidade de uma integração no volume dos elementos de contorno à trinca. Com isso, torna-se inviável a utilização de elementos governados pela teoria de casca. A opção de representação ficou acerca da utilização de elementos sólidos comuns. Como já mencionado, a utilização de sólidos comuns com baixa razão de aspecto pode gerar fenômeno de travamento quando utilizados em primeira ordem, devido ao fato da deformação ser constante na espessura. Com isso, a representação do laminado foi feita com elementos sólidos hexahédricos de segunda ordem, formado por 20 nós e três graus de liberdade em cada nó: translação em x, y e z. A geometria típica desse elemento é apresentada na Figura 51 (a).

A sequência de camadas no modelo numérico nesta etapa foi empregada no nível da camada de fibras, através das propriedades do *CP70 GLASS*, da mesma forma que

apresentado na Figura 48. Além de melhor performance computacional devido à não necessidade de representação de todas as camadas, a abordagem com as propriedades do *CP70 GLASS* apresentou melhores resultados na representação da curva de tensão *versus* deformação no laminado com empilhamento 4/3.

A malha de elementos finitos empregada nos contornos da trinca foi representada através de elementos prismáticos degenerados no primeiro contorno, com o posicionamento dos nós intermediários em metade da aresta, além da mudança de formulação para contemplar não-linearidades geométricas, como constatado por *MCMEEKING et. al.* [62] e *BROCKS et. al.* [63], para uma melhor representação do campo singular elasto-plástico na ponta da trinca. A geometria deste elemento degenerado de 20 nós é apresentada na Figura 51 (b). Os elementos posteriores aos elementos degenerados foram representados por elementos comuns de segunda ordem. De forma a otimizar o custo computacional, o modelo de elementos finitos foi representado com simetria na metade da sua altura. A Figura 52 apresenta um exemplo de malha de elementos finitos para uma placa, com detalhes para o contorno da trinca. Note que são apresentadas algumas variáveis que definem o detalhamento da malha no contorno da ponta da trinca.

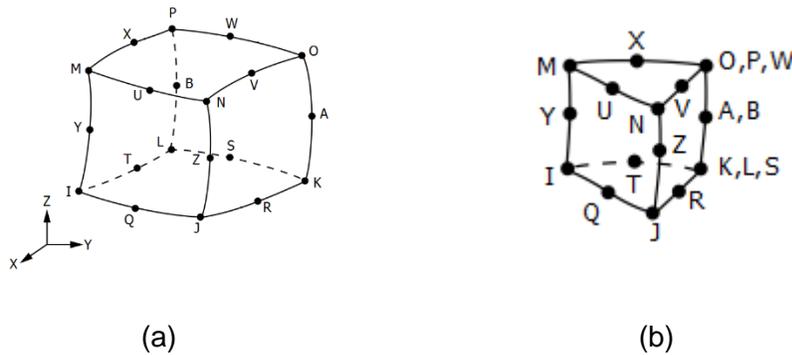


Figura 51 – Geometria do elemento sólido de segunda ordem, (a) e em (b) do seu equivalente prismático.

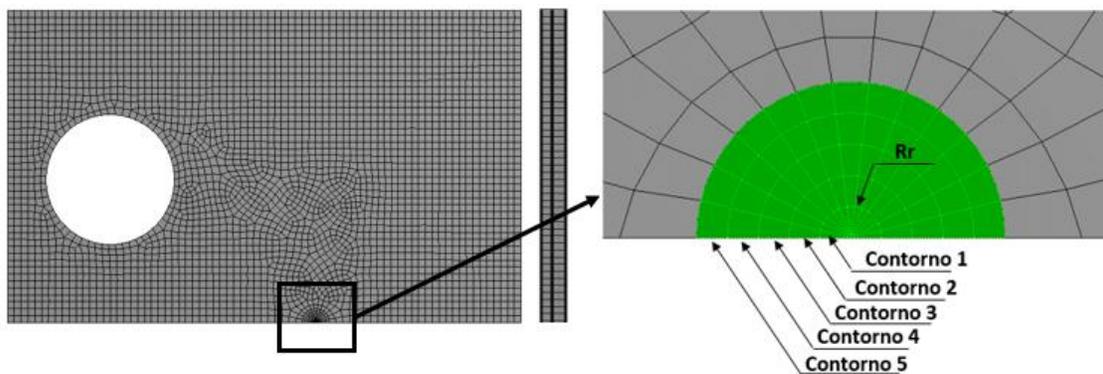


Figura 52 – Exemplo de malha de elementos finitos de um corpo C(T) em simetria com $R_r=0,2\text{mm}$, $R_{rat}=0,5$, $N_{Elem}=26$, $N_{count}=5$ e $NT_{thick}=2$.

A melhor representação do campo de tensões e deformações na região singular, além da precisão de aplicação do método VCE, fez com que fosse necessária a realização de uma análise de convergência de malha antes da implementação no laminado. Com isso, foram representadas diversas combinações dos parâmetros de malha em uma placa de alumínio com 0,5mm de espessura. Isso facilitou a análise devido à disponibilidade de métodos analíticos para o cálculo dos parâmetros da MFEP.

A comparação dos resultados dos parâmetros da MFEP do laminado com os resultados experimentais de ALMEIDA [5] foram feitas através dos gráficos *P versus* CMOD, *P versus* δ_5 e *P versus* Integral J, em um corpo de prova com w_p de 50mm. A Tabela 6 apresenta os corpos de prova selecionados para o estudo. É importante ressaltar que nenhuma característica de propagação da trinca foi implementada no modelo de elementos finitos, portanto, a comparação ficou restrita até o ponto de início de propagação, considerando o comprimento inicial da trinca medido. Além dos gráficos, foram levantadas através do modelo de elementos finitos as curvas de J e δ_5 aplicados, a fim de comparar com as curvas de resistência, δ_5 *versus* Δa e Integral J *versus* Δa , levantadas experimentalmente tanto pelo método ótico como pelo método das descargas parciais.

Tabela 6 – Corpos de prova de ALMEIDA [5] utilizados no estudo.

Direção	Corpo de prova	wp [mm]	a0 [mm]
L	C(T)10	50	24,90
LT	C(T)8		25,16

Observação: Direção L significa que o entalhe é longitudinal à direção de laminação. Direção LT com o entalhe perpendicular à direção de laminação.

5.2.3 – Modelos de material utilizados

Para uma representação do estado de tensões no laminado, bem como o cálculo dos parâmetros da MFEP, fez-se necessário o emprego de um modelo de material que representassem o comportamento elasto-plástico do laminado. O comportamento do laminado tipo GLARE, em um ensaio de tração por exemplo, se dá pela região elástica governada pelo alumínio devido ao seu maior módulo de elasticidade em relação à camada de pré-impregnado. Após o escoamento do alumínio e consequente perda de resistência do mesmo devido à plastificação, as camadas de pré-impregnado começam a governar o comportamento mecânico à tração do laminado, formando uma curva bi-linear.

Para materiais metálicos como o alumínio, modelos de material elasto-plásticos não dependentes do tempo são normalmente utilizados. Os principais componentes destes modelos são:

- A superfície de encruamento, que define a que nível de carregamento as deformações plásticas são geradas;
- O modelo de encruamento, que define como a superfície de encruamento se movimenta com a deformação plástica;
- A lei de escoamento, que define quanto de incremento de deformação plástica é gerado com uma mudança no estado de tensão.

Neste trabalho, o comportamento elasto-plástico do alumínio foi aproximado por um modelo de encruamento cinemático utilizando a superfície de encruamento de von Mises, caracterizada pela não influência do nível da tensão hidrostática na superfície de encruamento. O modelo de encruamento cinemático é caracterizado pela translação da superfície de encruamento após o escoamento. A Figura 53 apresenta um exemplo de comportamento da superfície de escoamento de von Mises para um estado bidimensional de tensões, para um modelo cinemático.

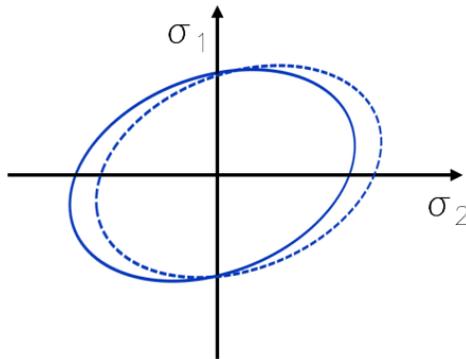


Figura 53 – Superfície de encruamento de von Mises em um estado bidimensional de tensões para um modelo de encruamento cinemático [70].

Os incrementos de deformação plástica com a mudança no estado de tensão do alumínio foram definidos pela lei de escoamento de von Mises através de uma curva multi-linear. A curva multi-linear do alumínio foi aproximada através da calibração dos parâmetros de Ramberg-Osgood, equação (18), utilizando como base a curva tensão *versus* deformação do trabalho de HEBSUR *et. al.* [69]. A Tabela 7 e a Figura 54 apresentam os parâmetros e a aproximação da curva, respectivamente. Neste trabalho, o comportamento L e LT do alumínio foram representados com os mesmos parâmetros, ou seja, considerado como um material isotrópico.

As camadas que representam o conjunto fibra/polímero do modelo foram aproximadas por um modelo linear elástico. Com isso, somente as propriedades que permitiram a montagem da matriz de rigidez ortotrópica do material foram necessárias. As propriedades, tanto do

UD GLASS como do CP70 GLASS, utilizadas no modelo, são apresentadas na tabela Tabela 4.

Tabela 7 – Propriedades mecânicas da liga de alumínio 2024-T3 utilizada no modelo.

Material	$E_{tração}$ [GPa]	ν_{12}	n	α	σ_s [MPa]
2024-T3	73,70	0,33	10,5	0,414	320

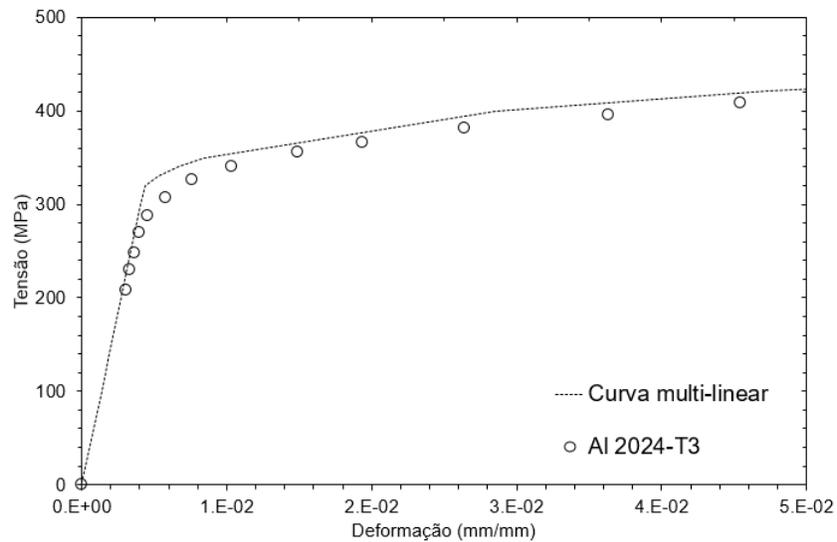


Figura 54 – Curva multi-linear comparada com a curva experimental.

Capítulo 6 – Resultados e discussão

Os modelos numéricos para representação do comportamento mecânico em tração do GLARE 4 4/3 0,5, com e sem a consideração das tensões residuais provenientes da fabricação serão apresentados, comparando com as curvas experimentais.

A avaliação numérica dos parâmetros da MFEP para corpos C(T) do GLARE 4 3/2 0,3 será discutida na sequência, através das curvas *P versus* CMOD, *P versus* δ_5 e *P versus* Integral J. Em adição, as curvas de δ_5 e Integral J aplicados serão apresentadas e comparados com as curvas de resistência experimentais.

6.1 – REPRESENTAÇÃO DO ENSAIO À TRAÇÃO DO GLARE 4 4/3 0,5

6.1.1 – Modelo sem a consideração das tensões residuais

A Figura 55 apresenta os resultados do comportamento à tração do laminado quando abordado ao nível do pré-impregnado, através do *UD GLASS*, e ao nível da camada de fibras, através do *CP70 GLASS*, considerando a abordagem com elementos tipo casca.

Do ponto de vista global, pode ser observado que o modelo apresentou o comportamento bi-linear esperado, onde a primeira inclinação das curvas foi governada pelas camadas de alumínio, e, após a plastificação, pelas camadas de fibras. A primeira parte das curvas, antes do escoamento do laminado, apresentou uma inclinação ligeiramente maior na direção LT, bem como um maior limite de escoamento, o que condiz com o esperado, uma vez que a orientação das fibras em 90/0/90 induz uma maior resistência nessa direção. O mesmo comportamento pode ser observado para a região após o escoamento, o que indica que este modelo apresenta uma boa aproximação para estudo do comportamento global do laminado.

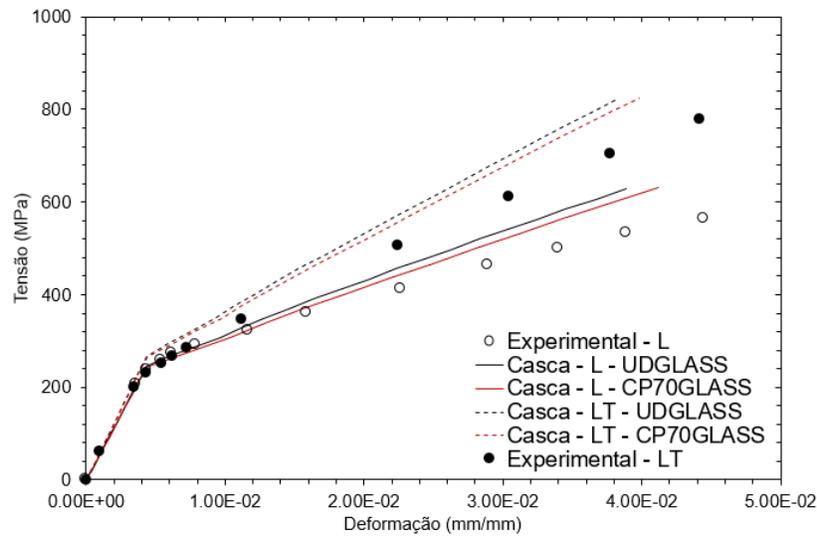


Figura 55 – Resultados para a curva tensão *versus* deformação do modelo usando elementos de casca.

