



# OTIMIZAÇÃO E CONTROLE PREDITIVO NÃO LINEAR DE CIRCUITO DE MOAGEM A SECO

Guilherme Miranda Kallemback

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Metalúrgica e de Materiais, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Metalúrgica e de Materiais.

Orientadores: Luís Marcelo Marques Tavares  
Amit Bhaya

Rio de Janeiro  
Abril de 2012

OTIMIZAÇÃO E CONTROLE PREDITIVO NÃO LINEAR DE CIRCUITO DE  
MOAGEM A SECO

Guilherme Miranda Kallemback

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO  
LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA (COPPE)  
DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS  
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM  
CIÊNCIAS EM ENGENHARIA METALÚRGICA E MATERIAIS.

Examinada por:



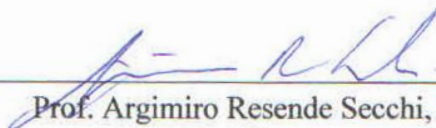
---

Prof. Luis Marcelo Marques Tavares, Ph.D.



---

Prof. Amit Bhaya, Ph.D.



---

Prof. Argimiro Resende Secchi, D.Sc.



---

Prof. José da Rocha Miranda Pontes, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL

ABRIL DE 2012

Kallemback, Guilherme Miranda

Otimização e controle preditivo não linear de  
circuito de moagem a seco/ Guilherme Miranda  
Kallemback. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2012.

XIII, 147 p.: I.; 29,7 cm.

Orientadores: Luís Marcelo Marques Tavares  
Amit Bhaya

Dissertação (mestrado) – UFRJ/COPPE/Programa  
de Engenharia Metalúrgica e de Materiais, 2012.

Referências Bibliográficas: p. 135-144.

1. Otimização 2. Controle 3. Moagem. I. Tavares,  
Luís Marcelo Marques *et al.* II. Universidade Federal do  
Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia  
Metalúrgica e de Materiais. III. Título

**A minha esposa Raquel,  
pelo amor e total apoio nesta etapa de nossas vidas.**

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço a Deus pela vida e por todas as maravilhas que fez na minha vida.

A minha esposa Raquel pelo apoio, incentivo e compreensão irrestritos que foram fundamentais para a conclusão deste trabalho.

Ao Professor e orientador Luis Marcelo Marques Tavares, que foi determinante para minha escolha pela área mineral, agradeço por acreditar em mim e me incentivar durante os três anos de trabalho no LTM. Ao professor Amit pelo conhecimento transmitido durante a época de graduação e do mestrado, que contribuíram muito para o desenvolvimento deste trabalho.

Aos meus familiares que sempre me apoiaram. Aos meus pais, Terezinha e Roberto, que me deram não somente a vida, mas principalmente a minha educação e condições para estudar. Aos meus avós Felicidade e Inácio pela dedicação e incentivo durante toda minha vida. A minha irmã Renata que sempre torceu por mim. E aos novos integrantes da minha família: Zuleimar, Antônio, Raphael e Gabriel.

Ao meu amigo e grande engenheiro Alessandro Oliveira “Ted” por toda a ajuda com os trabalhos experimentais que foram determinantes para o desenvolvimento deste trabalho.

Gostaria de agradecer a todas as pessoas que de alguma forma participaram deste trabalho. Rangler, Rodrigo e demais funcionários do Laboratório de Tecnologia Mineral, obrigado pela ajuda prestada durante as atividades experimentais.

Agradeço à CAPES pela bolsa de estudos durante um ano e a Vale S.A. pelo apoio durante a parte final de realização desse trabalho.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

## OTIMIZAÇÃO E CONTROLE PREDITIVO NÃO LINEAR DE CIRCUITO DE MOAGEM A SECO

Guilherme Miranda Kallemback

Abril/2012

Orientadores: Luís Marcelo Marques Tavares

Amit Bhaya

Programa: Engenharia Metalúrgica e de Materiais

O presente trabalho desenvolveu um sistema de controle preditivo visando a otimização do processo de moagem contendo moinho de bolas e classificador dinâmico. Cada equipamento do processo foi modelado utilizando modelos fenomenológicos, os quais foram calibrados utilizando dados experimentais. A partir do modelo obtido para o circuito, foram encontradas, através de otimização, as condições operacionais do sistema, como o preenchimento de vazios e a frequência de rotações do moinho de bolas que maximizam a produção do circuito de moagem. As simulações mostram que o controle preditivo proposto se mostrou mais eficiente que o controle clássico (PID), não apenas pela robustez a ruídos e perturbações inerentes ao processo, mas também pelo aumento significativo da capacidade produtiva. Em relação ao controle clássico PID o aumento de capacidade máximo foi de 96,68%, em relação ao controle PID modificado 3,96% e em relação ao controle preditivo linear 4,18%.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

OPTIMIZATION AND NONLINEAR PREDICTIVE CONTROL FOR DRY  
GRINDING CIRCUIT

Guilherme Miranda Kallemback

April/2012

Advisors: Luís Marcelo Marques Tavares

Amit Bhaya

Department: Metallurgical and Materials Engineering

This study developed a predictive control system aiming to optimize the ball mill grinding process. Each process equipment was modeled using phenomenological models, which were calibrated using experimental data. Using the model obtained, the best values for the system operating conditions, such as ball filling and ball mill speed were found by optimization. The simulations showed that the proposed predictive control was more efficient than the classic controller (PID), not just in terms of robustness to noise and disturbances inherent in the process, but also indicated by a significant increase in productive capacity. Regarding the classic PID control, the maximum capacity increase was 96.68%, compared to the modified PID controller 3.96% and compared to the linear predictive control 4.18%.

# SUMÁRIO

<b>Capítulo 1: Introdução .....</b>	<b>1</b>
1.1 Objetivo desta dissertação .....	2
<b>Capítulo 2: Revisão bibliográfica .....</b>	<b>3</b>
2.1 Processo de moagem .....	3
2.1.1 Moinhos de bolas .....	4
2.1.2 Aspectos construtivos dos moinhos de bolas.....	7
2.2 Modelagem de circuitos de moagem .....	12
2.2.1 Função Seleção ou Taxa de quebra.....	14
2.2.2 Função Distribuição de Quebra .....	18
2.2.3 Classificação .....	19
2.3 Aspectos gerais sobre controle .....	24
2.3.1 Controle PID .....	24
2.3.2 Controle preditivo baseado em modelo (MPC) .....	28
2.3.3 Introdução ao controle preditivo baseado em modelo não linear (NMPC) .....	30
2.4 Aplicação de controle em circuitos de moagem.....	33
2.4.1 Vantagens e desvantagens dos tipos de controle na literatura de processos de moagem 34	
2.4.2 Objetivos do controle para o processamento mineral .....	37
2.4.3 Controle de circuitos de moagem a úmido .....	39
2.4.4 Controle de circuitos de moagem a seco.....	45
<b>Capítulo 3: Desenvolvimento do sistema de controle .....</b>	<b>50</b>
3.1 Desenvolvimento matemático do modelo do circuito fechado de moagem.....	50
3.1.1 Modelo do moinho de bolas operando em circuito aberto.....	50
3.1.2 Modelo da Classificação .....	54
3.1.3 Modelo do Circuito Fechado de Moagem .....	56
3.2 Controle Preditivo Não Linear .....	62
3.2.1 Estimador de horizonte móvel (MHE).....	64
3.2.2 RTO ( <i>Real Time Optimization</i> ).....	66
3.2.3 Controle Preditivo do Transiente.....	68
<b>Capítulo 4: Metodologia experimental.....</b>	<b>71</b>
4.1 Material.....	71



4.2	Alimentador vibratório .....	72
4.3	Classificador pneumático .....	74
4.3.1	Descrição do equipamento .....	74
4.3.2	Procedimento experimental .....	76
4.4	Moinho de bolas .....	78
4.4.1	Descrição do equipamento .....	78
4.4.2	Ensaio de moagem descontínua .....	80
4.4.3	Ensaio de moagem contínua .....	81
4.5	Transportador .....	83
4.6	Circuito fechado de moagem .....	84
4.7	Metodologia Computacional .....	86
<b>Capítulo 5: Resultados e discussão .....</b>		<b>87</b>
5.1	Estimação de parâmetros do modelo .....	87
5.1.1	Alimentador Vibratório .....	87
5.1.2	Moinho de bolas .....	88
5.1.3	Classificador Pneumático .....	93
5.1.4	Transportador .....	100
5.2	Definição das condições operacionais por meio de otimização .....	101
5.3	Análise das condições operacionais .....	103
5.4	Controle PID .....	107
5.4.1	Controle PID clássico .....	108
5.4.2	Controle PID com redução de graus de liberdade (PID RGL) .....	111
5.5	Controle Preditivo Linear (LMPC) .....	115
5.6	Controle NMPC .....	116
5.6.1	Avaliação do Estimador de Horizonte Móvel (MHE) .....	116
5.6.2	Resultados de Controle NMPC .....	121
5.7	Comparação dos Controladores .....	125
<b>Capítulo 6: Conclusões .....</b>		<b>133</b>
6.1	Trabalhos futuros .....	134
<b>Capítulo 7: Referências Bibliográficas .....</b>		<b>135</b>

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2-1 – Moinho tubular rotativo .....	3
Figura 2-2 - Circuito de moagem a úmido típico .....	5
Figura 2-3 - Circuito direto.....	6
Figura 2-4 - Circuito reverso .....	6
Figura 2-5 - Circuito de moagem da indústria cimenteira (Carvalho, 2007) .....	7
Figura 2-6 – Trajetórias dos corpos moedores em um moinho de bolas (Wills e Napier-Munn, 2006) .....	9
Figura 2-7 – Diferentes movimentos dos corpos moedores a) Cascata b) Catarata c) Centrífugo.....	10
Figura 2-8 - Modelo do balanço populacional .....	13
Figura 2-9 - Proporção de partículas remanescentes ao longo do tempo e cinética de primeira ordem (Tavares et al., 2012) .....	15
Figura 2-10 – Taxa específica de quebra em função do tamanho de partícula .....	16
Figura 2-11 - Sensibilidade da função seleção com a variação dos parâmetros grau de enchimento e diâmetro dos corpos moedores (Oliveira, 2009).....	17
Figura 2-12 - Sensibilidade da função seleção com a variação dos parâmetros preenchimento de vazios e fração da velocidade crítica (Oliveira, 2009).....	17
Figura 2-13 – Distribuição de quebra de partículas.....	18
Figura 2-14 - Exemplo de curva de partição (Silva, 2007). .....	21
Figura 2-15 - Curvas de partição obtida de um classificador a ar na indústria cimenteira (Silva, 2007).....	22
Figura 2-16 - Diagrama de controle em malha fechada .....	24
Figura 2-17 - Diagrama de controle PID .....	26
Figura 2-18 - Funcionamento do controle preditivo.....	29
Figura 2-19 - Diagrama esquemático do NMPC (modificado de Allgöwer et al, 1999) ..	32
Figura 2-20 - Tecnologias de controle usadas em circuitos de moagem. (Wei e Craig, 2009).....	37
Figura 2-21 - Comparação entre o moinho entupido e limpo.....	47
Figura 3-1 - Diagrama de um classificador .....	55
Figura 3-2 - Diagrama de blocos do circuito fechado de moagem (configuração direta) ..	57
Figura 3-3 - Diagrama do controle NMPC desenvolvido .....	64