Em termos dos resultados experimentais, os modelos apresentaram bons resultados para deformações até 1.5%, havendo uma divergência para deformações maiores, embora o modelo à nível da camada de fibras, *CP70 GLASS*, tenha apresentado melhores resultados.

6.1.2 – Modelo com a consideração das tensões residuais

A Tabela 8 apresenta os resultados de tensões residuais devido à aplicação de um ΔT de $-100\text{ }^{\circ}\text{C}$ ao modelo de elementos finitos, para os dois tipos de elementos utilizados, casca e sólidos tipo casca.

Tabela 8 – Tensões residuais do modelo, em MPa, considerando um ΔT de $-100\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Camada	Direção	Elemento de casca	Elemento sólido tipo casca
2024-T3	L	16,77* / 22,91**	22,90

Camada	Direção	Elemento de casca	Elemento sólido tipo casca
2024-T3	LT	28,79* / 35,00**	34,77
<i>UD GLASS #90</i>	1	-76,16	-
	2	-0,29	-
<i>UD GLASS #0</i>	1	-87,45	-
	2	1,18	-
<i>CP70 GLASS</i>	L	-40,09	-40,09
	LT	-61,24	-61,28

Observação: * é relacionado ao resultado do modelo com *UD GLASS* e ** ao modelo com *CP70 GLASS*.

A liga de alumínio 2024-T3 possui um coeficiente de expansão térmica maior que o *CP70 GLASS*, induzindo tensões trativas no metal. Esse fenômeno pode ser explicado pela tendência do alumínio de se contrair mais que a camada de fibra/polímero, que age restringindo a deformação. Por outro lado, o *CP70 GLASS* é submetido a tensões compressivas.

Ao nível do pré-impregnado, maiores tensões compressivas podem ser observadas na direção LT, induzidas pelo menor coeficiente de expansão térmica das fibras de vidro tipo S2, que compõe o pré-impregnado *UD GLASS*, que em conjunto com a configuração 90/0/90, resultam em um menor coeficiente do *CP70 GLASS* na direção LT quando comparada com a direção L. Da mesma forma, as camadas *UD GLASS* apresentaram maiores tensões compressivas na direção paralela à orientação das fibras, com maior magnitude na camada #0, devido à semelhança do coeficiente de dilatação térmica na direção perpendicular às fibras com o do alumínio, induzindo tensões compressivas próximas a zero nessa direção.

Quanto ao comparativo entre as abordagens, diferenças nos resultados foram encontrados quando foi variada a abordagem da camada fibra/polímero, evidenciado pela mudança nas tensões das camadas de alumínio, porém, apresentando valores ligeiramente parecidos. Fica evidente que, embora apresentem diferença nos resultados, tudo depende do nível de detalhamento requerido, onde um maior detalhamento no pré-processamento do modelo é

necessário ao nível do pré-impregnado, porém com resultados mais refinados por cada camada fibra/matriz. Somado a isso, tendo em vista do que está disponível de informação quanto às propriedades dos materiais dos componentes, os resultados mostraram que ambas as abordagens representam corretamente o que se espera de um laminado tipo GLARE bidirecional. Por fim, do ponto de vista do elemento, pode ser observado que o elemento sólido tipo casca apresentou resultados de tensões residuais muito próximos à abordagem com elementos de casca.

A Figura 56 apresenta as curvas tensão *versus* deformação dos modelos com e sem a consideração das tensões residuais, para os elementos de casca, onde somente a abordagem à nível da camada de fibra é apresentada, devido ao melhor resultado quando comparado com a abordagem ao nível do pré-impregnado, como apresentado no capítulo anterior.

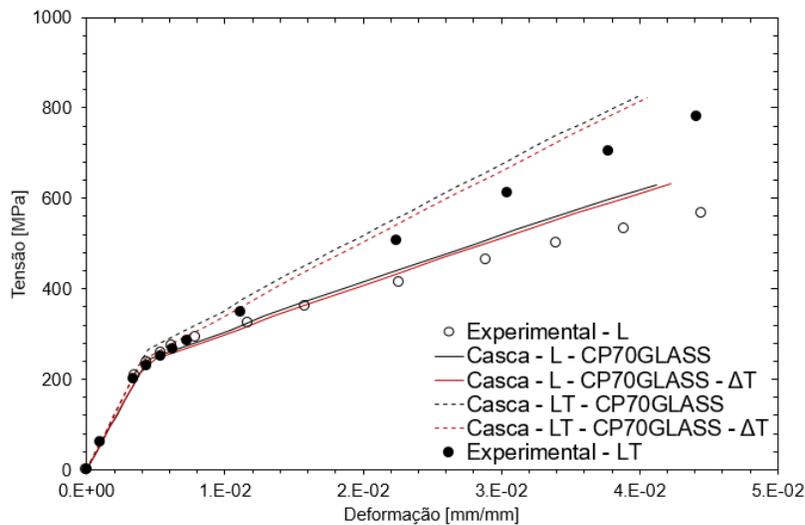


Figura 56 – Resultados para a curva tensão *versus* deformação do modelo usando elementos de casca, com e sem a consideração da tensão residual.

Note que as curvas apresentaram uma ligeira queda, aproximando-se um pouco mais dos ensaios experimentais. Isso se dá pela correção imposta à resposta do modelo de elementos finitos, tendo em vista que para uma tensão aplicada, a resposta de deformação foi corrigida pela deformação residual.

Como apresentado anteriormente para os resultados das tensões residuais, é possível observar na Figura 57, que o elemento sólido tipo casca aproximou o comportamento em tração do laminado da mesma forma que a abordagem com elementos de casca. A vantagem do uso de elementos com a forma sólida que representam corretamente o comportamento do laminado se dá em geometrias complexas, onde a sua forma se adequa melhor, além da possibilidade de estudos onde há o interesse na interação entre as camadas, como por exemplo, estudos de delaminação.

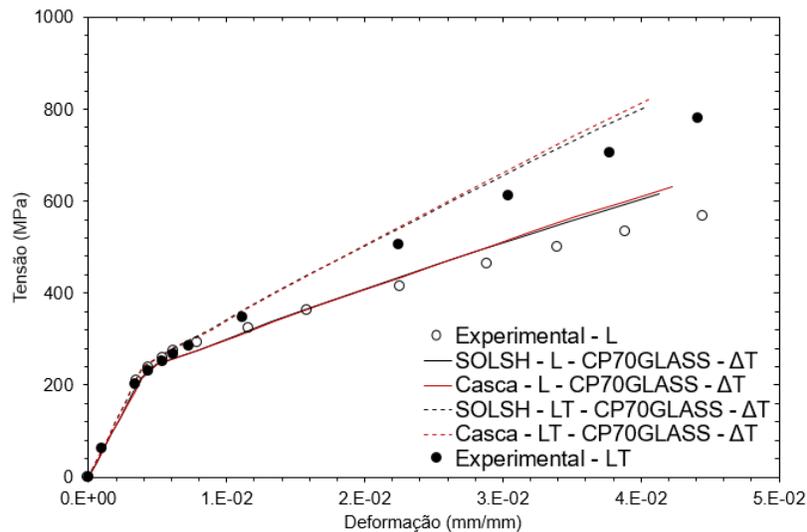


Figura 57 – Resultados para a curva tensão *versus* deformação com elementos de casca e elementos sólidos tipo casca (SOLSH).

Como principal característica dos FMLs, as tensões das camadas de metal trincadas são transmitidas às fibras pelo adesivo, descarregando as camadas de metal e diminuindo a velocidade de crescimento da trinca nessas camadas. Com isso, a aderência entre as camadas de alumínio e os pré-impregnados têm uma importante contribuição para o mecanismo de ponteamto da trinca. Segundo VLOT [4], quando carregado em fadiga, foi verificado que o adesivo começa a se desprender do metal. Essa perda de adesão aparentemente adversa, contribui para que as fibras não sejam submetidas à um alongamento muito grande e falhem com a abertura da trinca. Por outro lado, se a delaminação for muito grande, a boca da trinca irá se abrir muito e, conseqüentemente,

gerar um crescimento rápido. Portanto, existe um balanço entre a delaminação e o crescimento da trinca. Essa discussão pode ser o motivo pelo qual foram encontradas discrepâncias nos resultados dos modelos de elementos finitos quando comparados aos resultados experimentais para grandes deformações, apresentados nas figuras acima. Com uma tensão constante, as deformações nas camadas de alumínio são diferentes do que nas camadas de fibras devido à diferente rigidez, isso pode induzir uma certa delaminação entre as camadas, diminuindo a rigidez do laminado para cargas altas. Os modelos apresentados consideram uma adesão perfeita entre as camadas.

Estudos adicionais podem ser realizados introduzindo elementos especiais de interface entre os elementos sólidos tipo casca. VLOT [71] apresentou um estudo de elementos finitos com o objetivo de analisar a delaminação em um laminado GLARE devido à flambagem, Figura 58 (a). Elementos de interface especiais com modelos de falha foram implementados entre os elementos sólidos tipo casca para a simulação do crescimento da delaminação, Figura 58 (b). Com algumas vantagens devido à não necessidade de elementos de interface, o método de elementos finitos estendido (XFEM em sua abreviação em inglês) também pode ser usado para tal representação. A aplicação do XFEM em FMLs pode ser encontrada, por exemplo, no estudo de CURIEL SOSA *et. al* [72] para a delaminação de uma viga para crescimento de trinca de modo I.

Portanto, estes elementos de interface especiais ou o emprego do próprio XFEM podem ser empregados entre cada camada de elementos sólidos, variando as propriedades de resistência à delaminação para poder representar esta possível perda de rigidez ao longo da aplicação do carregamento e representar com mais acurácia o comportamento do laminado.

Os resultados obtidos do estudo da avaliação numérica do ensaio de tensão *versus* deformação do GLARE 4 4/3 0,5 foram publicados nos anais do Terceiro Congresso Brasileiro de Materiais Compósitos (BCCM3), entre os dias 28 e 31 de agosto de 2016, em Gramado, Rio Grande do Sul, Brasil.

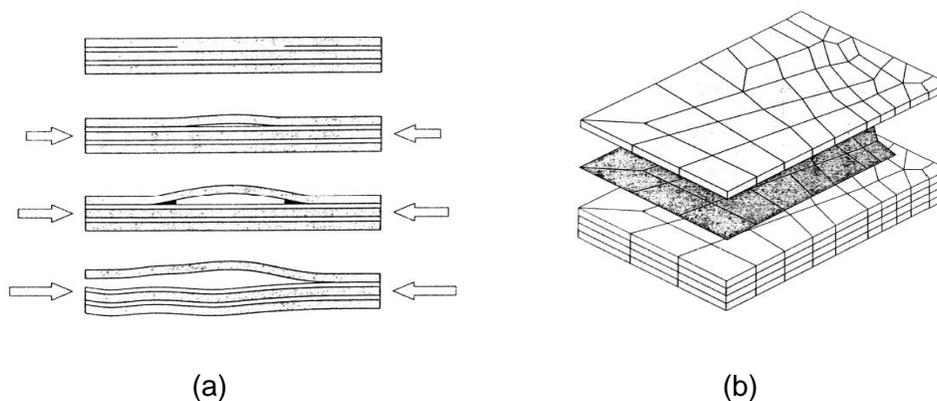


Figura 58 – Exemplo de estudo de delaminação com elementos especiais de interface. (a) mostra as seqüências de flambagem até a falha e (b) o modelo de elementos finitos.–

Planejamento das atividades

6.2 – REPRESENTAÇÃO DO GLARE 4 3/2 0,3 PARA O CÁLCULO DOS PARÂMETROS DA MFEP

As figuras Figura 59 e Figura 60 apresentam os resultados da análise de convergência de malha para uma placa de alumínio com 0,5mm de espessura. A convergência de malha se restringiu na aplicação do método *VCE* para o cálculo da Integral J. Entende-se que a calibração do cálculo numérico da Integral J é suficiente para uma boa acurácia na representação das tensões e deformações elasto-plásticas na região singular em questão, uma vez que é proveniente de integrais dos campos de tensões e deformações no volume dos elementos. Com isso, um correto cálculo da Integral J também poderia ser extrapolado para o CMOD e para o CTOD, que por sua vez, no modelo de elementos finitos, significam grandezas dimensionais do posicionamento de nós no momento final de aplicação do carregamento. Os resultados numéricos apresentados foram comparados aos resultados teóricos previstos na literatura, feitos com o auxílio do programa MAPLE®. O detalhamento deste cálculo para ambas as geometrias C(T) utilizadas para calibração ($a/wp=0,5$ e $a/wp=0,25$) são apresentadas no Anexo 1 dessa dissertação. Como definição do método *VCE*, os resultados da análise de convergência de malha apresentam cinco resultados numéricos, um para cada integração no contorno dos elementos ao redor da trinca

(Ncount). O valor numérico da Integral J tende a convergir com o aumento do número de contornos.

A estratégia da análise de convergência de malha apresentada na Tabela 9 foi implementada, em uma primeira abordagem, fixando 26 elementos no contorno da trinca, o que resultou em 13 elementos no modelo com simetria e um elemento na espessura. O refino ficou acerca da variação do raio do primeiro elemento e do tamanho dos demais, contralados pelos parâmetros Rr e Rrat, resultando em três modelos: 1.1, 1.2 e 1.3. Como pode ser visto, estes três modelos não apresentaram bons resultados quando comparados com o valor teórico. Com isso, decidiu-se aumentar o número de elementos na espessura, atingindo uma boa precisão a partir do quarto contorno. Por fim, com esta última malha encontrada, foi realizado o mesmo para uma razão a/wp diferente, também apresentando bons resultados. Os últimos modelos de cada geometria foram implementados de forma a verificar a influência do número de elementos no contorno da trinca, com o objetivo de diminuir o custo computacional da análise no laminado. Concluiu-se que os resultados, mesmo com 18 elementos (9 no modelo com simetria), apresentaram boa coerência com o valor teórico.

Tabela 9 – Modelos utilizados para análise de convergência de malha.

Modelo	a/wp	Rr [mm]	Rrat	NElem	Ncount	NThick
1.1	0,5	1,0	0,75	26	5	1
1.2		0,5	0,75	26		1
1.3		0,2	0,50	26		1
1.4		0,2	0,50	26		2
1.5		0,2	0,50	18		2
2.1	0,25	0,2	0,50	26	5	2
2.2		0,2	0,50	18		

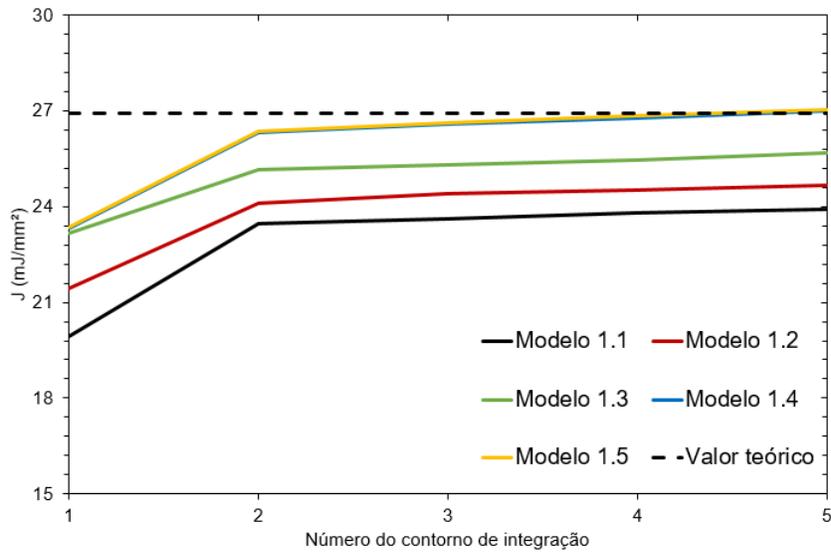


Figura 59 – Resultados da análise de convergência de malha para $a/w_p=0,5$.

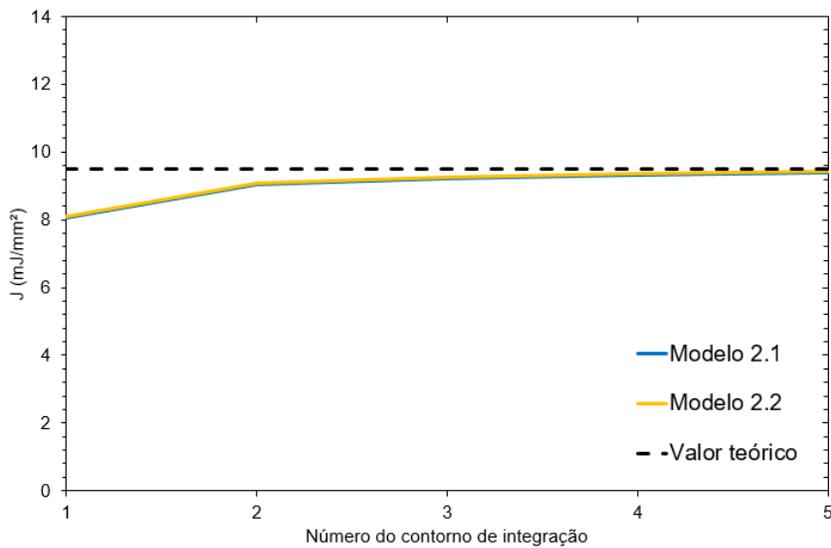


Figura 60 – Resultados da análise de convergência de malha para $a/w_p=0,25$.

Como anteriormente mencionado, esta análise foi importante para a implementação da malha no laminado. A Figura 61 apresenta a malha de elementos finitos utilizada para o cálculo dos parâmetros da MFEP no laminado GLARE. Neste, as conclusões acerca da análise de convergência de malha foram utilizadas, mantendo a mesma razão de tamanho

entre o primeiro e o segundo contorno de elementos e utilizando 18 elementos por contorno (9 no modelo com simetria). Um elemento por camada, ao longo da espessura, foi utilizado, mantendo a coerência com a análise de convergência de malha, que constatou a necessidade de dois elementos no modelo, resultando em cinco elementos na espessura.

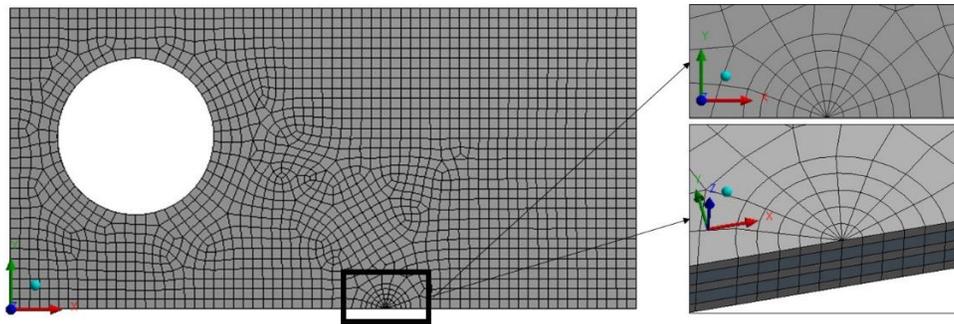


Figura 61 – Malha de elementos finitos do laminado em uma geometria C(T).

6.2.1 – Modelo do GLARE 4 3/2 0,3 longitudinal

6.2.1.1 – Curva P- Δ a experimental

Antes da apresentação dos resultados numéricos, faz-se necessária a definição dos patamares de comportamento do corpo de prova em função da sequência de carga/descarga implementada no trabalho de ALMEIDA [5], uma vez que os resultados numéricos não representam o crescimento da trinca.

A Figura 62 apresenta a evolução do tamanho da trinca em função da aplicação do carregamento no corpo de prova C(T)10. Claramente, define-se três regiões: primeira região, até aproximadamente a carga de 1,8kN, onde não há qualquer avanço da trinca, uma segunda região, até 2,3kN, onde a trinca evolui com uma determinada taxa de propagação e uma terceira região, onde há a evolução da trinca com uma taxa ainda maior. Com essas três regiões, é possível definir dois patamares: um a 1,8kN e outro a 2,3kN. Essas regiões são as que definem a curva de resistência do material (*R-curve*), que por sua

vez são geralmente apresentadas em J versus Δa ou δ_5 versus Δa para os FMLs. A identificação das cargas críticas ou dos parâmetros críticos da MFEP (J_c e δ_5c) podem ser feitas com as curvas desses parâmetros aplicados, para diversos tamanhos de trinca.

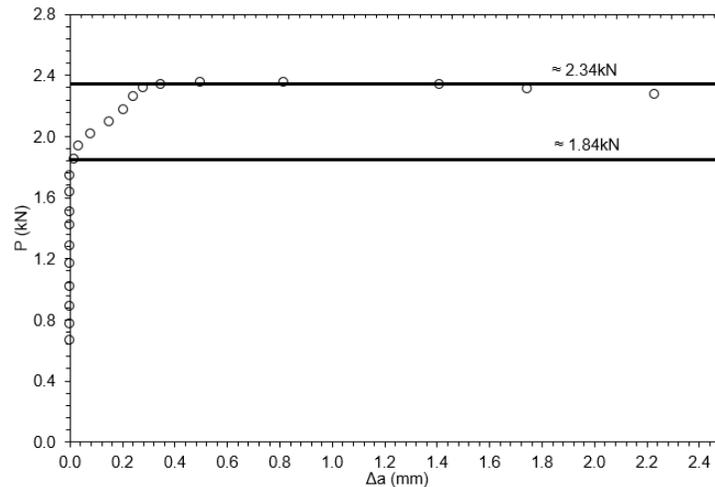


Figura 62 – Curva P versus Δa do corpo de prova C(T)10 levantado através do método ótico [5].

6.2.1.2 – Curvas P-CMOD, P- δ_5 e P-Integral J

A Figura 63 apresenta o resultado da evolução da tensão máxima principal, na superfície da chapa externa de alumínio, até uma carga de 2,5kN. Os resultados, apresentados em MPa, mostram a evolução do campo HRR na frente da trinca, evidenciando uma significativa região com deformação plástica na ponta da trinca, acima de 320MPa, o que determina a necessidade de avaliação pela MFEP.

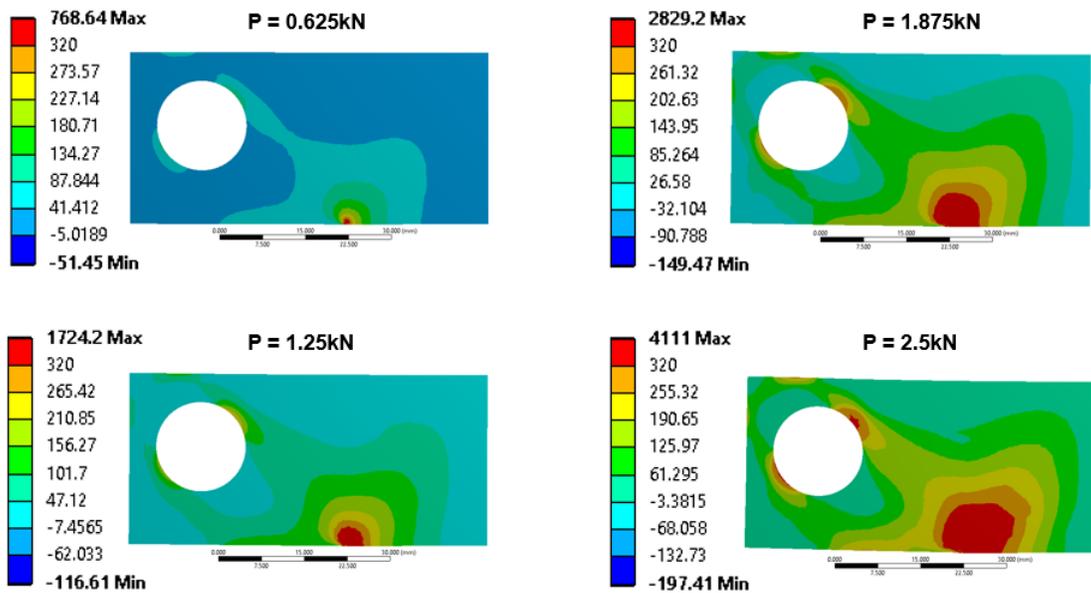


Figura 63 – Evolução da tensão máxima principal na camada mais externa da chapa de alumínio, resultados em MPa.

Os resultados das curvas *P versus CMOD* e *P versus δ_5* podem ser observados na Figura 64 e na Figura 65. Note que os resultados de CMOD ficaram bem próximos aos resultados experimentais até uma carga próxima a 2,0kN onde, a partir da qual os resultados experimentais começam a divergir, explicado pelo início do crescimento da trinca do ensaio experimental. Por outro lado, nos resultados para o δ_5 , note que a diferença com experimento é maior e anterior ao carregamento de 1,8kN, o que pode ter sido gerado pelo início da delaminação ao redor da ponta da trinca. Essa delaminação é característica dos FMLs, que tende a aumentar o valor de δ_5 , porém, restringindo o crescimento da trinca devido à transferência do carregamento pelas camadas de fibra. Como o modelo de elementos finitos idealiza uma adesão perfeita entre as camadas, esse efeito não é representado. Esse efeito é mais evidente na curva de δ_5 possivelmente pelo fato de ser uma medição local à ponta da trinca, uma vez que o CMOD é medido na altura da aplicação da carga.

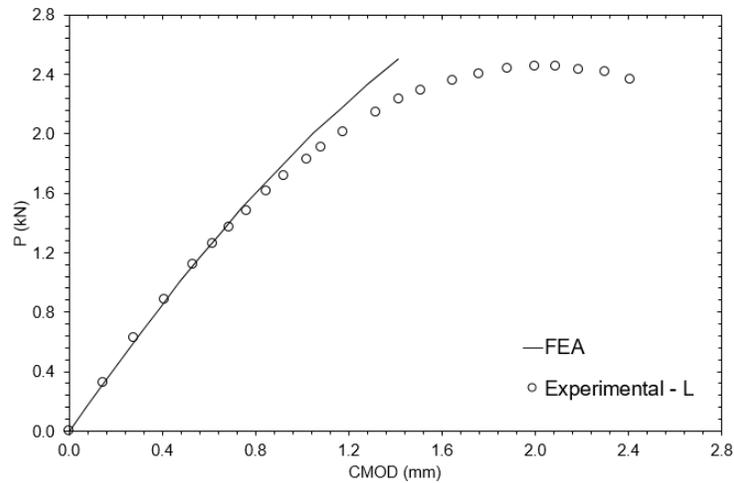


Figura 64 – Resultados para a curva *P versus* CMOD do GLARE 4 3/2 0,3 L.

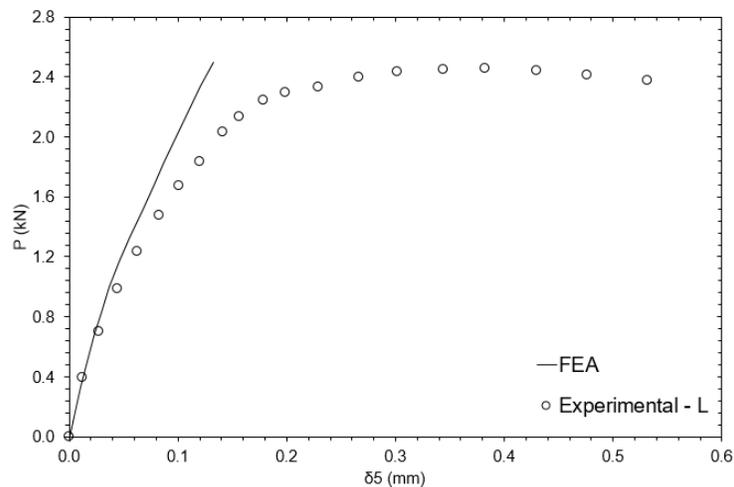


Figura 65 – Resultados para a curva *P versus* δ_5 do GLARE 4 3/2 0,3 L.

A Figura 66 apresenta o resultado da curva *P versus* Integral J para o GLARE 4 na direção L. Neste, os pontos da curva experimental são relacionados ao número de descargas presentes no ensaio. Pode ser observado uma boa coerência com os resultados experimentais.

Da mesma forma que nos gráficos anteriores, para cargas próximas à 2,0kN ou acima, os valores experimentais começam a evoluir de forma diferente que o numérico, devido ao

início da propagação da trinca. No método experimental utilizado por ALMEIDA [5], baseado na ASTM E1820 [25], o valor da Integral J é relacionado com o gráfico de *P versus* CMOD, o que justifica a pouca influência da delaminação inicial até o início da propagação, como também foram identificados nos resultados de CMOD da Figura 64.