Figura 3-4: Diagrama do funcionamento do MHE.....	66
Figura 3-5: Trajetória de referência para o transiente .....	69
Figura 3-6: Diagrama de implementação do controle NMPC.....	70
Figura 4-1 - Análise granulométrica do ECAT e da mistura ( <i>blend</i> ) submetida aos ensaios de classificação. ....	72
Figura 4-2 - Alimentador Vibratório .....	73
Figura 4-3 - Modelo em CAD do classificador pneumático do laboratório LTM .....	75
Figura 4-4 - Classificador Pneumático .....	75
Figura 4-5: Esquema de ponderação dos pontos da curva de partição.....	77
Figura 4-6 - Moinho de bolas contínuo .....	78
Figura 4-7 - Detalhe do conjunto do diafragma do moinho .....	79
Figura 4-8 - Perfil moinho de bolas contínuo.....	79
Figura 4-9 - Transportador de material.....	84
Figura 4-10 – Tela do sistema supervisorio .....	85
Figura 4-11 - Circuito fechado de moagem.....	85
Figura 5-1 - Ensaio de resposta ao degrau do alimentador, com a linha preta representando os resultados experimentais e a azul o modelo ajustado.....	88
Figura 5-2 - Diagrama de blocos do modelo do alimentador vibratório .....	88
Figura 5-3 - Ajuste do modelo de moagem em batelada (descontínua) .....	89
Figura 5-4 - Dados de <i>hold up</i> , taxa de alimentação e taxa de descarga obtidos do sistema supervisorio .....	90
Figura 5-5 - Ajuste do modelo de moagem contínua para os três estados estacionários ..	91
Figura 5-6 - Ajuste do modelo de moagem contínua para o regime transiente.....	92
Figura 5-7 - Condição de mais alto $R^2$ ( $V_r = 3000$ , $W_f = 100$ , $N_p = 18$ ) e mais baixo ( $V_r = 1000$ , $W_f = 400$ , $N_p = 18$ ) para o ajuste considerando o efeito anzol.....	94
Figura 5-8 - Condição de mais alto $R^2$ ( $V_r = 3000$ , $W_f = 250$ , $N_p = 6$ ) e mais baixo ( $V_r = 1000$ , $W_f = 400$ , $N_p = 18$ ) para o ajuste sem o efeito anzol.....	95
Figura 5-9 - Análise da aderência experimental do modelo de classificação com o efeito anzol. (Superior Esquerda: $d50_c$ , Superior Direita: $\alpha_c$ , Inferior Esquerda: $C_b$ , Inferior Direita: $\beta_c$ ) .....	97
Figura 5-10 - Ajuste do modelo com anzol na condição central de testes ( $V_r = 2000$ , $W_f = 200$ , $N_p = 18$ ).....	98

Figura 5-11 - Análise da aderência experimental do modelo de classificação sem efeito anzol. (Superior Esquerda: $d50_c$ , Superior Direita: $\alpha_c$ , Inferior: $C_b$ ) .....	99
Figura 5-12 - Ajuste do modelo sem anzol na condição central de testes ( $V_r = 2000$ , $W_f = 200$ , $N_p = 18$ ).....	100
Figura 5-13 - Comparação entre os resultados de ensaio de resposta ao degrau com o transportador e o modelo proposto .....	101
Figura 5-14 - Fração passante em $45\mu\text{m}$ em relação a $W_f$ e $V_r$ .....	104
Figura 5-15 - Proporção passante em $45\mu\text{m}$ em relação a $W_f$ (esquerda) e em relação a $V_r$ (direita) .....	105
Figura 5-16 - Vista superior da Figura 5-14 .....	105
Figura 5-17 - Proporção passante em $45\mu\text{m}$ em função de $W_f$ e $V_r$ .....	106
Figura 5-18 - <i>Hold up</i> do moinho de bolas em função de $W_f$ e $V_r$ .....	106
Figura 5-19 - Carga circulante em relação à percentagem passante na peneira de $45\mu\text{m}$ .....	107
Figura 5-20 – Diagrama do CFM linearizado .....	108
Figura 5-21 - Resposta dos dois métodos de sintonia .....	110
Figura 5-22: Variáveis manipuladas, controladas, taxa de produção e carga circulante. ....	111
Figura 5-23 - Reta ajustando os pontos ótimos de operação .....	112
Figura 5-24 - Diagrama de blocos do controlador PIRGL .....	112
Figura 5-25 - Diagrama de blocos da implementação da descontinuidade do controlador .....	113
Figura 5-26 - Resposta em P45 dos controladores P-PI clássico e PI RGL .....	114
Figura 5-27 - Variáveis controladas e manipuladas pelos controladores .....	114
Figura 5-28 - Diagrama do controlador NMPC.....	116
Figura 5-29 - Influência das perturbações em P45 e na taxa de produção. Esquerda: caso sem ruídos. Direita: caso com ruídos.....	117
Figura 5-30 - Superior: degrau na moabilidade da alimentação. Inferiores: Identificação dos parâmetros $S_1$ e $d50_c$ da usina. ....	118
Figura 5-31 - Erro de estimação de P45 e do <i>hold up</i> nos casos com e sem ruídos.....	118
Figura 5-32 - Influência das perturbações em P45 e na taxa de produção. Esquerda: caso sem ruídos. Direita: caso com ruídos.....	119
Figura 5-33 - Superior: degrau na moabilidade da alimentação. Inferiores: Identificação dos parâmetros $S_1$ e $d50_c$ da usina.....	120

Figura 5-34 - Erro de estimação de P45 e do <i>hold up</i> nos casos com e sem ruídos (direita e esquerda, respectivamente).....	120
Figura 5-35 - Resposta de P45 do controlador RTO .....	122
Figura 5-36 - Variáveis manipuladas e controladas para o controle RTO .....	122
Figura 5-37: Erro de estimação .....	123
Figura 5-38 - Influência da variação do parâmetro <i>settling time</i> .....	124
Figura 5-39 - Variáveis manipuladas e controladas .....	125
Figura 5-40: Variáveis controladas para o cenário 1. Superior: P45. Inferior: <i>Hold up</i> .	126
Figura 5-41: Superior esquerda: Taxa de alimentação $W_f$ . Superior direita: Velocidade do Rotor $V_r$ . Inferior: Taxa de produção. Caso 1.....	127
Figura 5-42: Variáveis controladas para o cenário 2. Superior: P45. Inferior: <i>Hold up</i> .	128
Figura 5-43: Superior esquerda: Taxa de alimentação $W_f$ . Superior direita: Velocidade do Rotor $V_r$ . Inferior: Taxa de produção. Caso 2.....	129
Figura 5-44: Variáveis controladas para o cenário 3. Superior: P45. Inferior: <i>Hold up</i> .	131
Figura 5-45: Superior esquerda: Taxa de alimentação $W_f$ . Superior direita: Velocidade do Rotor $V_r$ . Inferior: Taxa de produção. Caso 3.....	131

# Capítulo 1: Introdução

A moagem em moinho de bolas é uma das operações mais importantes em usinas de processamento mineral. A distribuição de tamanhos de partículas do produto da moagem tem grande influência sobre a recuperação dos minerais valiosos, realizada em processos subsequentes. Segundo estatísticas (Chen et al., 2007), os circuitos industriais de moagem normalmente representam cerca de 50% da despesa total com energia de uma usina concentradora, porém esse processo conta com eficiência energética de apenas 10% na maioria dos casos.

A moagem a seco é uma variante importante da moagem em moinhos de bolas. Ela encontra importantes aplicações na moagem de clínquer e escória para a fabricação de cimento e a de vários minerais industriais. Como são frequentemente responsáveis pela geração do produto final, quaisquer distúrbios no processo não adequadamente controlados resultarão na produção de material fora das especificações comerciais, resultando em prejuízo na operação.

Importantes avanços têm sido realizados na área de controle de processos nas últimas décadas Camacho e Bordons, (1999), sobretudo no desenvolvimento de sistemas avançados de controle. Entretanto, a sua utilização no controle da moagem ainda é limitada, sendo que, algumas ferramentas, como o controle preditivo não linear (NMPC) sequer têm sido aplicadas. No caso do NMPC isso se deve à limitada experiência com a aplicação da técnica na área e disponibilidade de sistemas de controle comerciais.

Embora seja bastante utilizado na indústria cimenteira, relativamente pouco se conhece sobre o comportamento dinâmico das principais variáveis envolvidas no processo de moagem a seco em circuito fechado. Em um trabalho recente desenvolvido no Laboratório de Tecnologia Mineral da COPPE/UFRJ (Carvalho, 2007), o processo de moagem foi modelado matematicamente, simulando-se o desempenho de diversos tipos de controles automáticos. Dentre eles, o controle PID descentralizado e algumas técnicas mais sofisticadas, como controle baseado em modelo, preditivo linear, e o *Internal Model*

*Control* (IMC) foram testados. Neste estudo, foram controladas as variáveis: massa de *hold up* (material contido no moinho) e granulometria (distribuição de tamanhos de partículas) do produto. Os resultados destas simulações mostraram que é possível atingir significativa redução de consumo energético e aumento de produtividade no processo pelo uso de ferramentas de controle.

Em virtude desses resultados e outros (Coetzee, 2009, Chen et al., 2007) percebeu-se que o estudo de técnicas avançadas de controle poderia trazer muitos benefícios para as usinas de moagem, constituindo assim a principal motivação deste trabalho.

## 1.1 Objetivo desta dissertação

Este trabalho tem por objetivo desenvolver um sistema de controle que visa otimizar índices de desempenho adequadamente escolhidos para o processo não linear de moagem. A intenção é que este sistema de controle possa servir como arcabouço para o controle em tempo real da moagem em diferentes segmentos da indústria.

# Capítulo 2: Revisão bibliográfica

## 2.1 Processo de moagem

A moagem normalmente representa o último estágio dos processos de cominuição. Ela é realizada em recipientes cilíndricos denominados moinhos tubulares (Figura 2-1) os quais contêm corpos moedores. O trabalho de cominuição é realizado pelo movimento dos corpos moedores, os quais se deslocam livremente dentro do equipamento. Os mecanismos envolvidos na quebra das partículas do minério compreendem principalmente abrasão e impacto aplicado às partículas pelos corpos moedores ou pelas outras partículas, sendo que a forma predominante de fratura depende das condições operacionais.

A denominação do tipo de moinho tubular irá depender do tipo de corpos moedores nele usado: moinhos de barras, moinhos de bolas, moinhos autógenos, nos quais a quebra ocorre devido ao impacto das próprias partículas de minério contra partículas menores, e moinhos semi-autógenos, os quais são semelhantes aos autógenos, porém nestes a carga moedora é composta por uma combinação de partículas do próprio minério e esferas de aço.



**Figura 2-1 – Moinho tubular rotativo**

A distribuição de tamanho de partículas, ou distribuição granulométrica, ideal para o produto de um circuito de moagem depende de muitos fatores, incluindo a proporção em que os minerais valiosos estão dispersos na ganga e o processo de concentração



posteriormente usado. É objetivo da etapa de moagem exercer um controle acurado dessa granulometria ideal do produto e, por essa razão, uma moagem adequada é frequentemente reconhecida como a “chave” para o bom processamento mineral. Uma moagem insuficiente do minério irá, com certeza, resultar em um produto grosso, com baixo grau de liberação para a separação econômica e, conseqüentemente, uma baixa recuperação será alcançada na etapa de concentração. Por outro lado, uma moagem excessiva (sobremoagem) reduzirá o tamanho das partículas do componente mais liberado, normalmente a ganga<sup>1</sup>, e pode reduzir o tamanho das partículas do componente em menor proporção, geralmente o mineral valioso, abaixo do tamanho exigido para a separação mais eficiente, resultando em um desperdício de energia no processo.