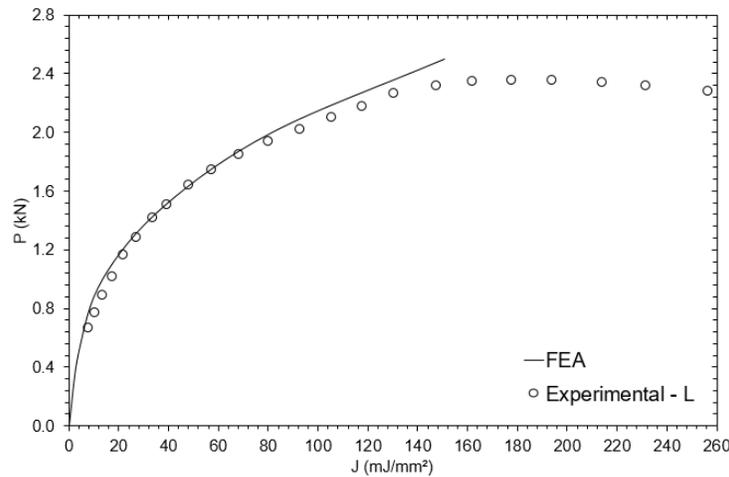


Figura 66 – Resultados para a curva *P versus* Integral J do GLARE 4 3/2 0,3 L.

6.2.1.3 – Curvas de Integral J e de δ_5 aplicados

Como anteriormente explicado no Capítulo 3, as curvas de J e δ_5 aplicados são comparadas com a curva de resistência (R-curve), de forma a entender os patamares de evolução do crescimento da trinca. Esses patamares são identificados dependendo de como a taxa de energia liberada e a resistência do material variam com o comprimento da trinca. Portanto, neste capítulo os resultados de J e δ_5 aplicados serão interpretados em função da curva de resistência experimental, de forma a observar as cargas as quais se pode identificar os patamaters de evolução de crescimento da trinca. Esses patamares serão comparados aos resultados da Figura 62, de forma a observar como os parâmetros da MFEP (Integral J e o δ_5) se aplicam, considerando o cálculo através da metodologia proposta.

A representação das curvas de δ_5 e Integral J aplicadas foi levantada utilizando oito tamanhos de trinca diferentes: 23mm, 24mm, 25mm, 26mm, 27mm, 28mm, 29mm e 30mm. Isso, de forma a obter valores dos parâmetros aplicados ao redor do tamanho inicial da trinca do corpo de prova selecionado, bem como cobrir o tamanho da trinca no fim do ensaio. Todos os modelos mantiveram o mesmo w_p de 50mm e foram calculados através de seis carregamentos: 0,4kN, 1,3kN, 2,0kN, 2,2kN, 2,5kN, e 2,8kN. Resultando em um total de 48 modelos.

A Figura 67 apresenta as curvas de J aplicado calculadas pelo método de elementos finitos. Observando a curva azul (2,0kN), note que esta intercepta a curva de resistência próximo ao ponto de início da primeira mudança de curvatura da curva de resistência, identificando o ponto de carregamento próximo ao qual a trinca começa a se propagar para uma mudança de carregamento, como pode ser observado também para a curva verde (2,2kN). Porém, para valores maiores de carregamento, as curvas de J aplicado passam a interceptar a região do segundo patamar (valores próximos à 2,5kN). Note que para a curva cinza (2,8kN), qualquer combinação de tamanho de trinca e carregamento já iriam gerar um crescimento da trinca. Estes resultados se aproximam aos patamares observados no ensaio experimental apresentados na Figura 62.

Por fim, em seu trabalho, ALMEIDA [5], mesmo ressaltando que nem todos os requisitos e os critérios de qualificação propostos pela ASTM A1820 [25] se enquadram nos FMLs, estimou valores de J_c considerando todos os corpos de prova. Foi encontrado um valor próximo à 150mJ/mm², coerente com o ponto de interseção da curva de 2,5kN com a de resistência, o que indica uma boa representação do ensaio pelo modelo de elementos finitos aplicado.

Observando as curvas de δ_5 aplicados, Figura 68, pode ser observado que o comportamento coerente da Integral J não se repete. Note que as curvas, para todos os carregamentos aplicados, estão longe do ponto de identificação dos patamares de crescimento da trinca. Além disso, se estas curvas fossem utilizadas para identificação da carga crítica, este valor estaria próximo à curva verde (2,2kN). Estes resultados reforçam a hipótese de que a delaminação localizada nas vizinhanças da ponta da trinca estejam comprometendo as avaliações com o δ_5 . Note que para uma mesma carga, os ensaios experimentais estão calculando um δ_5 bem maior do que o modelo de elementos finitos, o que justifica as curvas de δ_5 aplicados com valores baixos.

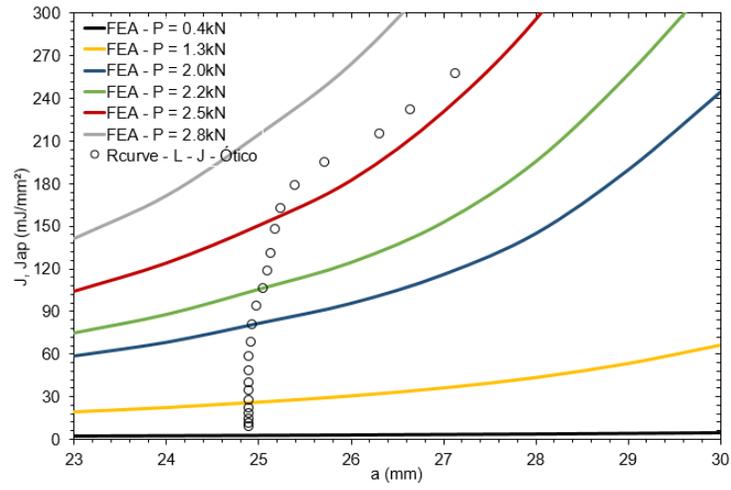


Figura 67 – Curvas de J_{ap} do GLARE 4 3/2 0,3 L.

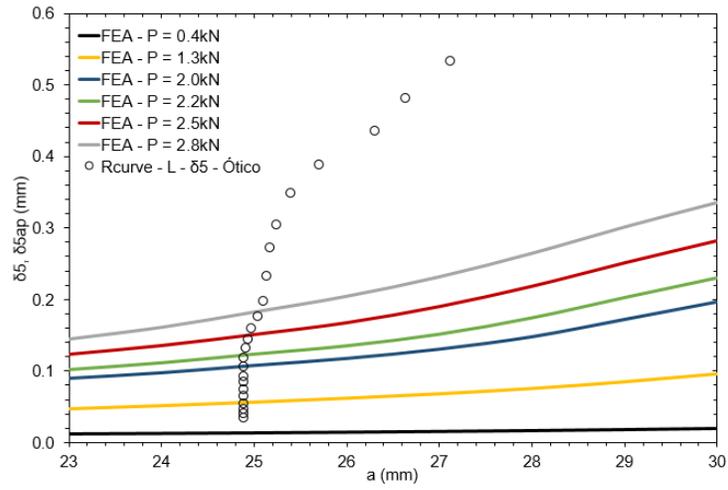


Figura 68 – Curvas de δ_{5ap} do GLARE 4 3/2 0,3 L.

6.2.2 – Modelo do GLARE 4 3/2 0,3 transversal

6.2.2.1 – Curva P- Δa experimental

O ensaio experimental na direção LT definiu um primeiro patamar em aproximadamente 1,4kN e um segundo patamar em aproximadamente 1,6kN, Figura 69. Veja que a diferença entre o primeiro e o segundo patamar na direção LT é menor que na direção L. O fato da maior parte das fibras estarem perpendiculares à direção do entalhe na direção L, faz com que haja uma maior restrição ao crescimento da trinca, o que explica a diferença nos patamares.

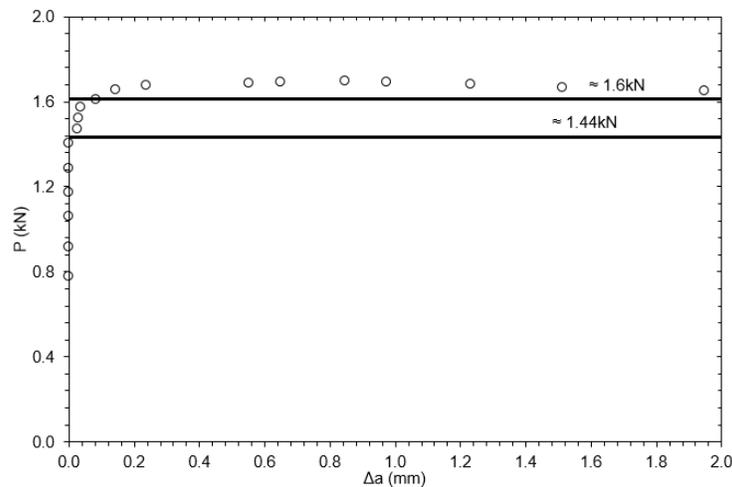


Figura 69 – Curva P versus Δa do corpo de prova C(T)8 levantada utilizando o método ótico [5].

6.2.2.2 – Curvas P-CMOD, P- δ 5 e P-Integral J

A Figura 70 apresenta o resultado da evolução da tensão máxima principal, na superfície da chapa externa de alumínio, até uma carga de 1,8kN. Pode ser observado em conjunto com os patamares de evolução da trinca da Figura 69, que o GLARE 4 apresenta uma maior resistência à propagação da trinca na direção L, conforme esperado, devido à disposição 90/0/90 das camadas de fibras. Os resultados experimentais mostram que a direção L apresenta o segundo patamar à uma carga de aproximadamente 2,3kN, maior que na direção LT (\approx 1,6kN). A Figura 71 apresenta uma comparação da deformação plástica principal em ambas as direções, na carga, identificada por ser o momento de início do segundo patamar. Veja que neste momento, a direção LT está com uma região submetida à deformação plástica na ponta da trinca menor que na direção L, evidenciando uma maior tenacidade à fratura na direção L, devido à restrição imposta pelas fibras que estão em sua maioria orientadas perpendicularmente à direção do entalhe.

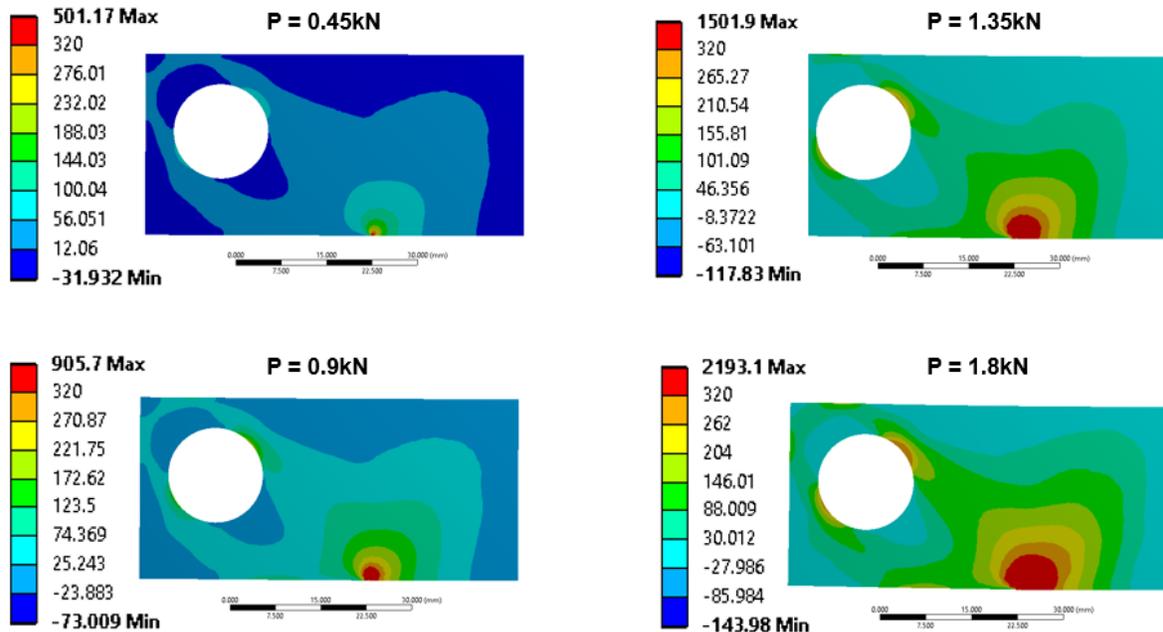


Figura 70 – Evolução da tensão máxima principal na camada mais externa da chapa de alumínio, resultados em MPa.

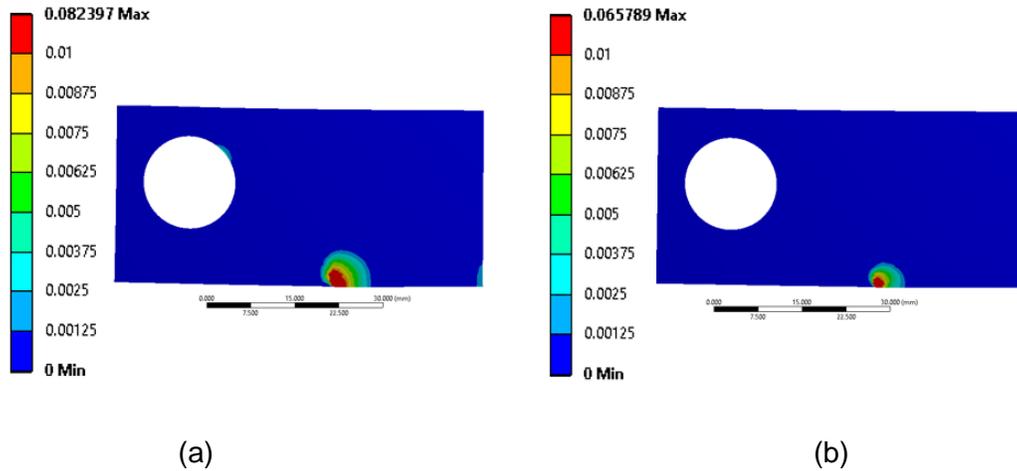


Figura 71 – Deformação plástica principal em mm/mm no momento de aplicação da carga crítica: a) para direção L com 2,3kN e b) para a direção LT com 1,6kN

Os resultados das curvas *P versus* CMOD e *P versus* δ_5 podem ser observados nas Figura 72 e Figura 73, respectivamente. Note que para a direção LT, ambos os resultados ficaram bem próximos ao experimental até a carga que define o momento de início de propagação da trinca. A coerência de resultados do δ_5 para cargas até o início da propagação pode ser explicada pela menor influência da delaminação nessa direção, devido à uma menor resistência das fibras, que estão, em sua maioria, na direção longitudinal ao entalhe.