De um modo geral, o processo de moagem possui diversos tipos de variáveis que podem alterar seu desempenho. Segundo Beraldo (1987), algumas delas são:

- Características do minério: distribuição granulométrica da alimentação, forma inicial das partículas, moabilidade<sup>2</sup> e composição mineralógica;
- Taxa de alimentação;
- Condições operacionais dos equipamentos, tais como grau de enchimento, velocidade de rotação do moinho;
- Condições de desgaste dos corpos moedores e revestimentos.

### 2.1.1 Moinhos de bolas

Uma das máquinas de moagem mais utilizadas na indústria mineral é o moinho de bolas. O moinho de bolas é utilizado na cominuição de vários tipos de minérios, na fabricação de cimento e na preparação de materiais para a indústria química.

---

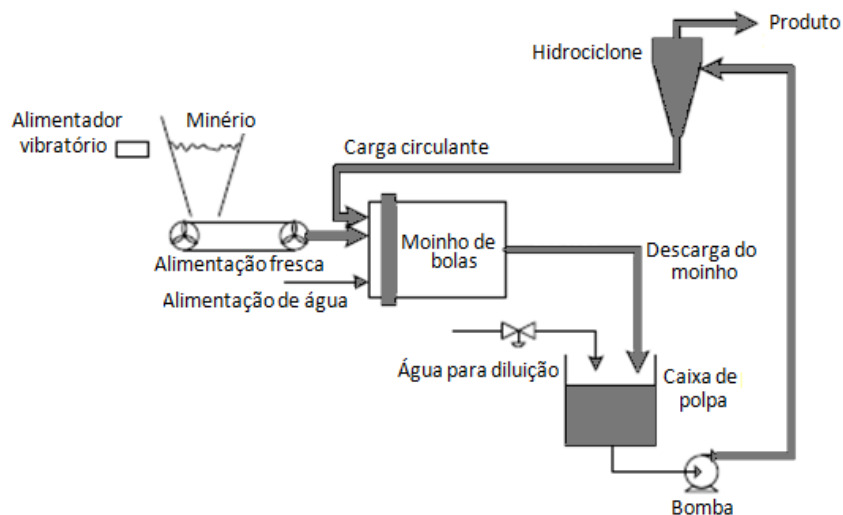
<sup>1</sup> ganga: material sem valor econômico ou indesejado que se encontra misturado ao mineral valioso. Para minério de ferro o principal mineral de ganga é, frequentemente, o quartzo (sílica).

<sup>2</sup> moabilidade: Propriedade que caracteriza o grau de dificuldade ou facilidade com que um material pode ser moído. Pode ser entendida também como a quantidade de energia necessária para levar um material de certa granulometria para outra mais fina.

Os moinhos de bolas existem em diversos tamanhos, desde unidades de laboratório, como, por exemplo, medindo 20 centímetros de diâmetro, até moinhos industriais de alta capacidade, com diâmetros que podem, atualmente, chegar a 8 metros. Os moinhos de bolas são fabricados em uma ampla faixa de razões comprimento/diâmetro, que pode ser escolhida em função da granulometria desejada do produto.

A moagem em moinhos de bolas pode ser utilizada na cominuição de materiais com alta resistência, podendo atingir altas razões de redução. Neste processo encontram-se dois modos de operação: a úmido e a seco.

A operação a úmido, cujo diagrama pode ser exemplificado na Figura 2-2, é a mais utilizada na indústria mineral, pela moagem ser mais eficiente (Wills e Napier-Munn, 2006). Porém, há materiais que só podem ser produzidos em operações a seco devido ao processo subsequente e devido às mudanças físicas ou químicas que ocorrem quando a água é adicionada ao material. Em sua maioria, os circuitos de moagem a seco são utilizados na indústria cimenteira para a moagem de clínquer, escória de alto forno, gesso e calcário.



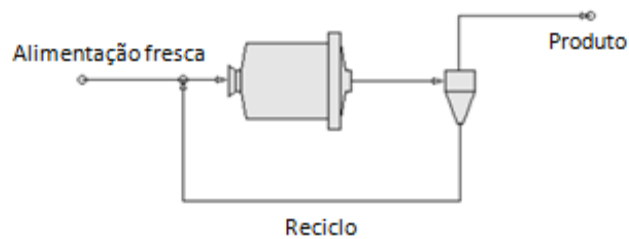
**Figura 2-2 - Circuito de moagem a úmido típico**

Tendo em vista que o trabalho trata especificamente da moagem a seco, esse é analisado em maior detalhe. De fato, essa é a variante do processo de moagem que apresenta os

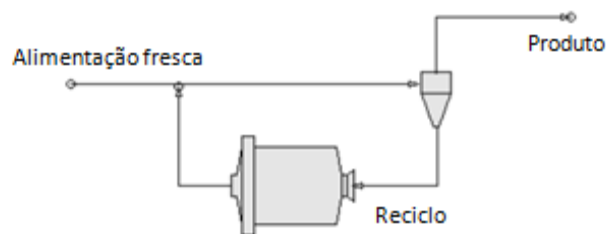
maiores desafios de aumento da eficiência energética e controle da qualidade do produto final.

A operação do processo de moagem pode ser realizada em circuito aberto, no qual o material é alimentado diretamente no moinho e o produto sai pela descarga do mesmo em uma só passagem pelo moinho (sem classificação), e em circuito fechado, onde um equipamento, chamado alimentador, insere material novo na entrada do moinho, o qual quebra as partículas. Acoplado à sua saída, um equipamento chamado classificador é responsável pela classificação entre a fração do produto que se encontra dentro ou fora da especificação. Assim, dependendo da velocidade de rotação ajustada e do fluxo de ar alimentado, o material é subdividido em um fluxo de partículas finas (produto final) e um fluxo de partículas grossas. O material contido na descarga do moinho que se encontra fora da especificação retorna para a alimentação do moinho, por meio de um transportador, a fim de receber uma nova chance de ser fragmentado.

O circuito fechado pode ainda ser classificado entre circuito direto (Figura 2-3), no qual o minério alimenta diretamente o moinho junto com o *oversize* do classificador, e em circuito reverso (Figura 2-4), no qual o minério alimenta diretamente o classificador, cujo *oversize* alimenta o moinho.



**Figura 2-3 - Circuito direto**



**Figura 2-4 - Circuito reverso**

Na indústria cimenteira foram desenvolvidas estratégias de controle aplicadas especificamente aos circuitos de moagem de cimento. Neste circuito, o fluxo de alimentação é composto principalmente de clínquer e outras matérias primas como escória e gesso em proporções que variam de acordo com a especificação do cimento a ser produzido. A Figura 2-5 mostra um circuito normalmente usado na indústria cimenteira, no qual a moagem é realizada por meio de um moinho que possui duas câmaras de moagem, separadas por um diafragma.

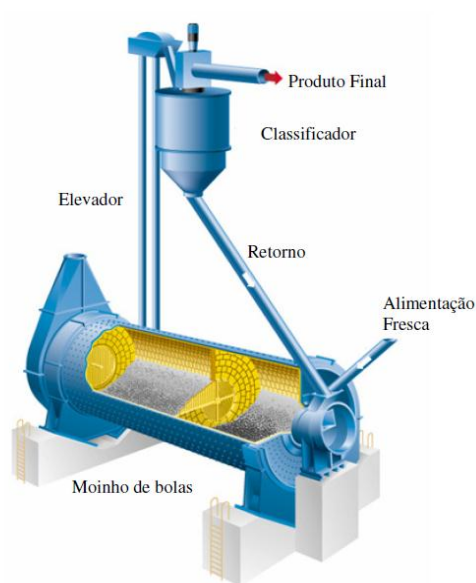


Figura 2-5 - Circuito de moagem da indústria cimenteira (Carvalho, 2007)

### 2.1.2 Aspectos construtivos dos moinhos de bolas

Estruturalmente, os moinhos de bolas são constituídos por uma carcaça cilíndrica orientada com seu eixo na horizontal, revestimentos que protegem a parte interna do moinho, alimentador, tampas chamadas *trunnions* com dispositivos de descarga, motor para seu acionamento e corpos moedores no formato de esferas.

A carcaça é feita usualmente de chapa de aço-carbono e furada para o encaixe de parafusos com a finalidade de fixar o revestimento, sendo projetada para suportar impacto de carga pesada. A espessura da chapa varia de 1/100 a 1/75 do diâmetro do moinho, dependendo do comprimento (Beraldo, 1987). É normalmente fabricada em uma só peça, existindo a possibilidade de ser fabricada em duas peças unidas por meio de um flange.

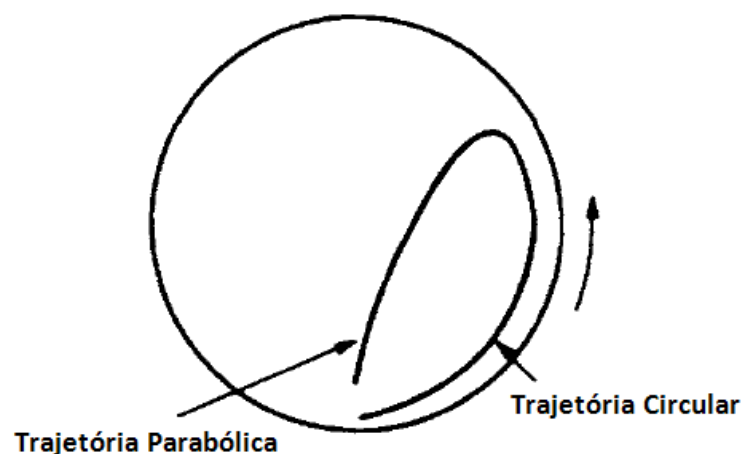
Os revestimentos consistem em painéis fixados no interior da carcaça do moinho, os quais devem ser substituídos depois de desgastado. Os objetivos da sua utilização são: proteger as paredes internas do moinho contra o desgaste, suportar os impactos principalmente das bolas e reduzir o escorregamento da carga e corpos moedores em relação à carcaça do moinho e, assim, promover movimentos favoráveis à cominuição. Este último é realizado por frisos existentes nas extremidades do moinho de bolas, denominados *lifters*, os quais têm como finalidade levantar a carga com a rotação do moinho. Estes atuam em conjunto com o revestimento, aumentando sua vida útil e evitando o deslizamento da carga, o qual irá consumir energia desnecessariamente. Eles podem ser manufaturados em ferro fundido ligado com níquel, outros materiais resistentes ao desgaste e borracha. A forma e as dimensões dos *lifters* controlam a ação de queda dos corpos moedores (Durman, 1988).

Dois tipos diferentes de descarga são empregados em moinho de bolas: descarga por grelha (diafragma) ou descarga por transbordamento (*overflow*). Aqueles com descarga de diafragma possuem uma grelha entre o corpo cilíndrico do moinho e o *trunnion*, que permite a passagem da carga de minério e que previne a descarga das bolas. Esta descarga é composta de um dispositivo de elevação da polpa no compartimento posterior à grelha que permite a saída de polpa em um nível baixo. Assim, esse tipo de moinho é recomendado quando a alimentação é grosseira. A descarga por *overflow* consiste em um orifício de saída que é mais largo do que o da entrada do moinho. Isto gera um gradiente hidráulico que conduz a polpa através do moinho. O tempo de permanência do material é maior do que no caso de moinho com descarga por grelha.