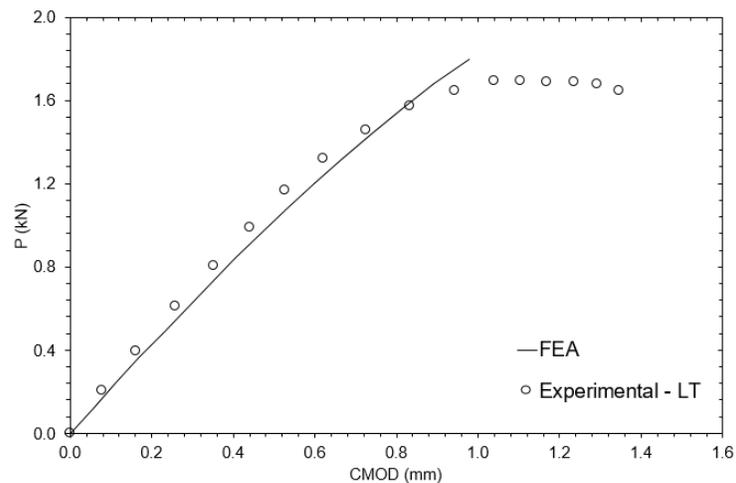


Figura 72 – Resultados para a curva *P versus* CMOD do GLARE 4 3/2 0,3 LT.

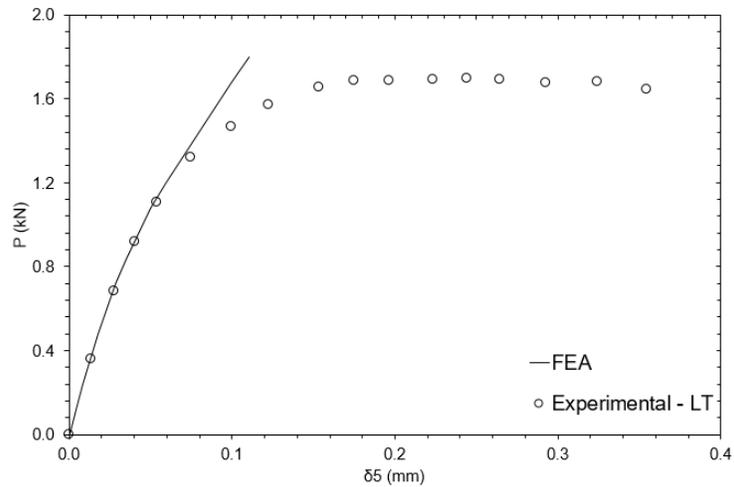


Figura 73 – Resultados para a curva P versus δ_5 do GLARE 4 3/2 0,3 LT.

A Figura 74 apresenta o resultado da curva P versus Integral J para o GLARE 4 na direção L. Da mesma forma, os pontos da curva experimental são relacionados ao número de descargas presente no ensaio. Pode ser observada uma boa coerência com os resultados experimentais até o ponto de inflexão gerado pelo crescimento da trinca, como também concluído para as curvas de CMOD e δ_5 .

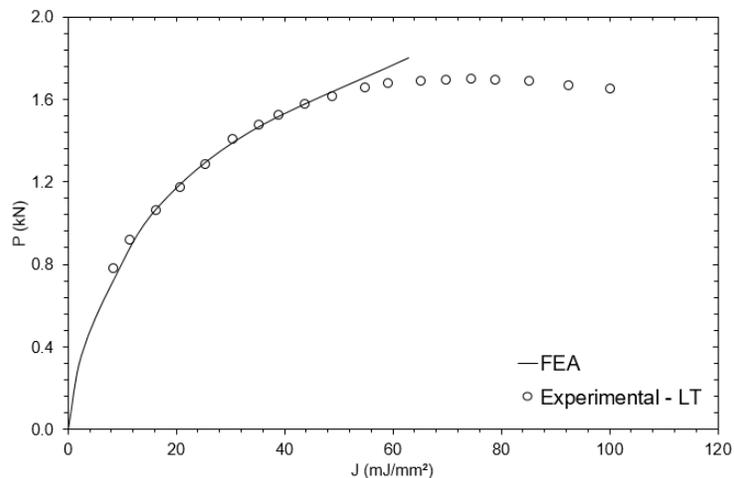


Figura 74 – Resultados para a curva P versus Integral J do GLARE 4 3/2 0,3 LT.

6.2.2.3 – Curvas de Integral J e de $\delta 5$ aplicados

Como para a direção L, aqui o mesmo objetivo de comparação com os patamares de evolução do crescimento da trinca será realizado, porém, comparando com os resultados da Figura 69.

A representação das curvas de $\delta 5$ e Integral J aplicadas foram levantados utilizando os mesmos tamanhos de trinca implementados para a direção L. Neste, sete carregamentos foram aplicados, porém, com magnitudes diferentes: 0,4kN, 0,6kN, 1,0kN, 1,3kN, 1,5kN, 1,6kN e 1,8kN, resultando em um total de 56 modelos.

A Figura 75 apresenta as curvas de J aplicado calculadas pelo modelo de elementos finitos para a direção LT. Note que a mesma coerência dos resultados da direção L podem ser constatados para a direção LT. Veja que uma região entre a curva vermelha (1,5kN) e a curva cinza (1,6kN) definem a região onde se inicia o crescimento da trinca. Já a comparação com o segundo patamar, note que a curva amarela representa este carregamento. Quando comparando com a estimativa do J_c feita por ALMEIDA [5], foi encontrado um valor médio de $73,36\text{mJ/mm}^2$, valor próximo ao ponto de interseção da curva de J aplicado a 1,8kN do modelo de elementos finitos, coerente com o segundo patamar identificado na Figura 69.

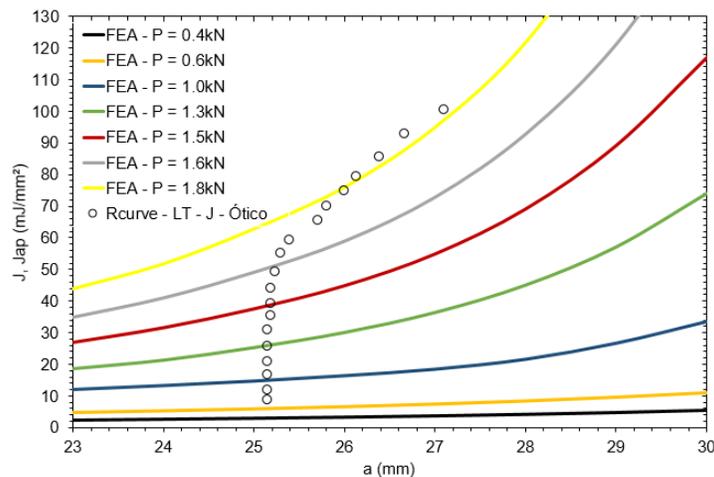


Figura 75 – Curvas de J_{ap} do GLARE 4 3/2 0,3 LT.

Observando as curvas de $\delta 5$ aplicados, Figura 76, note que os resultados ficaram um pouco melhores que os da direção L. Nestes resultados, é possível identificar uma coerência até o momento de início de propagação da trinca, determinada próximo à curva cinza (1,6kN), o que se assemelha com os resultados experimentais. Porém, para cargas maiores, que definem o avanço da trinca, o $\delta 5$ experimental passa a aumentar de forma significativa, o que não condiz com os resultados do modelo de elementos finitos.

Esses resultados reforçam a influência da delaminação entre as camadas alumínio/polímero e a necessidade de melhor representação das características da interface para poder utilizar o $\delta 5$ como parâmetro da MFEP. Veja que os resultados na direção LT estão mais precisos do que na direção L, mesmo para a Integral J, por mais que a delaminação não influencie de maneira significativa no cálculo numérico desta grandeza.

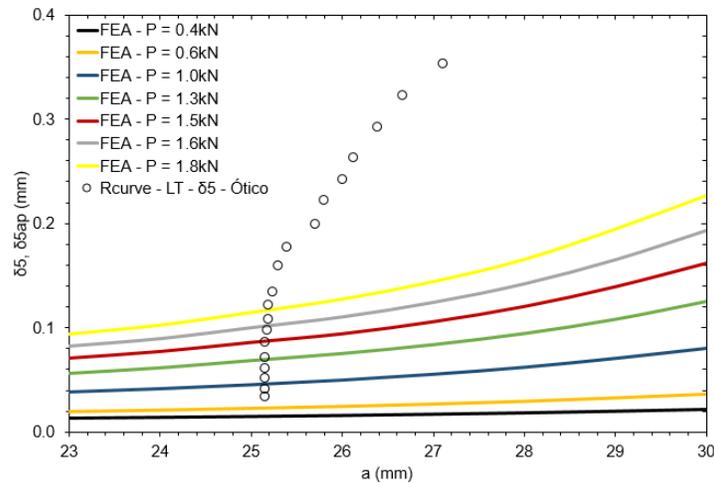


Figura 76 – Curvas de $\delta 5_{ap}$ do GLARE 4 3/2 0,3 LT.

Capítulo 7 – Conclusões

Como objetivo principal de avaliar o comportamento em tração e os parâmetros da mecânica da fratura de FMLs bidirecionais tipo GLARE, através do MEF, comparando com ensaios experimentais, pode-se, a partir dos resultados, concluir que:

- O modelo de elementos finitos proposto através de elementos de casca, incluindo a abordagem de modelo de material elasto-plástico para representar as camadas de alumínio e linear elástico para representar as camadas de fibras, apresentou resultados de acordo com um comportamento típico em tração de um FML bidirecional para ambas as direções de carregamento (L e LT).
- A abordagem a nível da camada de fibras, através das propriedades do *CP70 GLASS*, apresentou melhor resultado do que a abordagem a nível do pré-impregnado, através do *UD GLASS*, quando comparado com os resultados de ensaios experimentais.
- O modelo de elementos finitos através de elementos sólidos tipo casca de primeira ordem, também obteve uma boa representação do comportamento do laminado estudado, o que é uma vantagem quando se deseja estudar detalhes na interface entre as camadas, como, por exemplo, estudos de delaminação. Isso representa uma grande vantagem do ponto de vista computacional, pois estes elementos não apresentam problemas de travamento em grandes razões de aspecto, como nos sólidos de primeira ordem comuns, que, por sua vez, necessitariam de um maior refino ou até a utilização de sólidos de segunda ordem.
- O estudo das tensões residuais geradas pelo processo de fabricação do laminado apresentou resultados conforme esperado, gerando tensões trativas nas camadas de alumínio e compressivas nas camadas de fibras, devido ao maior coeficiente de expansão térmica do alumínio.
- O nível de tensões trativas nas camadas de alumínio na direção LT são maiores que na direção L no laminado estudado (GLARE 4B), devido à orientação das fibras em 90/0/90, onde a maior quantidade de fibras na direção LT aumenta a restrição ao alumínio na tentativa de contrair com a variação de temperatura. O mesmo foi

observado para as camadas de fibras, onde as tensões compressivas são maiores na direção LT.

- A abordagem ao nível do pré-impregnado, através do *UD GLASS*, permite um detalhamento maior dos resultados, podendo ser refinado de camada por camada, além de permitir alterações locais como a orientação das fibras por pré-impregnado, para estudo de sensibilidade nos resultados. Por outro lado, a abordagem a nível da camada, depende de ensaios experimentais da sequência completa do pré-impregnado, porém, com resultados mais precisos.
- A comparação com os ensaios de tração experimentais mostraram bons resultados para ambas as direções, apresentando uma ligeira discrepância com o aumento do carregamento (deformações acima de 1,5%). Essa discrepância pode ser explicada pela possível delaminação parcial nas interfaces alumínio/polímero, que não é representada no modelo de elementos finitos, o que gera uma queda de rigidez do laminado. É possível observar que os resultados na direção L são mais precisos que na direção LT, o que reforça a justificativa pela delaminação, por possivelmente ser mais presente nesta direção e ter a maior predominância das fibras na direção do carregamento.
- A correção da curva de tensão *versus* deformação pelas tensões residuais provenientes do processo de fabricação, ainda que aproximando os resultados do modelo aos experimentais, apresentou pouca influência no laminado estudado.
- A análise de convergência de malha faz-se necessária para a melhor representação dos parâmetros da MFEP. É importante a definição de parâmetros de malha que define os elementos nos contornos da trinca, de forma a estudar a melhor combinação que representa o caso estudado. No caso do GLARE estudado, GLARE 4 4/3 0,5 um modelo preliminar de uma chapa de alumínio foi utilizado para calibração, através de resultados teóricos já conhecidos.
- A representação e aplicação do método VCE para o cálculo da Integral J, por ser baseada em integrações no volume dos elementos, necessitou da aplicação de elementos sólidos comuns. A análise foi implementada com elementos de segunda ordem, de forma a evitar os fenômenos de travamento e diminuir a necessidade de refino de malha devido às baixas espessuras.