O moinho de *overflow* é mais simples de operar e é utilizado na maioria dos moinhos de bolas em operação na indústria, especialmente aqueles usados na moagem fina e remoagem. Por outro lado, o moinho de diafragma tem sua utilização mais limitada pela ocorrência de entupimentos que provocam muitas paralisações. O consumo de energia é dito por volta de 15% menor do que no moinho com descarga de diafragma do mesmo tamanho, embora a eficiência de moagem dos dois moinhos seja, aproximadamente, a mesma (Lewis et al., 1976).

Os corpos moedores usados nos moinhos de bolas correspondem a esferas fabricadas em aço forjado ou laminado, ligas de aço ou de aço fundido (Sailors, 1989). O seu consumo varia tipicamente entre 0,1 até 1 kg por tonelada de minério, dependendo da dureza do minério, do grau de moagem e da qualidade do corpo moedor. O consumo de metais pode representar uma percentagem muito elevada, às vezes até 40%, do custo total de moagem. Os tamanhos ótimos desses corpos são muitas vezes determinados por método de tentativa e erro, sendo que a moagem primária geralmente exige uma carga classificada de bolas de 5-10 cm de diâmetro, enquanto a moagem secundária requer diâmetros de 2-5 cm (Wills e Napier-Munn, 2006).

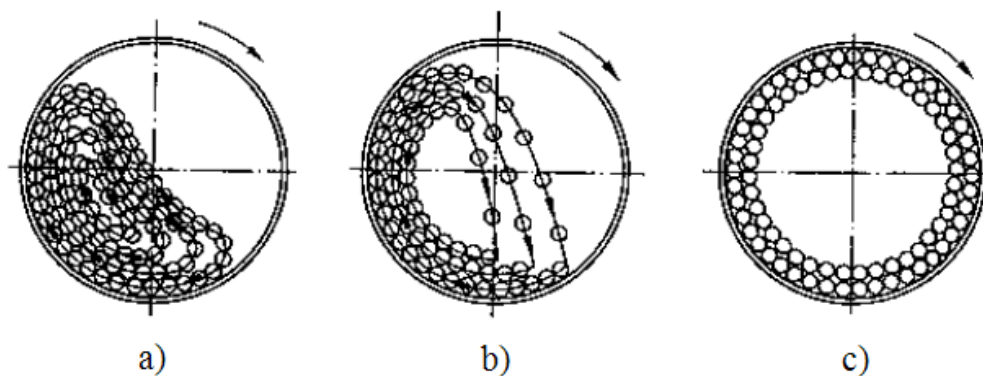
A velocidade com a qual um moinho gira é importante, pois influencia diretamente a qualidade do produto e a intensidade de desgaste dos revestimentos da carcaça. Por exemplo, um conhecimento prático das trajetórias seguidas pelas bolas de aço em um moinho determina a velocidade que este deve ser movimentado, de forma que as bolas descendentes devem cair sobre a carga, e não sobre o revestimento, o que poderia levar a um desgaste muito acelerado do revestimento. A maior parte da energia cinética da carga é dissipada na forma de calor, vibração e outras perdas e, na verdade, apenas uma pequena fração é efetivamente usada na quebra das partículas. Os corpos moedores devem atingir certa altura e, para isso, acompanham o movimento de rotação juntamente com a carcaça, seguindo uma trajetória circular. Durante a sua queda, os corpos moedores se desprendem da parede e seguem uma trajetória parabólica, conforme é ilustrado na Figura 2-6.



**Figura 2-6 – Trajetórias dos corpos moedores em um moinho de bolas (Wills e Napier-Munn, 2006)**

Podem ser identificados três regimes de movimento de corpos moedores, dependendo da sua velocidade de rotação (Figura 2-7). Em velocidades relativamente baixas ou com revestimentos lisos, os corpos moedores tendem a rolar uns sobre os outros e permanecer na parte inferior do moinho. Este movimento é chamado de cascata e se caracteriza pela moagem essencialmente através do mecanismo de abrasão e choques de baixa magnitude. O movimento de catarata é obtido a velocidades mais altas, nas quais as bolas caem diretamente sobre a carga e produzem intensa moagem por impacto, ou seja, estilhaçamento das partículas. O último movimento ocorre quando a força centrífuga é maior do que a força da gravidade, de maneira que os corpos moedores permaneçam aderidos à carcaça do moinho. O movimento centrífugo ocorre somente quando o moinho opera acima da velocidade crítica.

Vistos os três regimes de movimento da carga moedora, percebe-se que no movimento de catarata é onde ocorre a grande parte da quebra de partículas. É por esta razão que os moinhos operam preferencialmente a velocidades de 70-80% da velocidade crítica (Wills e Napier-Munn, 2006). Assim, os moinhos de bolas são movimentados em velocidades mais altas o possível, sem que ocorra a centrifugação. A velocidade mais elevada, muitas vezes, é usada para aumentar a intensidade do movimento de catarata a fim de quebrar minérios de alimentações duras e grosseiras. Por outro lado, se a velocidade é alta o desgaste e a ruptura dos revestimentos e dos corpos moedores também tende a ser mais elevado.



**Figura 2-7 – Diferentes movimentos dos corpos moedores a) Cascata b) Catarata c) Centrífugo**

A condição de velocidade crítica do moinho ocorre quando o corpo moedor abandona a sua trajetória circular no ponto mais alto vertical. Ela pode ser expressa pela equação (Austin e Concha, 1993):

$$\varphi_c = \frac{42,2}{\sqrt{D-d}} \quad (\text{Eq. 1})$$

sendo  $N_c$  a velocidade crítica em RPM,  $D$  o diâmetro do moinho em metros e  $d$  o diâmetro máximo das bolas.

O volume da carga de bolas ocupa por volta de 30-40% do volume interno do moinho, e aproximadamente 40% desse espaço permanece vazio, sendo preenchido com minério durante a operação normal de moagem. O enchimento parcial do moinho pelos corpos moedores é um importante parâmetro de operação, o qual é usualmente conhecido como grau de enchimento. O grau de enchimento do moinho ( $J$ ) é a fração do volume interno ocupado pelos corpos moedores, incluindo os espaços vazios entre os mesmos, sendo dado por:

$$J = \frac{V_{cm}}{V_m \times (1 - f_p)}$$

na qual  $J$  é o grau de enchimento,  $V_{cm}$  é o volume dos corpos moedores,  $V_m$  é o volume do moinho e  $f_p$  é a porosidade do leito formado pelos corpos moedores, tipicamente tomado como 0,4 ou 40%.

Similarmente, a carga do material de um moinho ( $f_c$ ) é expressa como a fração do volume do moinho ocupado pelo material.

$$f_c = \frac{V_{mat}}{V_m \times (1 - f_p)}$$

sendo  $V_{mat}$  o volume do material a ser cominuído no moinho.



Outro parâmetro muito importante é o preenchimento de vazios ( $U$ ), o qual expressa a fração de espaços vazios entre as bolas ocupada pelas partículas (Austin e Concha, 1993):

$$U = \frac{f_c}{f_p \times J}$$

## 2.2 Modelagem de circuitos de moagem

A equação do modelo do balanço populacional fornece uma descrição muito valiosa das variações das características de populações de partículas em diversos tipos de reatores (Ramkrishna e Bornwanker, 1973). A aplicação deste modelo tanto à moagem contínua quanto descontínua tem sido usada com sucesso por mais de 40 anos, permitindo o desenvolvimento de modelos que descrevem a operação de diversos tipos de circuitos e moinhos.

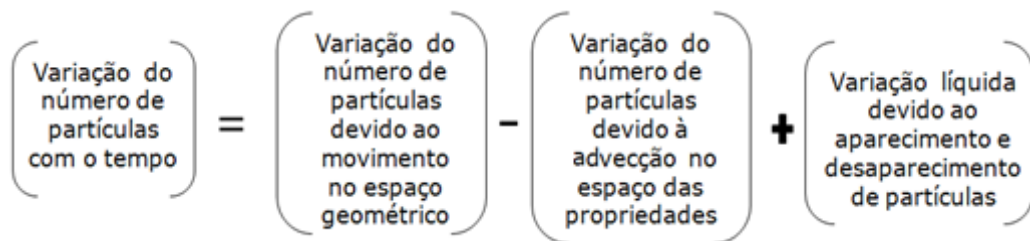
O modelo do balanço populacional para moinhos levou em conta o processo sobre as populações de partículas, considerando a moagem como sendo um processo cinético semelhante a uma reação química de primeira ordem. O modelo é normalmente baseado na hipótese de que o moinho é um reator perfeitamente misturado, no qual os reagentes são as partículas alimentadas, ou seja, com a granulometria maior e o produto é o material cominuído.

O objetivo desse balanço é descrever o movimento da partícula dentro do espaço de fase. A caracterização de uma população de partículas, através da distribuição de partículas no espaço-fase, fornece um procedimento de modelagem poderoso e formalizado. O espaço-fase da partícula é dividido em duas sub-regiões: coordenadas internas e externas da partícula. Coordenadas externas referem-se à distribuição de partículas no espaço físico  $X$ ,  $Y$  e  $Z$ . Coordenadas internas referem-se às propriedades individuais das partículas. A ideia essencial é que, conforme as partículas se movem pelo sistema, suas coordenadas, internas e externas, variam (King, 2001; Rajamani, 1992).

As coordenadas internas devem ser suficientemente numerosas para descrever a partícula e caracterizá-las completamente em termos dos processos que precisam ser descritos. São exemplos de coordenadas internas (King, 2001):

- Tamanho de partícula,
- Composição mineralógica,
- Composição química,
- Forma de partícula e
- Energia superficial específica.

O modelo do balanço populacional aplicado à cominuição apresenta o tamanho de partícula como coordenada interna mais relevante. Rajamani (1992) descreve a equação fundamental do balanço populacional macroscópico a partir do balanço populacional microscópico, conforme mostrado na Figura 2-8 e na equação 2.1.



**Figura 2-8 - Modelo do balanço populacional**

$$\frac{1}{V} \frac{\partial}{\partial t} (\bar{\Psi}) = \frac{1}{V} (Q_{in} \Psi_{in} - Q_{out} \Psi_{out}) - \sum_{j=1}^J \frac{\partial}{\partial \zeta_j} (V^{(j)} \bar{\Psi}) + (\bar{B} - \bar{D})$$

**Eq. 2-1**

sendo  $V$  o volume de controle,  $\bar{\Psi}$  é a distribuição do número de partículas,  $V^{(j)}$  é o vetor velocidade de mudança da propriedade  $j$ ,  $Q_{in}$  é a taxa de entrada,  $Q_{out}$  é a taxa de descarga,  $\bar{B} - \bar{D}$  é o termo de aparecimento menos o termo de desaparecimento, ou seja, o a taxa líquida de geração por unidade de volume,  $\zeta$  é a quantidade da propriedade  $j$  e  $t$  é o tempo.

A variação contínua do tamanho de partícula, resultante dos processos de abrasão, pode ser desconsiderada no caso do moinho de bolas, uma vez que a quebra ocorre predominantemente de maneira catastrófica. Desse modo, a variação do número de partículas devido à advecção será considerada nula.