- As avaliações dos campos de tensão no corpo C(T) para ambas as direções do laminado apresentaram uma boa coerência com o esperado, identificando uma maior tenacidade à fratura no modelo onde o entalhe foi posicionado de maneira longitudinal à direção de laminação do alumínio (L). Comparando os instantes de cargas que definem o segundo patamar, região do ensaio das curvas de resistência com maior taxa de propagação, o modelo L apresentou uma maior região com deformação plástica na ponta da trinca, o que indica a tendência das fibras de restringir o crescimento da trinca, através da restrição gerada nesta direção.
- Os resultados das curvas de P versus CMOD para os corpos de prova selecionados apresentaram bons resultados quando comparados com os experimentais, até as cargas em que a trinca começa a se propagar, ponto a partir do qual o modelo de elementos finitos implementado não representa.
- Para as curvas P versus δ_5 , diferentes resultados foram encontrados dependendo da direção estudada. Na direção onde o entalhe foi estudado longitudinalmente à direção da laminação do alumínio (L) a curva do modelo numérico ficou um pouco diferente para cargas até menores do que a carga na qual a trinca começa a se propagar. Já para a direção LT, os resultados numéricos e experimental ficaram muito próximos. Essa conclusão reforça a questão da representação da delaminação entre as camadas, uma vez que o δ_5 é uma medição direta na ponta da trinca, muito influenciada pela delaminação que acontece na frente da trinca. A diferença entre a direção L e LT é explicada pela maior concentração de fibras restringindo o crescimento da mesma na direção L.
- A aplicação do método VCE para o cálculo da Integral J no laminado estudado apresentou bons resultados aos experimentais, para ambas as direções. Isso mostra que a delaminação na ponta da trinca acaba por não influenciar nesta medição, para a abordagem numérica selecionada.
- As curvas de J aplicados apresentaram bons indicativos de levantamento das cargas críticas para a qual a trinca começa a se propagar, apresentando valores muito próximos aos experimentais.
- Para as curvas de δ_5 aplicados, as mesmas só apresentaram bons resultados para quantificar a carga na qual a trinca começa a se propagar, primeiro patamar, porém,

com maior precisão para a direção LT. Na direção L, o δ_5 aplicado não apresentou um bom indicativo da carga, quando comparado com o experimental.

- Da mesma forma que apresentado na avaliação do comportamento mecânico à tração, os modelos onde o entalhe foi posicionado na direção perpendicular à direção de laminação do alumínio, ou seja, com as fibras a 0 predominantes na direção do carregamento, apresentaram resultados mais precisos ao experimental. Indicando a mesma conclusão acerca do nível de delaminação, que neste caso é predominante nos ensaios onde as fibras a 90 estão na direção no carregamento, direção L.
- De maneira geral, as abordagens numéricas mostraram bons resultados e uma correta representação do comportamento mecânico do laminado, fornecendo um bom indicativo de utilização da simulação por elementos finitos destes laminados bidirecionais. Em adição a isso, introduziu a utilização para avaliações à luz da mecânica da fratura, principalmente por se tratar da grandeza Integral J. A utilização de modelos que não representam o comportamento de delaminação parcial nas regiões ao redor da ponta da trinca coloca em questão a avaliação através do δ_5 , que pode, por consequência, estimar menores valores do que acontecem na realidade.

Referências

- [1] ASHBY , M.F., 1987, “Technology of the 1990s: Advanced Materials and Predictive Design”, In:*Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, A322, pp. 393-407.
- [2] GIBSON, R.F., 1994, “Introduction”. In: Corringan, J.J., Castellano, E. (eds), *Principle of Composites Materials Mechanics*. 1 ed., chapter 1, United States, McGraw-Hill.
- [3] JIN, Z.H., BATRA, R.C., 1996, “Residual Strength of Centrally Metal/Fiber Composite Laminates”, *Materials Science and Engineering*, A216, pp. 117-124.
- [4] VLOT, A., 2011, “Historical Overview”, In: VLOT, A., GUNNINK, J.W. (eds), *Fiber Metal Laminates: an Introduction*, 1 ed., chapter 1, Dordrecht, Kluwer Academic Publishers.
- [5] ALMEIDA, C.F.G., 2007, *Avaliação das Curvas de Resistência de Laminados GLARE Bidirecionais*, Dissertação M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- [6] ASUNDI, A., CHOI, A.Y.N, 1997, “Fiber Metal Laminates: An Advanced Material for Future Aircraft”, *Journal of Materials Processing Technology*, v. 63, pp. 384-394.
- [7] ASTM E561, 1999, “Standard Practice for R-curve Determination”, In: *Annual Book of ASTM Standards*, v. 03.01, pp. 509-521, ASTM, Philadelphia.
- [8] WU, G., YANG, J.-M., 2005, “The Mechanical Behavior of GLARE Laminates for Aircraft Structures”, *Journal of Minerals, Metals and Materials Society*, v. 57, n.1, pp. 72-79.

- [9] VOGELANG, L.B., VLOT, A., 2001, "Development of Fibre Metal Laminates for Advanced Aerospace Structures", *Journal of Material Process Technology*, 103(1), pp. 1-5.
- [10] MARISSSEN, R., 1984, "Flight Simulation Behaviour of Aramid Reinforced Aluminum Laminates (ARALL)", *Engineering Fracture Mechanics*, 19(2), pp. 261-77.
- [11] BASTIAN., F.L., 2003, "Compósitos Laminados Fibra-Metal: Características e Tencidade à Fratura", In: *Anais do 58º Congresso Anual da Associação Brasileira de Metalurgia e Materiais*, v. 58, pp. 3431-42, Rio de Janeiro, Julho.
- [12] GLARE & ARALL Laminates, 2000, *Aviation Equipment Prospect*
- [13] CASTRODEZA, E.M., 2002, *Desenvolvimento de Técnicas Experimentais para o Estudo da Mecânica da Fratura de Laminados Fibra-Metal*, Tese D.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- [14] VLOT, A., 2011, "GLARE Features", In: VLOT, A., GUNNINK, J.W. (eds), *Fiber Metal Laminates: an Introduction*, 1 ed., chapter 2, Dordrecht, Kluwer Academic Publishers.
- [15] VLOT, A., 2011, "Corrosion", In: VLOT, A., GUNNINK, J.W. (eds), *Fiber Metal Laminates: an Introduction*, 1 ed., chapter 28, Dordrecht, Kluwer Academic Publishers.
- [16] De VRIES, J. T., 2001, "Blunt and Sharp Notch Behaviour of GLARE Laminates", *The Netherlands DUP Science*, Netherlands.
- [17] CASTRODEZA, E. M., YAWNY, A., PEREZ IPIÑA, J. E., BASTIAN, F. L., 2002, "Fracture Micromechanisms of Fibre Metal Laminates. In Situ SEM Observations", *Journal of Composite Materials. Inglaterra*, v.36, n.4, pp.387-400.

- [18] AIRBUS S.A.S Customer Services – Technical data Support and Services. *Aircraft Characteristics Airport and Maintenance Planning*, 2013. Disponível em: <http://www.airbus.com/support/maintenance-engineering/technical-data/>.
- [19] JURGEN, P., 2006, "Airbus Customers Benefit from Fiber Metal Laminates – Application of smart structures in the aircraft industry", In: ILA 2006, v. 1, Ref. L53PR0605135.
- [20] CASTRODEZA, E.M., IPIÑA, J.E.P., BASTIAN, F.L., 2004, "Fracture Toughness Evaluation of Unidirectional Fibre-Metal Laminates Using Traditional CTOD (δ) and Schwalbe (δ_5) Methodologies", *Engineering Fracture Mechanics*, v. 71, pp. 1107-18.
- [21] CASTRODEZA, E.M., BASTIAN, F.L., IPIÑA, J.E.P., 2003, "Critical Fracture Toughness, J_c and δ_5 , of Unidirectional Fibre-Metal Laminates", *Thin Walled Structures*, v. 41, pp. 1089-101.
- [22] BASTIAN, F.L., CAMINHA, H.M., MORAES M., "Mecânica da Fratura Elasto Plástica", *Apostila de Mecânica da Fratura*, capítulo 4, EMM/COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil
- [23] FONTES, O.H.P.M., 2014, *Curvas de Resistência e Tenacidade à Fratura de Laminado Fibra-Metala GLARE em Baixa Temperatura*, Tese D.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- [24] WELLS, A.A., "Unstable Crack Propagation in Metals: Cleavage and Fast Fracture.", 1961, *Proceedings of the Crack Propagation Symposium*, v. 1, Paper 84, Cranfield, UK
- [25] ASTM E1820, 2001, "Standard Test Method for Measurement for Fracture Toughness", In: *Annual Book of ASTM Standards*, v. 03.01, pp. 1-45, ASTM, Philadelphia.
- [26] PARIS, P., SIH, G., "Stress Analysis of Cracks" (Edited by W.F. Brown), 1965, ASTM, Baltimore, USA

- [27] BUDERKIN, F.M., STONE, D.E.W., "The Crack Opening Displacement Approach to Fracture Mechanics in Yielding.", 1966, *Journal of Strain Analysis*, v. 1, pp. 145-153.
- [28] SCHWALBE, K.H., "Introduction of Delta5 as an Operational Definition of the CTOD and its Practical Use", 1986, *Fracture Mechanics, ASTM STP 1256*, pp. 763-778.
- [29] SCHWALBE, K.H., ZERBST, U., "The Engineering Treatment Model", 2000, *International Journal of Pressure Vessels and Pipings*, v. 77, pp. 417-426.
- [30] BROCKS, W., CORNEC, A., SCHEIDER, I., 2002, "Computational Aspects of Nonlinear Fracture Mechanics", *Technical Note GKSS/WMS/02/05*, Institute of Materials Research – GKSS research centre Geesthacht.
- [31] RICE, J.R., 1968 "A Path Independent Integral and the Approximative Analysis of Strains Concentrations by Notches and Cracks", *Journal of Applied Mechanics - Transactions of the ASME*, pp. 379-386.
- [32] ATLURI, A. N., KOBAYASHI, A. S., 1986, "Elastic-Plastic Fracture (Quasi-Static)", In: ATLURI, A. N. (eds), *Computational Methods in Mechanics – Computational Methods in the Mechanics of Fracture*, v. 2, chapter 3, New York, Elsevier Science Publishers.
- [33] HUTCHINSON, J.W., PARIS, P.C., 1979, "Stability Analysis of J Controlled Crack Growth", In: *Elastic-Plastic Fracture, ASTM STP 668*, pp. 37-64.
- [34] RICE, J.R., ROSENGREN, G. F., 1968, "Plane Strain Deformation Near a Crack Tip in a Power-Law Hardening Material ", *Journal of Mechanics and Physics Solids*, v. 16, pp. 1-12.
- [35] HUTCHINSON, J.W., 1968, "Plastics Stress and Strains Fields in Crack Tip", *Journal of Mechanics and Physics Solids*, v. 16, pp. 337-347.

- [36] BEGLEY, J.A., LANDES, J.D., 1972 "The I-Integral as a Fracture Criterion", In: *Proceeding of the 1971 National Symposium on Fracture Mechanics, Part II, ASTM STP 514*, Philadelphia, pp. 1-20.
- [37] RICE, J. R., PARIS, P.C., MERKLE, J.G., 1973, "Progressing Flaw Growth and Fracture Testing", *ASTM STP 514*, Philadelphia, pp. 231-245.
- [38] SHIH, C. F., 1981 "Relationship between the J-Integral and Crack-opening Displacement for Stationary and Extending Cracks", *Journal of Mechanical Physics of Solids*, vol. 29, pp. 305-326.
- [39] CASTRODEZA, E.M., BASTIAN, F.L., IPIÑA, J.E.P., 2005, "Frature Toughness of Unidirectional Fiber-Metal Laminates: Crack Orientation Effect", *Engineering Fracture Mechanics*, v. 71, pp. 2268-79.
- [40] CHABANET, O., STEGLICH, D., BESSON, J., HEITMANN, V., HELLMANN, D., BROCKS, W., 2003, "Predicting Crack Growth of Aluminum Sheets", *Computational Materials Science*, v. 26, pp. 1-12
- [41] CASTRODEZA, E.M., IPIÑA, J.E.P., BASTIAN, F.L., 2002, "Experimental Techniques for Fracture Instability Toughness Determination of Unidirectional Fibre-Metal Laminates", *Fatigue Fracture Engineering Materials Structure*, v. 25, pp. 999-1008.
- [42] CASTRODEZA, E.M., IPIÑA, J.E.P., BASTIAN, F.L., 2004, "Residual Strength of Unidirectional Fibre-Metal Laminates based on J_c Toughness of C(T) and SE(B) specimens: comparison with M(T) test Results", *Fatigue Fracture Engineering Materials Structure*, v. 27, pp. 923-929.
- [43] CASTRODEZA, E.M., ABDALA, M.R.W.S., BASTIAN, F.L., 2006, "Crack Resistance Curves of GLARE Laminates by Elastic Compliance", *Engineering Fracture Mechanics*, v. 73, pp. 2292-303.
- [44] ABDALA, M.R.W.S., 2004, *Determinação de Curvas de Resistência em Laminados Fibra Metal pela Técnica das Descargas Parciais*, Tese M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

- [45] ANDERSON, T.L., 1995, *Fracture Mechanics, Fundamental and Applications*, Ed. 2
- [46] ZIENKIEWICZ, O.C., TAYLOR, R.L., ZHU, J.Z., 2013, "The Standard Discrete System and Origins of Finite Element Method". *The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals*. 7 ed., chapter 1, United States, Elsevier.
- [47] RIBEIRO, F.L.B., 2004, "Introdução ao Método dos Elementos Finitos", *Notas de aula do professor Fernando L. B. Ribeiro*, capítulo 1, PEC/COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil
- [48] COOK, R.D., 1995, "Introduction". *Finite Element Modelling for Stress Analysis*. 1 ed., chapter 1, United States, John Willey and Sons.
- [49] VLOT, A., 2011, "Numerical modelling: delamination buckling", In: VLOT, A., GUNNINK, J.W. (eds), *Fiber Metal Laminates: an Introduction*, 1 ed., chapter 18, Dordrecht, Kluwer Academic Publishers.
- [50] LAI, W.M, RUBIN, D., KREMPL, E., 2010, "Introduction", *Introduction to Continuum Mechanics*, 4 ed., chapter 1, United States, Elsevier.
- [51] BATHE, K-J, 1996, "An Introduction to the Use of Finite Element Procedures". *Finite Element Procedures*. 1 ed., chapter 1, United States, Prentice Hall.
- [52] BARBERO, E. J., 2014, "Elasticity and Strength of Laminates". *Finite Element Analysis of Composite Material Using ANSYS®*. 2 ed., chapter 3, United States, CRC Press.
- [53] COOK, R.D., 1995, "Plates and Shells". *Finite Element Modelling for Stress Analysis*. 1 ed., chapter 7, United States, John Willey and Sons.
- [54] ANSYS®, "Element Reference Library". *ANSYS Help*, version 16.1.
- [55] MINDLIN, R. D., 1951, "Influence of Rotatory Inertia and Shear on Flexural Motions of Isotropic, Elastic Plates", *ASME Journal of Applied Mechanics*, v. 18, pp. 31-38.

- [56] REISSNER, E., 1945, "The Effect of Transverse Shear Deformation on the Bending of Elastic Plates", *ASME Journal of Applied Mechanics*, v. 12, pp. 68-77.
- [57] CROUCH, T. P., 2009, *Investigation of the Structural Behaviour of Fibre-Reinforced Metal Laminates by Finite Element Analysis*, Final Thesis Report, UNSW, New South Wales, Australia.
- [58] COOK, R.D., 1995, "3D Solids and Solids of Revolution". *Finite Element Modelling for Stress Analysis*. 1 ed., chapter 6, United States, John Willey and Sons.
- [59] HASHAGEN, F., SCHELLEKENS, J. C. J., BORST, R., PARISCH, H., 1995, "Finite Element Procedure for Modelling Fibre-Metal Laminates", *Composite Structures*, v. 32, pp. 255-264.
- [60] ATLURI, A. N., NAKAGAKI, M., 1986, "Computation Methods for Plane Problems of Fracture", In: ATLURI, A. N. (eds), *Computational Methods in Mechanics – Computational Methods in the Mechanics of Fracture*, v. 2, chapter 6, New York, Elsevier Science Publishers.
- [61] BARSOUM, R. S., 1974 "Application of Quadratic Isoparametric Finite Elements in Linear Fracture Mechanics", *International Journal of Fracture*, vol. 10, pp. 603-605.
- [62] MCMEEKING, R. M., RICE, J. R., 1975 "Finite-Element Formulations for Problems of Large Elastic-Plastic Formulations", *International Journal of Solids Structures*, vol. 11, pp. 601-616.
- [63] BROCKS, W., MULLER, W., OLSCHIEWSKI, J., 1985 "Experiences in Applying ADINA to the Analysis of Crack Tip Fields in Elastic-Plastic Fracture Mechanics", *International Journal of Solids Structures*, vol. 11, pp. 601-616.

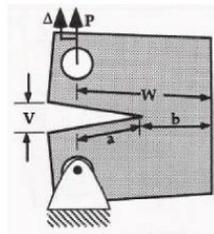
- [64] ATLURI, A. N., KOBAYASHI, A. S., NAKAGAKI, M., 1975, "A Finite Element Program for Fracture Mechanics in Composites Materials", *Fracture Mechanics of Composites – ASTM STP 593*, pp. 86-98.
- [65] SHIH, C. F., MORAN, B., NAKAMURA, T., 1986, "Energy Release Rate Along Three-Dimensional Crack Front in a Thermally Stressed Body", *International Journal of Fracture*, vol. 30, pp. 79-102.
- [66] ANSYS®, "Fracture Analysis Guide". *ANSYS Help*, version 16.1.
- [67] ZAFOSNIK, B., ULBIN, M., FLASKER, J., 2000, "Determination of Different Fracture Modes Stress Intensity Factor with Virtual Crack Extension Method", *International Conference on Fracture*, vol. 10.
- [68] VLOT, A., 2011, "Stress-strain Curve", In: VLOT, A., GUNNINK, J.W. (eds), *Fiber Metal Laminates: an Introduction*, 1 ed., chapter 7, Dordrecht, Kluwer Academic Publishers.
- [69] HEB SUR, M.G., NOEBE, R.D., REVILOCK, D.M., 2003, "Impact resistance of lightweight hybrid structures for gas turbine engine fan containment applications", *Journal of Material Engineering and Performance*, vol. 12, pp. 470-479.
- [70] DNV-RP-C208, 2013, "Recommended Parctice for Determination of Structural Capacity by Non-lienar FE analysis Methods", In: <http://www.dnv.com>, Det Norske Veritas AS.
- [71] VLOT, A., 2011, "Numerical modelling: delamination buckling", In: VLOT, A., GUNNINK, J.W. (eds), *Fiber Metal Laminates: an Introduction*, 1 ed., chapter 28, Dordrecht, Kluwer Academic Publishers.
- [72] CURIEL SOSA, J. L., KARAPURATH, N., 2012, " Delamination modelling of GLARE using the extended finite element method", *Composites Science and Technology*, vol. 72, pp. 788-791

Anexo 1

a/wp = 0,5 via MAPLE®

Cálculo de propriedades da mecânica da fratura

1) Inputs



Distância do ponto de aplicação da carga

$$w := 30 \text{ [mm]}$$

$$30 \text{ [mm]}$$

(1)

Carga de abertura

$$P := .35 \text{ [kN]}$$

$$0.35 \text{ [kN]}$$

(2)

Comprimento da trinca (até o ponto de aplicação)

$$a := 15 \text{ [mm]}$$

$$15 \text{ [mm]}$$

(3)

Espessura do corpo de prova

$$t := .5 \text{ [mm]}$$

$$0.5 \text{ [mm]}$$

(4)

Propriedades mecânicas do Al

Razão de Poisson

$$\nu := 0.33$$

$$0.33$$

(5)

Módulo de elasticidade

$$E := 73.7 \text{ [GPa]}$$

$$73.7 \text{ [GPa]}$$

(6)

Limite de escoamento

$$\sigma_y := 320 \text{ [MPa]}$$

$$320 \text{ [MPa]}$$

(7)

Constantes de Ranberg-Osgood

$$n := 10$$

$$10$$

(8)

$$\alpha := 0.414$$

$$0.414$$

(9)

Para o cálculo do J plástico

		n = 1	n = 2	n = 3	n = 5	n = 7	n = 10	n = 13	n = 16	n = 20
Plane Stress										
$\frac{a}{W} = \frac{1}{4}$	h1	1.61	1.460	1.28	1.06	0.90	0.729	0.601	0.511	0.395
	h2	17.60	12.00	10.70	8.74	7.32	5.74	4.63	3.75	2.92
	h3	9.67	8.00	7.21	5.94	5.00	3.95	3.19	2.59	2.023
$\frac{a}{W} = \frac{3}{8}$	h1	1.55	1.25	1.050	0.801	0.64	0.484	0.377	0.284	0.22
	h2	12.40	8.20	6.540	4.56	3.45	2.44	1.83	1.36	1.02
	h3	7.80	5.73	4.620	3.250	2.48	1.77	1.33	0.99	0.746
$\frac{a}{W} = \frac{1}{2}$	h1	1.40	1.08	0.901	0.686	0.55	0.436	0.356	0.298	0.238
	h2	9.16	5.67	4.21	2.80	2.12	1.57	1.25	1.03	0.814
	h3	6.29	4.15	3.11	2.09	1.59	1.18	0.938	0.774	0.614
$\frac{a}{W} = \frac{5}{8}$	h1	1.27	1.03	0.875	0.695	0.59	0.494	0.423	0.37	0.310
	h2	7.470	4.48	3.35	2.37	1.92	1.540	1.29	1.12	0.928
	h3	5.42	3.38	2.54	1.80	1.47	1.180	0.988	0.853	0.710
$\frac{a}{W} = \frac{3}{4}$	h1	1.23	0.977	0.833	0.683	0.59	0.506	0.431	0.373	0.314
	h2	6.25	3.78	2.89	2.14	1.78	1.440	1.20	1.03	0.857
	h3	4.77	2.92	2.24	1.66	1.38	1.120	0.936	0.80	0.666
$\frac{a}{W} \approx 1$	h1	1.130	1.01	0.775	0.68	0.65	0.620	0.490	0.47	0.42
	h2	5.29	3.54	2.41	1.91	1.73	1.59	1.23	1.17	1.03
	h3	4.23	2.83	1.93	1.52	1.39	1.270	0.985	0.933	0.824

$$\text{print} \left(\frac{a}{w} \right)$$

$$\frac{1}{2}$$

(10)

$$h1 := 0.436$$

$$0.436$$

(11)

$$h2 := 1.57$$

$$1.57$$

(12)

$$h3 := 1.18$$

$$1.18$$

(13)

2) Condição predominantemente elástica - Fator de intensidade de tensão

$$f_{av} := \text{simplify} \left(\frac{\left(\left(2 + \frac{a}{w} \right) \cdot \left(0.886 + 4.64 \cdot \left(\frac{a}{w} \right) - 13.32 \cdot \left(\frac{a}{w} \right)^2 + 14.72 \cdot \left(\frac{a}{w} \right)^3 - 5.6 \cdot \left(\frac{a}{w} \right)^4 \right) \right)}{\left(1 - \frac{a}{w} \right)^{\frac{3}{2}}} \right)$$

$$9.659078628$$

(14)

$$KI := \text{simplify} \left(\frac{P}{\left(l^2 w \right)^{\frac{1}{2}}} \cdot f_{av} \right)$$

$$3.903670154 \cdot 10^7 \left[\frac{kg}{\sqrt{m \cdot s^2}} \right]$$

(15)

replace units

$$1234.448892 \left[MPa \cdot \sqrt{mm} \right]$$

(16)

3) Condição elasto-plástica - Cálculo da Integral J

$$\begin{aligned} J &= J_e(a_e) + J_p(a, n) \\ \delta &= \delta_e(a_e) + \delta P(a, n) \\ \Delta_c &= \Delta_{ec}(a_e) + \Delta_{pc}(a, n) \end{aligned}$$

Tamanho de trinca ajustado

$$\begin{aligned} a_e &= a + \phi r_y \\ r_y &= \frac{1}{\beta \pi} \frac{n-1}{n+1} \left(\frac{KI}{\sigma_y} \right)^2 \\ \phi &= \frac{1}{1 + (P/P_e)^2} \end{aligned}$$

Carga limite baseado no S_y e ligamento

$$\begin{aligned} \text{Plane Stress } P_0 &= 1.071 \beta b \sigma_y \\ \beta &= \sqrt{\left(2 \frac{a}{b} \right)^2 + 4 \frac{a}{b} + 2 - 2 \frac{a}{b} - 1} \\ g_i &= 1 \end{aligned}$$

Componente elástico

$$\begin{aligned} J_e &= f_1 \left(\frac{a}{W} \right) \frac{P^2}{E'} = \frac{K_I^2}{E'} \\ \delta_e &= f_2 \left(\frac{a}{W} \right) \frac{P}{E'} \\ \Delta_{ec} &= f_3 \left(\frac{a}{W} \right) \frac{P}{E'} \end{aligned}$$

Componente plástico

$$\begin{aligned} J_p &= \alpha \varepsilon_y \sigma_y b g_1(a/W) h_1(a/W, n) (P/P_0)^{n+1} \\ \delta_p &= \alpha \varepsilon_y a g_2(a/W) h_2(a/W, n) (P/P_0)^n \\ \Delta_{cp} &= \alpha \varepsilon_y a g_3(a/W) h_3(a/W, n) (P/P_0)^n \end{aligned}$$

		n = 1	n = 2	n = 3	n = 5	n = 7	n = 10	n = 13	n = 16	n = 20
Plane Stress										
$\frac{a}{W} = \frac{1}{4}$	h1	1.61	1.460	1.28	1.06	0.90	0.729	0.601	0.511	0.395
	h2	17.60	12.00	10.70	8.74	7.32	5.74	4.63	3.75	2.92
	h3	9.67	8.00	7.21	5.94	5.00	3.95	3.19	2.59	2.023
$\frac{a}{W} = \frac{3}{8}$	h1	1.55	1.25	1.050	0.801	0.64	0.484	0.377	0.284	0.22
	h2	12.40	8.20	6.540	4.56	3.45	2.44	1.83	1.36	1.02
	h3	7.80	5.73	4.620	3.250	2.48	1.77	1.33	0.99	0.746
$\frac{a}{W} = \frac{1}{2}$	h1	1.40	1.08	0.901	0.686	0.55	0.436	0.356	0.298	0.238
	h2	9.16	5.67	4.21	2.80	2.12	1.57	1.25	1.03	0.814
	h3	6.29	4.15	3.11	2.09	1.59	1.18	0.938	0.774	0.614
$\frac{a}{W} = \frac{5}{8}$	h1	1.27	1.03	0.875	0.695	0.59	0.494	0.423	0.37	0.310
	h2	7.470	4.48	3.35	2.37	1.92	1.540	1.29	1.12	0.928
	h3	5.42	3.38	2.54	1.80	1.47	1.180	0.988	0.853	0.710
$\frac{a}{W} = \frac{3}{4}$	h1	1.23	0.977	0.833	0.683	0.59	0.506	0.431	0.373	0.314
	h2	6.25	3.78	2.89	2.14	1.78	1.440	1.20	1.03	0.857
	h3	4.77	2.92	2.24	1.66	1.38	1.120	0.936	0.80	0.666
$\frac{a}{W} \approx 1$	h1	1.130	1.01	0.775	0.68	0.65	0.620	0.490	0.47	0.42
	h2	5.29	3.54	2.41	1.91	1.73	1.59	1.23	1.17	1.03
	h3	4.23	2.83	1.93	1.52	1.39	1.270	0.985	0.933	0.824