A distribuição de tamanhos de partículas é contínua, logo precisa ser discretizada em classes de tamanho; já que nos trabalhos experimentais essa distribuição é frequentemente quantificada através de uma série de peneiras com a finalidade de separar o material em diversas faixas de tamanhos. A equação do modelo discretizado em relação a classe de tamanho  $i$  é dada por

$$\frac{d[M(t)p_i(t)]}{dt} = W_{in}(t)p_{in,i} - W_{out}(t)p_{out,i}(t) - s_i p_i M(t) + \sum_{j=1}^{i-1} b_{ij} s_j(t) p_j(t) M(t)$$

**Eq. 2-2**

sendo  $M$  a massa contida no interior do moinho,  $p_i$  a fração mássica de partículas na classe de tamanho  $i$ ,  $W_{in}$  a taxa de material na alimentação,  $W_{out}$  a taxa de material na descarga,  $s$  a função seleção e  $b$  a função distribuição de quebra, as quais serão descritas nos próximos tópicos.

### 2.2.1 Função Seleção ou Taxa de quebra

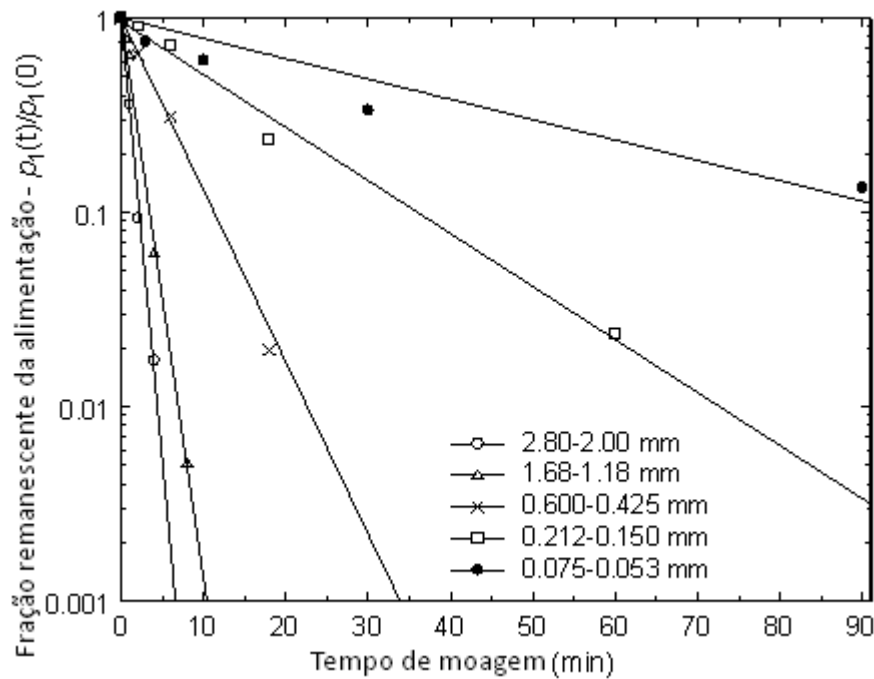
A função seleção representa a taxa específica de quebra dependente do tamanho de partícula. Ela depende do material a ser cominuído e está fortemente ligada às condições de moagem às quais o material é submetido. Os principais fatores que influenciam a taxa específica de quebra das partículas em um moinho são o diâmetro, a velocidade de rotação e o grau de enchimento do moinho, assim como os tamanhos dos corpos moedores (King, 2001).

A taxa de quebra com comportamento cinético de primeira ordem é ilustrada na Figura 2-9, e na Figura 2-10 é representada pela seguinte equação proposta por Austin e Concha (1993):

$$\frac{d p_1(t)}{d t} = -S_1 p_1(t)$$

$$p_1(t) = p_1(0) \exp(-S_1 t)$$

sendo  $S_1$  a taxa específica de fratura ( $t^{-1}$ ),  $p_1$  é a fração mássica de partículas na classe de tamanho 1 e a razão  $p_1(t)/p_1(0)$  apresentada no gráfico representa a fração remanescente de partículas na classe de tamanho 1.

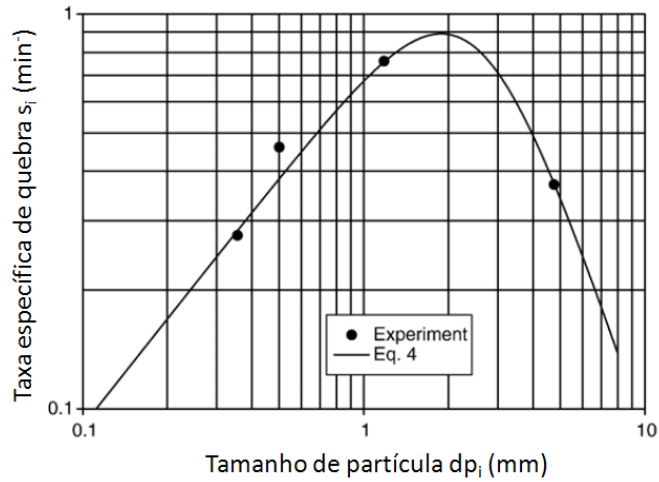


**Figura 2-9 - Proporção de partículas remanescentes ao longo do tempo e cinética de primeira ordem (Tavares et al., 2012)**

Austin et al. (1984) propuseram a expressão da função seleção representada pela variação da taxa específica de quebra com o tamanho de partícula como mostrado na Figura 2-10 e dada por,

$$s_i = \frac{S_1 d p_i^\alpha}{1 + \left(\frac{d p_i}{\mu}\right)^\lambda}$$

sendo  $d p_i$  o tamanho da partícula (mm),  $s_i$  a taxa específica de quebra ( $\text{min}^{-1}$ ) e  $S_1$ ,  $\alpha$ ,  $\mu$  e  $\lambda$  são parâmetros do modelo que dependem das condições da moagem e das propriedades do material que está sendo alimentado no moinho.



**Figura 2-10 – Taxa específica de quebra em função do tamanho de partícula**

Utilizando diversos moinhos e condições de operação, Austin et al. (1984) propuseram também relações empíricas de escalonamento visando compatibilizar a função seleção nos diferentes casos. Adicionando os parâmetros de escalonamento de Austin à equação, tem-se:

$$s_i = \frac{S_1 dp_i^\alpha}{1 + \left(\frac{dp_i}{\mu C_1}\right)^\Lambda} \left(\frac{1 + 6,6 J_T^{2,3}}{1 + 6,6 J_T^{2,3}}\right) \left(\frac{D_m}{D_{mT}}\right)^{0,5} \left(\frac{d_{cmT}}{d_{cm}}\right) C_2 \left(\frac{\varphi_c - 0,1}{\varphi_{cT} - 0,1}\right) e^{-c(U-U_T)}$$

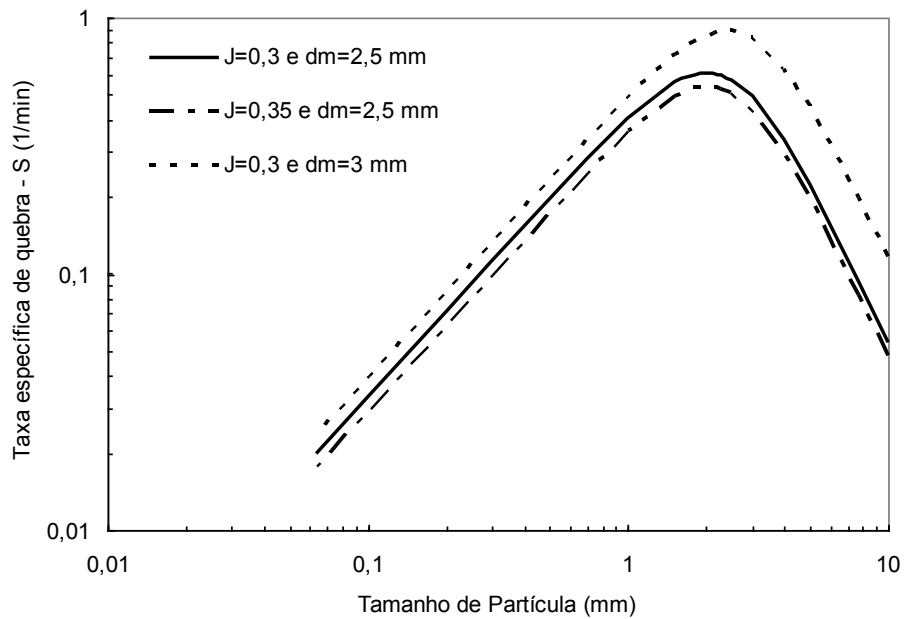
**Eq. 2-3**

na qual,

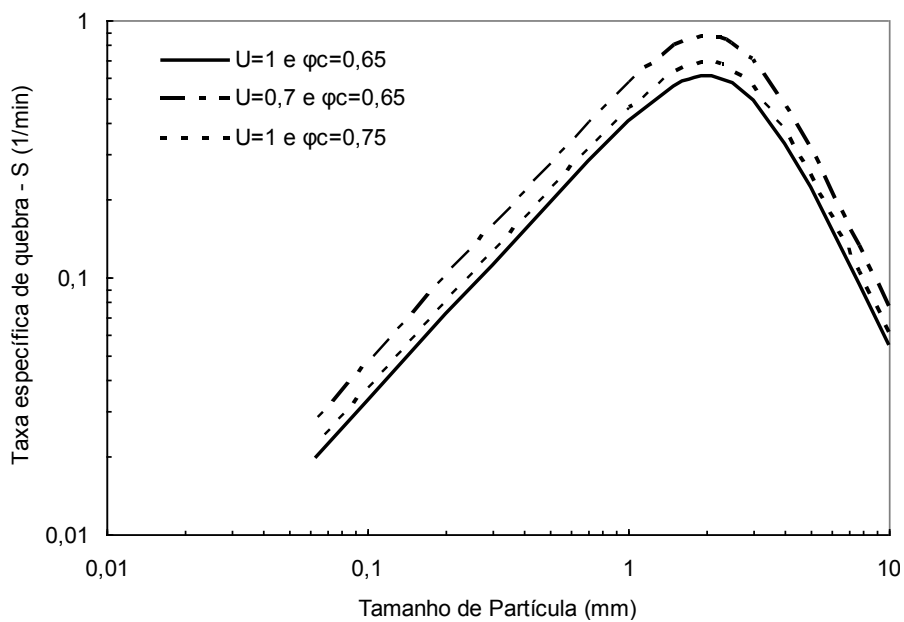
$$C_1 = \left(\frac{D_m}{D_{mT}}\right)^{0,2} \left(\frac{d_{cm}}{d_{cmT}}\right)$$

$$C_2 = \left(\frac{1 + e^{(15,7(\varphi_{cT}-0,94))}}{1 + e^{(15,7(\varphi_c-0,94))}}\right)$$

sendo  $D_m$  o diâmetro do moinho,  $d_{cm}$  o diâmetro médio dos corpos moedores,  $J$  o grau de enchimento do moinho,  $U$  o grau de preenchimento de vazios,  $\varphi_c$  a fração da velocidade crítica do moinho e  $c$  um fator de escala. A Figura 2-11 e Figura 2-12 mostram a variação da função seleção de acordo com variações em alguns parâmetros, como grau de enchimento, preenchimento de vazios, fração da velocidade crítica do moinho e diâmetro dos corpos moedores.



**Figura 2-11 - Sensibilidade da função seleção com a variação dos parâmetros grau de enchimento e diâmetro dos corpos moedores (Oliveira, 2009)**



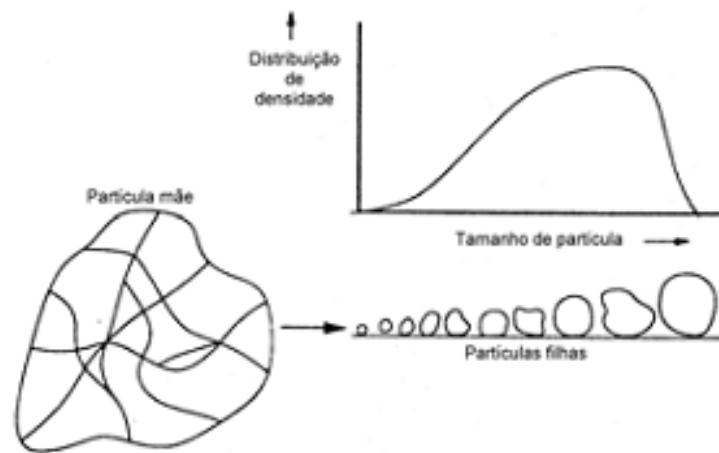
**Figura 2-12 - Sensibilidade da função seleção com a variação dos parâmetros preenchimento de vazios e fração da velocidade crítica (Oliveira, 2009)**

Nestas figuras pode-se observar a sensibilidade significativa da função seleção frente à variação de seus parâmetros. Na Figura 2-11 verifica-se que, com o aumento do grau de

enchimento a função taxa de quebra fica reduzida, enquanto a Figura 2-12 mostra que a redução no preenchimento de vazios resulta em um aumento da função taxa de quebra.

## 2.2.2 Função Distribuição de Quebra

Quando uma partícula pertencente a uma dada classe de tamanhos sofre fratura, os fragmentos gerados se distribuem entre as classes granulométricas mais finas (Figura 2-13).



**Figura 2-13 – Distribuição de quebra de partículas**

O modelo mais popular é representado como a soma ponderada de duas populações, dependente da razão entre o tamanho do fragmento e o tamanho da partícula original chamada bimodal (King, 2001):

$$b_{i,j} = \Phi \left( \frac{dp_i}{dp_j} \right)^\gamma + (1 - \Phi) \left( \frac{dp_i}{dp_j} \right)^\beta \quad \text{para } dp_i \geq k_{King}$$

$$b_{i,j} = \Phi \left( \frac{dp_i}{k_{King}} \right)^{n3} \left( \frac{dp_i}{dp_j} \right)^\gamma + (1 - \Phi) \left( \frac{dp_i}{dp_j} \right)^\beta \quad \text{para } dp_i < k_{King}$$

sendo  $\Phi$ ,  $\beta$  e  $\gamma$ ,  $k_{King}$ ,  $n3$  parâmetros do modelo, dependentes do material,  $dp_i$  e  $dp_j$  o tamanho resultante da fratura e o tamanho representativo, respectivamente. O primeiro

termo da equação da função quebra fornece a contribuição de partículas finas geradas pela aplicação de esforços compressivos, enquanto que o segundo termo é responsável pela contribuição de partículas grosseiras geradas pelo surgimento de esforços de tração.

### 2.2.3 Classificação

Em termos conceituais, classificação é a separação de uma população original em duas outras populações, que diferem entre si pela distribuição relativa dos tamanhos das partículas que as constituem. Esta separação ocorre em fluidos (líquido ou gasoso) de acordo com a sua velocidade de sedimentação. De uma maneira simplista, um classificador essencialmente consiste de uma coluna separadora, na qual o fluido ascende a uma velocidade uniforme. As partículas introduzidas nessa coluna podem subir ou descer, dependendo das suas velocidades de sedimentação. Os classificadores geram dois produtos: um constituído de partículas com velocidade terminal menor que a velocidade do fluido, denominado *undersize* (produto fino) e outro constituído de partículas com velocidade terminal maior que a velocidade do fluido, denominado *oversize* (produto grosso).

A maioria das instalações de industriais de moagem se apresentam em circuito fechado, o qual utiliza um classificador que retorna o produto grosso à alimentação do moinho. Comparada à moagem em circuito aberto, a moagem em circuito fechado apresenta uma série de vantagens, dentre as quais, pode-se destacar:

Melhor controle da granulometria do produto, em especial melhor controle do diâmetro máximo do mesmo; obtenção de produto com curva granulométrica em faixa mais estreita; menor produção de ultrafinos causados por sobremoagem; maior produtividade do moinho e, conseqüente, menor consumo energético por tonelada de produto moído.

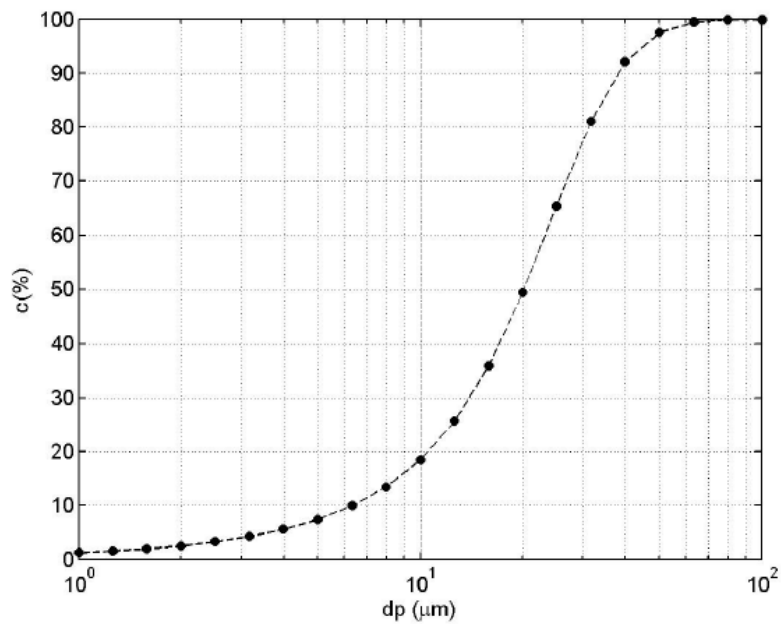
Nos circuitos de moagem a seco são empregados classificadores pneumáticos (classificadores estáticos e dinâmicos). Os classificadores dinâmicos são os preferidos quando se deseja o controle mais preciso da granulometria do produto. Separadores dinâmicos a ar são os principais equipamentos de classificação utilizados na indústria



cimenteira e estão divididos em três gerações de acordo com os mecanismos adotados na separação.

Nos classificadores de primeira geração, os quais são utilizados no presente trabalho, a alimentação se dá por meio de um prato distribuidor, cuja frequência de rotações é a mesma do ventilador e das palhetas, de maneira que o fluxo de ar no separador não pode ser controlado independentemente. Nesse classificador, a ventilação é interna e a separação dos finos da corrente do fluido é realizada dentro do próprio separador, não sendo muito eficiente. Os classificadores de segunda geração se caracterizam pelo uso de ventilação externa, que permite o controle independente do fluxo de ar ao separador. Esses separadores também permitem uma melhor separação dos finos da corrente do fluido pelo uso de pequenos ciclones externos. Os separadores de terceira geração se diferenciam dos de segunda pelo uso de uma gaiola na qual as palhetas são colocadas. Isso permite um aumento da área efetiva de separação, a qual é, comparativamente, pequena nos separadores de primeira e segunda geração. A alimentação não se dá mais em um prato distribuidor, mas sobre a gaiola (Tavares et al., 2007).

O classificador recebe o material do moinho e o separa em duas populações distintas, denominadas grossos e finos. Os grossos são constituídos pela fração da alimentação do classificador que retorna ao moinho, também chamada de carga circulante, e os finos que correspondem ao produto final do circuito de moagem. O desempenho de um classificador pode ser caracterizado pela análise da sua curva de partição, seletividade ou curva de Tromp (Figura 2-14), a qual consiste em um gráfico que ilustra na abscissa o diâmetro das partículas e na ordenada a probabilidade da partícula ser direcionada à fração grossa (Klumpar, 1992).



**Figura 2-14 - Exemplo de curva de partição (Silva, 2007).**

A curva de partição de um classificador industrial pode ser determinada a partir de amostragens no circuito. Diversos autores propuseram diferentes modelos matemáticos para descrever a eficiência de um classificador. Os modelos mais conhecidos são o logístico, o log-normal e o de Lynch e Whiten (King, 2001).

É comum considerar que as curvas de partição possuem uma forma padrão, apresentando comportamento monotônico, sem pontos de máximos ou mínimos locais. Contudo, observam-se em casos específicos, como nos classificadores pneumáticos da indústria cimenteira, o aparecimento de um efeito que torna a forma da curva parecida com um anzol (*fish-hook*) na região de partículas finas da curva, usualmente abaixo de 45 μm (Napier-Munn et al., 1996). Uma curva de partição na forma de anzol obtida de um circuito de moagem de cimento é mostrada na Figura 2-15.

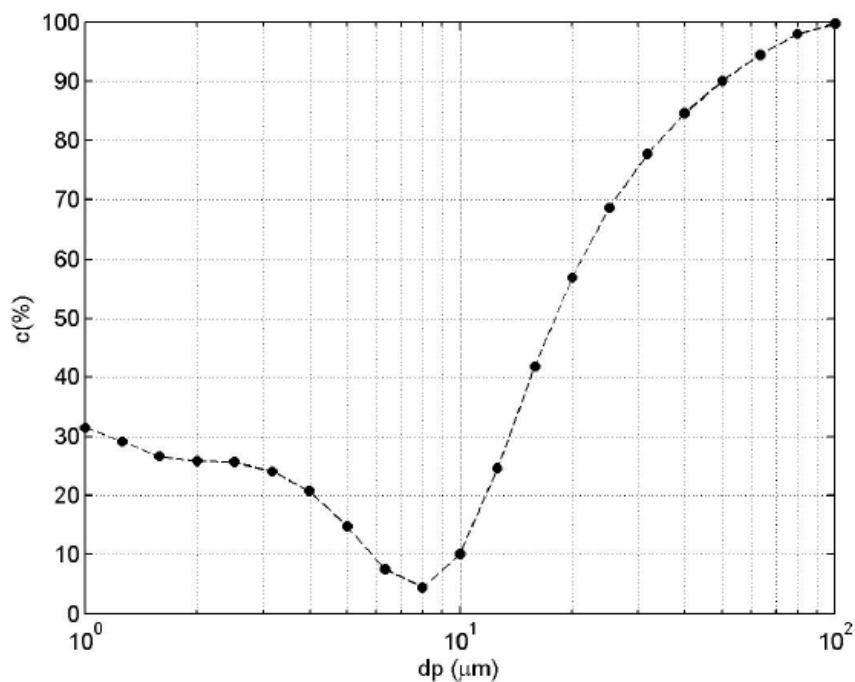


Figura 2-15 - Curvas de partição obtida de um classificador a ar na indústria cimenteira (Silva, 2007)

Este fenômeno pode ocorrer devido ao efeito de camada limite sobre as partículas mais finas fazendo com que elas sejam arrastadas juntamente com as partículas mais grossas (Nagasawararao, 2000) ou conforme relatado por Napier-Munn et al. (1996), devido a erros de amostragens ou de análise granulométrica. No caso da moagem a seco de cimento existe uma evidência de que as partículas finas se aglomeram eletrostaticamente no classificador a ar e são reportadas ao *underflow (oversize)*. Ao se realizar a análise granulométrica a úmido ou em equipamento de difração laser, ocorre a desaglomeração destas partículas, formando o efeito anzol na curva de partição.