Carga limite baseado em S_y e ligamento

$$\beta := \sqrt{\left(\frac{2 \cdot a}{w - a}\right)^2 + \frac{4 \cdot a}{w - a} + 2 - \frac{2 \cdot a}{w - a} - 1} \quad \sqrt{10} - 3 \quad (17)$$

$$P0 := 1.071 \cdot \tau \cdot \beta \cdot (w - a) \cdot cy \quad 2570.4000 \text{ [mm]}^2 (\sqrt{10} - 3) \text{ [MPa]} \quad (18)$$

replace units →

$$(2.570400000 \sqrt{10} - 7.711200000) \text{ [kN]} \quad (19)$$

Tamanho de trinca efetivo (ae)

$$ry := \frac{1}{2 \cdot 3.1413} \cdot \frac{n - 1}{n + 1} \cdot \left(\frac{K1}{cy}\right)^2 \quad \frac{1.938013000 \cdot 10^9 \left[\frac{\text{kg}}{\sqrt{\text{m s}^2}}\right]^2}{\text{[MPa]}^2} \quad (20)$$

replace units →

$$1.938013000 \text{ [mm]} \quad (21)$$

$$\phi := \text{simplify}\left(\frac{1}{1 + \left(\frac{P}{P0}\right)^2}\right) \quad 0.5868296435 \quad (22)$$

$$ae := \text{simplify}(a + \phi \cdot ry) \quad 0.01613728348 \text{ [m]} \quad (23)$$

replace units →

$$16.13728348 \text{ [mm]} \quad (24)$$

Cálculo da componente elástica (Jel)

$$faew := \text{simplify}\left(\frac{\left(\left(2 + \frac{ae}{w}\right) \cdot \left(0.886 + 4.64 \cdot \left(\frac{ae}{w}\right) - 13.32 \cdot \left(\frac{ae}{w}\right)^2 + 14.72 \cdot \left(\frac{ae}{w}\right)^3 - 5.6 \cdot \left(\frac{ae}{w}\right)^4\right)\right)}{\left(1 - \frac{ae}{w}\right)^{\frac{3}{2}}}\right) \quad 10.90749096 \quad (25)$$

$$K1ae := \text{simplify}\left(\frac{P}{(r^2 \cdot w)^{\frac{1}{2}}} \cdot faew\right) \quad 4.408209989 \cdot 10^7 \left[\frac{\text{kg}}{\sqrt{\text{m s}^2}}\right] \quad (26)$$

replace units →

$$1393.998397 \text{ [MPa} \sqrt{\text{mm}}] \quad (27)$$

Integral J:

$$Jel := \frac{K1ae^2}{E} \quad \frac{2.636677790 \cdot 10^{13} \left[\frac{\text{kg}}{\sqrt{\text{m s}^2}}\right]^2}{\text{[GPa]}} \quad (28)$$

replace units →

$$26.36677790 \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}}\right]$$

Cálculo da componente plástica (Jpl)

$$Jpl := \text{simplify}\left(\frac{\alpha \cdot cy^2}{E} \cdot (w - a) \cdot hl \cdot \left(\frac{P}{P0}\right)^{n+1}\right) \quad 546.1414050 \left[\frac{\text{kg}}{\text{s}^2}\right] \quad (29)$$

replace units →

$$0.5461414050 \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}}\right]$$

Cálculo da Integral J

$$J := \text{simplify}(Jel + Jpl) \quad 26912.91930 \left[\frac{\text{kg}}{\text{s}^2}\right] \quad (30)$$

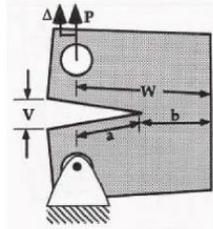
replace units →

$$26.91291930 \left[\frac{\text{mJ}}{\text{mm}^2}\right] \quad (31)$$

$a/wp = 0,25$ via MAPLE®

Cálculo de propriedades da mecânica da fratura

1) Inputs



Distância do ponto de aplicação da carga

$$w := 20 \text{ [mm]} \qquad 20 \text{ [mm]} \qquad (1)$$

Carga de abertura

$$P := .35 \text{ [kN]} \qquad 0.35 \text{ [kN]} \qquad (2)$$

Comprimento da trinca (até o ponto de aplicação)

$$a := 5 \text{ [mm]} \qquad 5 \text{ [mm]} \qquad (3)$$

Espessura do corpo de prova

$$t := .5 \text{ [mm]} \qquad 0.5 \text{ [mm]} \qquad (4)$$

Propriedades mecânicas do Al

Razão de Poisson

$$v := 0.33 \qquad 0.33 \qquad (5)$$

Módulo de elasticidade

$$E := 73.7 \text{ [GPa]} \qquad 73.7 \text{ [GPa]} \qquad (6)$$

Limite de escoamento

$$\sigma_y := 320 \text{ [MPa]} \qquad 320 \text{ [MPa]} \qquad (7)$$

Constantes de Ranberg-Osgood

$$n := 10 \qquad 10 \qquad (8)$$

$\alpha := 0.414$

$$0.414 \qquad (9)$$

Para o cálculo do J plástico

		n = 1	n = 2	n = 3	n = 5	n = 7	n = 10	n = 13	n = 16	n = 20
Plane Stress										
$\frac{a}{W} = \frac{1}{4}$	h1	1.61	1.460	1.28	1.06	0.90	0.729	0.601	0.511	0.395
	h2	17.60	12.00	10.70	8.74	7.32	5.74	4.63	3.75	2.92
	h3	9.67	8.00	7.21	5.94	5.00	3.95	3.19	2.59	2.023
$\frac{a}{W} = \frac{3}{8}$	h1	1.55	1.25	1.050	0.801	0.64	0.484	0.377	0.284	0.22
	h2	12.40	8.20	6.540	4.56	3.45	2.44	1.83	1.36	1.02
	h3	7.80	5.73	4.620	3.250	2.48	1.77	1.33	0.99	0.746
$\frac{a}{W} = \frac{1}{2}$	h1	1.40	1.08	0.901	0.686	0.55	0.436	0.356	0.298	0.238
	h2	9.16	5.67	4.21	2.80	2.12	1.57	1.25	1.03	0.814
	h3	6.29	4.15	3.11	2.09	1.59	1.18	0.938	0.774	0.614
$\frac{a}{W} = \frac{5}{8}$	h1	1.27	1.03	0.875	0.695	0.59	0.494	0.423	0.37	0.310
	h2	7.470	4.48	3.35	2.37	1.92	1.540	1.29	1.12	0.928
	h3	5.42	3.38	2.54	1.80	1.47	1.180	0.988	0.853	0.710
$\frac{a}{W} = \frac{3}{4}$	h1	1.23	0.977	0.833	0.683	0.59	0.506	0.431	0.373	0.314
	h2	6.25	3.78	2.89	2.14	1.78	1.440	1.20	1.03	0.857
	h3	4.77	2.92	2.24	1.66	1.38	1.120	0.936	0.80	0.666
$\frac{a}{W} \approx 1$	h1	1.130	1.01	0.775	0.68	0.65	0.620	0.490	0.47	0.42
	h2	5.29	3.54	2.41	1.91	1.73	1.59	1.23	1.17	1.03
	h3	4.23	2.83	1.93	1.52	1.39	1.270	0.985	0.933	0.824

$$prima\left(\frac{a}{w}\right)$$

$$\frac{1}{4}$$

(10)

$$h1 := 0.729$$

$$0.729$$

(11)

$$h2 := 5.74$$

$$5.74$$

(12)

$$h3 := 3.95$$

$$3.95$$

(13)

2) Condição predominantemente elástica - Fator de intensidade de tensão

$$f_{aw} := simplify\left(\frac{\left(\left(2 + \frac{a}{w}\right) \cdot \left(0.886 + 4.64 \cdot \left(\frac{a}{w}\right) - 13.32 \cdot \left(\frac{a}{w}\right)^2 + 14.72 \cdot \left(\frac{a}{w}\right)^3 - 5.6 \cdot \left(\frac{a}{w}\right)^4\right)\right)^{\frac{3}{2}}}{\left(1 - \frac{a}{w}\right)^{\frac{3}{2}}}\right)$$

$$4.924653460$$

(14)

$$K_I := simplify\left(\frac{P}{(r^2 \cdot w)^{\frac{1}{2}}} \cdot f_{aw}\right)$$

$$2.437579101 \cdot 10^7 \left[\frac{kg}{\sqrt{m \cdot s^2}} \right]$$

(15)

replace units

$$770.8301936 \left[MPa \sqrt{mm} \right]$$

(16)

3) Condição elasto-plástica - Cálculo da Integral J

$$J = J_e(a_e) + J_p(a, n)$$

Tamanho de trinca ajustado

Carga limite baseado no $\bar{\sigma}_y$ e ligamento

$$\delta = \delta_e(a_e) + \delta_p(a, n)$$

$$a_e = a + \phi r_y$$

$$\text{Plane Stress } P_0 = 1.071 \beta b \sigma_y$$

$$\Delta_c = \Delta_{ec}(a_e) + \Delta_{pc}(a, n)$$

$$r_y = \frac{1}{\beta \pi} \frac{n-1}{n+1} \left(\frac{K_I}{\sigma_y} \right)^2$$

$$\beta = \sqrt{\left(2 \frac{a}{b}\right)^2 + 4 \frac{a}{b} + 2 - 2 \frac{a}{b} - 1}$$

$$\phi = \frac{1}{1 + (P/P_0)^2}$$

$$g_i = 1$$

Componente elástico

Componente plástico

$$J_e = f_1 \left(\frac{a}{W} \right) \frac{P^2}{E'} = \frac{K_I^2}{E'}$$

$$J_p = \alpha \varepsilon_y \sigma_y b g_1(a/W) h_1(a/W, n) (P/P_0)^{n+1}$$

$$\delta_e = f_2 \left(\frac{a}{W} \right) \frac{P}{E'}$$

$$\delta_p = \alpha \varepsilon_y a g_2(a/W) h_2(a/W, n) (P/P_0)^n$$

$$\Delta_{ce} = f_3 \left(\frac{a}{W} \right) \frac{P}{E'}$$

$$\Delta_{cp} = \alpha \varepsilon_y a g_3(a/W) h_3(a/W, n) (P/P_0)^n$$

		n = 1	n = 2	n = 3	n = 5	n = 7	n = 10	n = 13	n = 16	n = 20
Plane Stress										
$\frac{a}{W} = \frac{1}{4}$	h1	1.61	1.460	1.28	1.06	0.90	0.729	0.601	0.511	0.395
	h2	17.60	12.00	10.70	8.74	7.32	5.74	4.63	3.75	2.92
	h3	9.67	8.00	7.21	5.94	5.00	3.95	3.19	2.59	2.023
$\frac{a}{W} = \frac{3}{8}$	h1	1.55	1.25	1.050	0.801	0.64	0.484	0.377	0.284	0.22
	h2	12.40	8.20	6.540	4.56	3.45	2.44	1.83	1.36	1.02
	h3	7.80	5.73	4.620	3.250	2.48	1.77	1.33	0.99	0.746
$\frac{a}{W} = \frac{1}{2}$	h1	1.40	1.08	0.901	0.686	0.55	0.436	0.356	0.298	0.238
	h2	9.16	5.67	4.21	2.80	2.12	1.57	1.25	1.03	0.814
	h3	6.29	4.15	3.11	2.09	1.59	1.18	0.938	0.774	0.614
$\frac{a}{W} = \frac{5}{8}$	h1	1.27	1.03	0.875	0.695	0.59	0.494	0.423	0.37	0.310
	h2	7.470	4.48	3.35	2.37	1.92	1.540	1.29	1.12	0.928
	h3	5.42	3.38	2.54	1.80	1.47	1.180	0.988	0.853	0.710
$\frac{a}{W} = \frac{3}{4}$	h1	1.23	0.977	0.833	0.683	0.59	0.506	0.431	0.373	0.314
	h2	6.25	3.78	2.89	2.14	1.78	1.440	1.20	1.03	0.857
	h3	4.77	2.92	2.24	1.66	1.38	1.120	0.936	0.80	0.666
$\frac{a}{W} \approx 1$	h1	1.130	1.01	0.775	0.68	0.65	0.620	0.490	0.47	0.42
	h2	5.29	3.54	2.41	1.91	1.73	1.59	1.23	1.17	1.03
	h3	4.23	2.83	1.93	1.52	1.39	1.270	0.985	0.933	0.824

Carga limite baseado em S_y e ligamento

$$\beta := \sqrt{\left(\frac{2 \cdot a}{w - a}\right)^2 + \frac{4 \cdot a}{w - a} + 2 - \frac{2 \cdot a}{w - a} - 1} \quad \frac{1}{3} \sqrt{34} - \frac{5}{3} \quad (17)$$

$$P0 := 1.071 \cdot \tau \cdot \beta \cdot (w - a) \cdot cy \quad 2570.4000 \text{ [mm]}^2 \left(\frac{1}{3} \sqrt{34} - \frac{5}{3}\right) \text{ [MPa]} \quad (18)$$

replace units →

$$(0.8568000000 \sqrt{34} - 4.284000000) \text{ [kN]} \quad (19)$$

Tamanho de trinca efetivo (ae)

$$ry := \frac{1}{2 \cdot 3.1413} \frac{n - 1}{n + 1} \left(\frac{KI}{cy}\right)^2 \quad \frac{7.556625391 \cdot 10^8 \left[\frac{\text{kg}}{\sqrt{\text{m s}^2}}\right]^2}{\text{[MPa]}^2} \quad (20)$$

replace units →

$$0.7556625391 \text{ [mm]} \quad (21)$$

$$\phi := \text{simplify}\left(\frac{1}{1 + \left(\frac{P}{P0}\right)^2}\right) \quad 0.8053660049 \quad (22)$$

$$ae := \text{simplify}(a + \phi \cdot ry) \quad 0.005608584920 \text{ [m]} \quad (23)$$

replace units →

$$5.608584920 \text{ [mm]} \quad (24)$$

Cálculo da componente elástica (Jel)

$$faew := \text{simplify}\left(\frac{\left(\left(2 + \frac{ae}{w}\right) \cdot \left(0.886 + 4.64 \cdot \left(\frac{ae}{w}\right) - 13.32 \cdot \left(\frac{ae}{w}\right)^2 + 14.72 \cdot \left(\frac{ae}{w}\right)^3 - 5.6 \cdot \left(\frac{ae}{w}\right)^4\right)\right)}{\left(1 - \frac{ae}{w}\right)^{\frac{3}{2}}}\right) \quad 5.341311521 \quad (25)$$

$$K1ae := \text{simplify}\left(\frac{P}{(r^2 \cdot w)^{\frac{1}{2}}}\right) \cdot faew \quad 2.643814319 \cdot 10^7 \left[\frac{\text{kg}}{\sqrt{\text{m s}^2}}\right] \quad (26)$$

replace units →

$$836.0474958 \text{ [MPa} \sqrt{\text{mm}}] \quad (27)$$

Integral J:

$$Jel := \frac{K1ae^2}{E} \quad \frac{9.484062623 \cdot 10^{12} \left[\frac{\text{kg}}{\sqrt{\text{m s}^2}}\right]^2}{\text{[GPa]}} \quad (28)$$

replace units →

$$9.484062623 \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}}\right]$$

Cálculo da componente plástica (Jpl)

$$Jpl := \text{simplify}\left(\frac{\alpha \cdot cy^2}{E} \cdot (w - a) \cdot hl \cdot \left(\frac{P}{P0}\right)^{n+1}\right) \quad 2.549126215 \left[\frac{\text{kg}}{\text{s}^2}\right] \quad (29)$$

replace units →

$$0.002549126215 \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}}\right]$$

Cálculo da Integral J

$$J := \text{simplify}(Jel + Jpl) \quad 9486.611749 \left[\frac{\text{kg}}{\text{s}^2}\right] \quad (30)$$

replace units →

$$9.486611749 \left[\frac{\text{mJ}}{\text{mm}^2}\right] \quad (31)$$