Napier-Munn et al. (1996) propuseram uma abordagem que leva em consideração a função de Whiten (Whiten, 1966). O modelo matemático da curva de partição proposto por Whiten é capaz de caracterizar o fenômeno anzol e pode ser representado por:

$$E_u = C_b \left[ \frac{(1 + \beta\beta^* q)(e^{\alpha_c} - 1)}{e^{(\alpha_c\beta^* q)} + e^{\alpha_c} - 2} \right]$$

$$q = \frac{dp}{d_{50c}}$$

sendo  $E_u$  a fração da alimentação que reporta ao *undersize*,  $C_b$  (1-by pass) a fração da alimentação que é sujeita a classificação,  $\alpha_c$  o parâmetro de eficiência da curva,  $\beta_c$  é o parâmetro do anzol e  $\beta^*$  é o parâmetro que mantém a definição  $dp=d_{50c}$  quando  $E_u=0,5C_b$ ,  $q$  o quociente entre  $dp/d_{50c}$  e  $d_{50c}$  o tamanho da partícula na alimentação que tem 50% de chance de se reportar ao *oversize* ou *undersize*.

Para o caso em que a curva de partição não exhibe o comportamento de anzol, o parâmetro  $\beta_c$  se torna zero e o parâmetro  $\beta^*$  é igual a 1. Desta forma a equação anterior torna-se:

$$E_u = C_b \left[ \frac{(e^{\alpha_c} - 1)}{e^{\alpha_c q} + e^{\alpha_c} - 2} \right]$$

A modelagem proposta por Napier-Munn et al. (1996) é satisfatória, no entanto há a necessidade de correlacionar os parâmetros do modelo de classificação com as variáveis operacionais do classificador em estudo. Benzer et al. (2001) utilizaram os parâmetros de Whiten na modelagem de circuitos de moagem de cimento com moinhos de bolas a seco com sucesso. Neste mesmo trabalho foram apresentadas as relações entre os parâmetros do modelo de Whiten e as variáveis operacionais. Benzer et al. (2001) demonstram que  $\alpha_c$  é função somente do material e não depende das variáveis operacionais. Além disso, foram apresentadas três relações importantes, são estas:

- Relação linear entre o  $d_{50c}$  e  $V_{rotor} / V_{ar}$ ; relação entre  $C_b$  e  $V_{ar}$  / Taxa de alimentação do classificador e relação linear entre o  $\beta_c$  e Taxa de alimentação do classificador /  $V_{ar}^3$

sendo,  $V_{rotor}$  a velocidade de rotação do rotor do classificador e  $V_{ar}$  a velocidade do ar na zona de separação.

Estas relações entre os parâmetros operacionais do classificador e a sua curva de partição são de grande importância, permitindo-se prever e otimizar o comportamento do equipamento manipulando algumas de suas variáveis de operação. Os resultados de Benzer et al. (2001) se referem a um classificador de terceira geração. Neste trabalho será

utilizado um classificador de primeira geração e será proposto um modelo para descrever a influência das condições operacionais na curva de separação do equipamento.

## 2.3 Aspectos gerais sobre controle

Sistemas de controle por realimentação são frequentemente referidos como sistemas de controle em malha fechada. Na prática, os termos “controle realimentado” e “controle em malha fechada” são utilizados como sinônimos. Nesses sistemas de controle, o sinal de erro, que é a diferença entre o sinal de referência e o de saída, é (re)alimentado para o controlador. Este aplica determinadas ações sobre o sinal de erro, de maneira a trazer a saída do sistema a um valor desejado, ou *set-point*, e, conseqüentemente, reduzir o erro. O controle em malha fechada pode ser visualizado no diagrama da Figura 2-16:

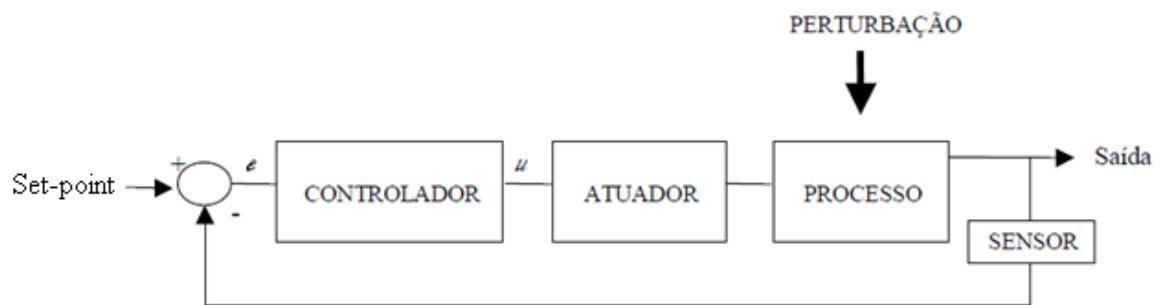


Figura 2-16 - Diagrama de controle em malha fechada

### 2.3.1 Controle PID

O controlador PID (Proporcional + Integral + Derivativo) é o controlador mais popular e amplamente utilizado na indústria, principalmente pela sua facilidade de implementação e por sua grande aceitação por parte dos operadores, que são peças-chave para o sucesso em um ambiente industrial. O PID apresenta vantagens relacionadas ao seu baixo custo, simplicidade de implementação e, quando sintonizado adequadamente, proporciona um bom comportamento dinâmico ao processo controlado.

Em particular, quando um modelo matemático adequado para descrever a planta não se encontra disponível e, portanto, métodos de projeto de controladores baseados em modelos não podem ser usados, o controle PID é o mais indicado. No controle de processos, os esquemas PID provaram sua utilidade no fornecimento de controle satisfatório, embora, em muitas situações, podem não fornecer um controle otimizado.

Esse tipo de controle leva este nome devido às ações que o controlador aplica sobre o sinal de erro, as quais são:

P – proporcional: O sinal de erro é multiplicado por uma constante diferente de zero. Quanto maior o valor desta constante, menor será o erro de regime permanente do sistema, porém, em geral, esse erro não será completamente anulado.

I – integral: O sinal de erro é integrado ao longo do tempo. Em geral, esta ação permite que o erro tenda a zero em regime permanente. Porém, pode levar a certos problemas quando o dispositivo atuador da planta possui saturação, neste caso ocorre o efeito denominado *wind-up*, ou seja, a integral do sinal saturado (constante) aumenta indefinidamente. Uma correção deste problema é a introdução de uma estratégia chamada *anti-reset wind-up*.

D – derivada: Utiliza-se a derivada do sinal de erro. Em geral, a introdução desta ação impõe ao controlador certa capacidade de se antecipar às mudanças na saída do sistema, conferindo maior rapidez de resposta e a tendência de reduzir os sobressaltos (*overshoot*) da resposta. No caso de medições com muito ruído este termo do controlador poderá adotar ações muito drásticas no atuador da planta. Por isso, deve-se introduzir um filtro passa-baixas no sinal de realimentação.

No domínio do tempo, a saída de um controlador PID padrão (sem *anti-reset wind-up* ou filtros) tem a seguinte forma:

$$u(t) = K_p \left( e(t) + \frac{1}{T_i} \int e(t) dt + T_d \frac{de(t)}{dt} \right)$$

No domínio da transformada de Laplace:

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right)$$

No domínio da transformada Z (usando *backward* Euler):

$$\frac{U(z)}{E(z)} = K_p \left( 1 + \frac{T}{T_i} \left( \frac{z}{z-1} \right) + \frac{T_d}{T} \left( \frac{z-1}{z} \right) \right)$$

sendo  $K_p$  a constante proporcional,  $T_i$  o tempo integral,  $T_d$  o tempo derivativo,  $T$  o tempo de amostragem e  $e(t)$ ,  $E(s)$ ,  $E(z)$  o sinal de erro. A utilização deste tipo de controle pode ser representada pelo diagrama da Figura 2-17.

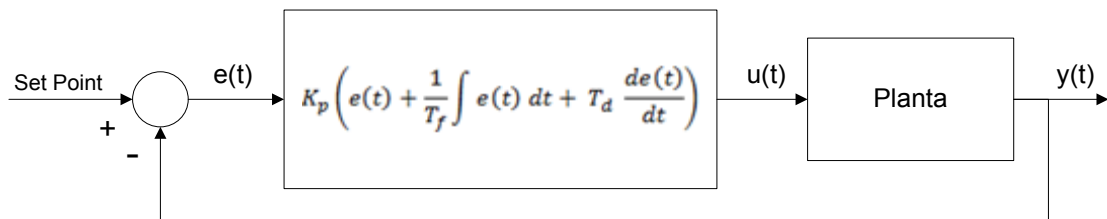


Figura 2-17 - Diagrama de controle PID

### 2.3.1.1 Métodos de ajuste dos parâmetros PID

As abordagens para a sintonia dos parâmetros de ganho proporcional, tempo integral e tempo derivativo foram bastante estudadas na literatura, sendo que os principais métodos de ajuste são Ziegler-Nichols, Cohen-Coon, Astrom-Hagglund e o IMC descrito por Morari e Zafiriou (1989).

Todavia, esta abordagem se aplica somente ao controle de sistemas SISO (uma entrada, uma saída). Para sistemas MIMO (múltiplas entradas e múltiplas saídas) existem certas técnicas que permitem sintonizar o controle PID de maneira descentralizada. Exemplos dessas técnicas são (Seborg et al, 2004):

- Método do desajuste (Luyben, 1986)
- Método de ajuste sequencial de malhas (Hovd e Skogestad, 1994)
- Método de ajuste de malhas independente (Grosdidier e Morari, 1987; Skogestad e Morari e Zafiriou, 1989)
- Auto ajuste por relé (Shen e Yu, 1994)

No método de desajuste, cada controlador do sistema multi malha é projetado ignorando as interações das outras malhas. Então as interações são levadas em consideração a partir do desajuste de cada controlador até que um critério de desempenho seja atingido. Geralmente, esse desajuste é feito de maneira conservadora, ou seja, os ganhos dos controladores são diminuídos. Por exemplo, em um sistema 2x2 o controlador a ser desajustado poderia ser aquele que controlasse a variável de menor importância.

No método de ajuste sequencial de malhas, primeiramente o controlador para um determinado par entrada-saída é sintonizado. Em seguida, com a primeira malha fechada um segundo controlador é ajustado para um segundo par e, assim, sucessivamente. A desvantagem deste método é a forte dependência dos parâmetros do controle em relação à primeira malha sintonizada (ou seja, a interação entre malhas, característica de sistemas multivariáveis, dificulta a sintonia sequencial). Em geral, as malhas mais rápidas são ajustadas antes.

No método de ajuste de malhas independente, cada controlador é projetado baseado nas funções de transferência de malha aberta e malha fechada do par entrada-saída, satisfazendo restrições das interações do sistema. Em seguida, a abordagem IMC é usada para obter os parâmetros PID para cada loop.

No método de ajuste de malhas independente a questão da interação entre loops é examinada em primeiro lugar, condições suficientes que garantem estabilidade e desempenho são derivadas para as malhas individuais. Posteriormente, os controladores SISO são projetados de tal forma que cada *loop* satisfaz estas condições. A desvantagem deste método é que ele é potencialmente conservador, uma vez que, durante o projeto de um controlador específico, as informações sobre outros controladores não são exploradas.



No método do auto ajuste por relé as malhas são sintonizadas sequencialmente ou simultaneamente. Em Shen e Yu, (1994) é utilizado o auto ajuste por relé de cada malha em sucessão, ou seja, para um sistema 2x2 a primeira malha é auto ajustada enquanto a segunda é deixada constante. Em seguida, a segunda malha é auto ajustada com a primeira em modo automático. Após isso, coloca-se de volta a primeira em auto ajuste e a segunda constante, assim o procedimento segue até que se atinja a o desempenho desejado.

Quando o modelo da planta é bem conhecido outra abordagem para o controle multivariável é o uso de desacopladores. Estes permitem que, em determinadas plantas, o grau de interação entre as variáveis seja reduzido até a um ponto onde é possível utilizar somente o controle SISO para cada uma das malhas.

### 2.3.2 Controle preditivo baseado em modelo (MPC)

O controle preditivo baseado em modelo linear (*Model Predictive Control*, MPC ou LMPC) é uma forma de controle na qual a ação de controle atual é obtida resolvendo, a cada período de amostragem, um problema de controle ótimo de horizonte finito. Assim, a cada passo de tempo o controle toma uma medida (da(s) saída(s)) da planta, utiliza um modelo matemático do sistema para prever seu comportamento futuro, e calcula uma sequência de ações de controle N etapas para o futuro. Essa sequência deve minimizar uma função-objetivo ou função-penalidade, que descreve uma medida de desempenho do sistema. Apenas a primeira ação de controle da sequência calculada é, de fato, aplicada ao sistema e, ao fazer isso, uma nova medida é tomada. O processo de cálculo é, então, reiniciado para o próximo período de amostragem.

Em comparação com a teoria de controle convencional, na qual a lei de controle é pré-calculada ou expressa em função do estado do sistema, a estratégia MPC calcula a sequência de controle em cada passo de tempo (Coetzee, 2009). A estratégia MPC possui a vantagem de ser aplicável ao controle de sistemas multivariáveis e, ao mesmo tempo, poder considerar restrições sobre as entradas, estados e saídas (oriundas, por exemplo, de

atuadores, válvulas, etc.) (Camacho e Bordons, 2003). Ademais, a estratégia MPC é especialmente útil em situações nas quais um controlador não pode ser calculado *off-line*. Um esquemático básico de aplicação do controle preditivo é representado na Figura 2-18.

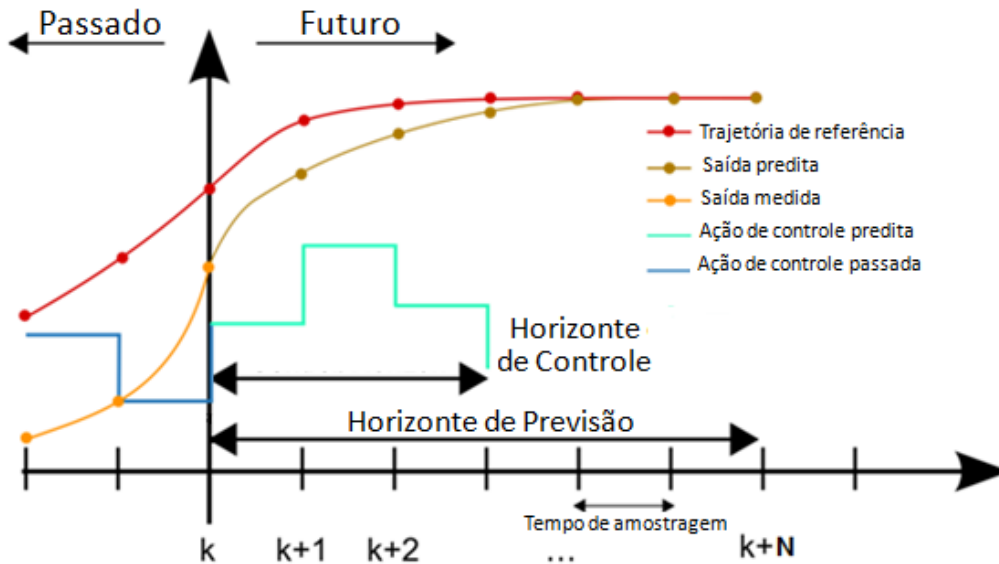


Figura 2-18 - Funcionamento do controle preditivo

### 2.3.2.1 Formulação matemática do MPC linear (LMPC)

Como descrito em Mayne et al. (2000) a estratégia MPC usualmente é descrita por meio de equações a diferenças:

$$x(k+1) = f(x(k), u(k)),$$

$$y(k) = h(x(k))$$

na qual  $u(\cdot)$  é a sequência de ações de controle,  $x(\cdot)$  é o estado do sistema,  $y(\cdot)$  é a saída do sistema. Para um dado vetor de comprimento  $h$  (que representa o horizonte de predição finito no qual é realizada a otimização)  $\mathbf{u}^h = \{u^h(k), u^h(k+1), \dots, u^h(k+h-1)\}$ , na qual  $u^h(k+1)$  é o vetor de controle no tempo  $k+1$ . O vetor de estados predito baseado nas ações  $\mathbf{u}^h$  é dado por:

$$\mathbf{x}^u(x(k), k) = \{x^u(k, x(k), k), x^u(k+1, x(k), k), \dots, x^u(k+h-1, x(k), k), x^u(k+h, x(k), k)\}$$

na qual  $x^u(k+1, x(k), k)$  é o vetor de estados calculado no tempo  $k+1$  a partir do estado  $x(k)$ , do tempo inicial  $k$  e do vetor de controle  $u^h(k)$ . Uma função-objetivo que pode ser usada no processo de otimização tem a forma:

$$\phi(x(k), k, \mathbf{u}^h) = \sum_{i=k}^{k+h-1} L(x^u(x(k), k)(i), u^h(i)) + E(x^u(x(k), k+h)),$$

**Eq. 2-5**

na qual  $L(x^u(x(k), k)(i))$  é o custo a cada tempo de amostragem no futuro em relação aos estados e as entradas, enquanto que  $E(x^u(x(k), k+h))$  é o custo no estado final, a ser atingido após a aplicação de toda a sequência de controle.

O problema de minimização da função-objetivo  $(P_h(x(k)) : \phi_h^{opt}(x(k)) = \min_{\mathbf{u}^h} \{\phi_h(x(k), \mathbf{u}^h) | \mathbf{u}^h \in \mathbb{R}^{n_u}\})$  é realizado considerando as restrições nas sequências de estado e de controle, e, em certos casos, também a restrição do estado terminal; levando ao cálculo da sequência de controle otimizada:

$$\mathbf{u}^{opt}(x(k), k) = \{u^{opt}(x(k), k)(k), u^{opt}(x(k), k)(k+1), \dots, u^{opt}(x(k), k)(k+h-1)\}$$

Com isso, o valor ótimo da função objetivo é dado por:

$$\phi^{opt}(x(k), k) = \phi(x(k), k, \mathbf{u}^{opt}(x(k), k))$$

A primeira ação de controle desta sequência  $\mathbf{u}^{opt}(x(k), k)$  é implementada formando a estratégia para o instante  $k$ .

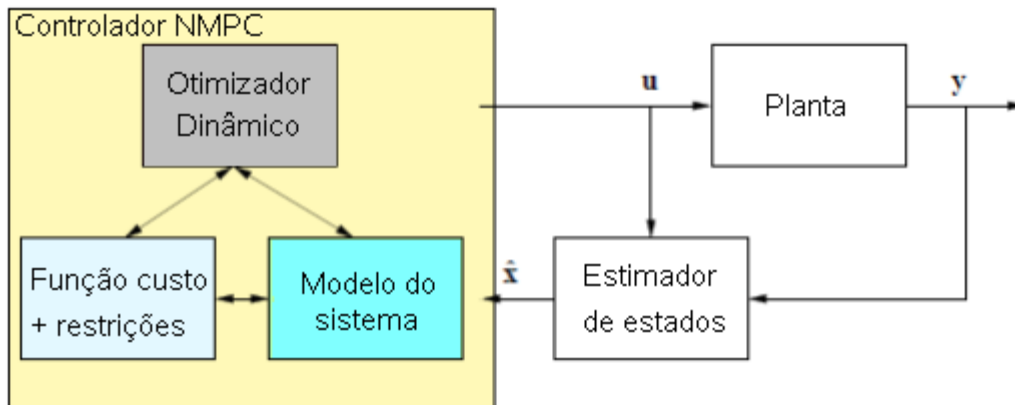
### 2.3.3 Introdução ao controle preditivo baseado em modelo não linear (NMPC)

O controle preditivo (MPC) tornou-se uma estratégia de controle atraente especialmente para processos lineares, nos quais os modelos lineares são utilizados para prever a

dinâmica futura do sistema, mesmo que essa dinâmica em malha fechada não seja linear, devido à presença de restrições. A estratégia MPC tem encontrado muitas aplicações bem-sucedidas, especialmente nas indústrias de processos. Qin et al. (1996 e 2000) mostram mais de 2200 aplicações em uma vasta gama de utilizações, desde a indústria química até a indústria aeroespacial, o que evidencia que, atualmente, a teoria de MPC linear já é bastante madura. Questões importantes, tais como computação on-line, interação entre modelagem, identificação e controle e questões teóricas como a estabilidade têm sido abordadas em grande detalhe por diversos pesquisadores (Lee e Yu, 1997; Mayne e Michalska, 1990; Morari et al, 1999).

Entretanto, muitos sistemas são inerentemente não lineares. Isto, juntamente com especificações de alta qualidade do produto, exigências de aumento de produtividade e a regulamentação ambiental mais rigorosa, exigem da indústria que opere o processo o mais perto possível da fronteira de otimalidade. Nestes casos, os modelos lineares são frequentemente insuficientes para descrever a dinâmica do processo e modelos não lineares têm de ser utilizados. Isso motiva a utilização do controle preditivo não linear (*Nonlinear Model Predictive Control*, NMPC).

No NMPC o princípio de atuação é o mesmo do caso linear: um modelo é utilizado para prever as saídas da planta em circuito aberto e otimizá-las para que a planta real apresente o comportamento desejado. A sua formulação matemática é análoga a LMPC e possui muitas de suas vantagens, porém o problema de otimização pode ser não convexo e difícil de ser calculado em tempo real. A Figura 2-19 mostra um diagrama de blocos típico do controle NMPC.



**Figura 2-19 - Diagrama esquemático do NMPC (modificado de Allgöwer et al, 1999)**

Segundo Mayne (2000) os problemas surgem quando as propriedades do sistema de controle são perdidas quando não é possível atingir as soluções globais do problema de otimização. Evidentemente é mais fácil achar um ponto viável do que um ponto ótimo. Tendo em vista a dificuldade de encontrar um ponto de ótimo global, segue que os controladores preditivos que necessitam de viabilidade ao invés de otimalidade têm uma perspectiva muito melhor de serem implementados quando o comportamento da planta é não linear. Entretanto, está em curso o aprimoramento dos métodos numéricos aplicáveis ao NMPC: por exemplo, Diehl et al. (2005) mostra diversos algoritmos eficientes para o cálculo do problema de otimização.

Outra dificuldade na abordagem NMPC é a comprovação da estabilização do sistema, o que não é garantida pela simples aplicação da sequência de controle ótima. Keerthi e Gilbert (1988) utilizaram pela primeira vez a função-objetivo como uma função de Lyapunov para estabelecer a estabilidade do controle preditivo para sistemas variantes no tempo, não lineares e discretos (quando uma restrição de igualdade terminal é utilizada). Quase todos os trabalhos posteriores empregaram a função-objetivo como uma função de Lyapunov natural para auxiliar na análise de estabilidade do esquema de controle preditivo não linear.

Segundo Allgöwer et al (1999), pode-se resumir o esquema básico do NMPC da seguinte forma:

- obter medições e estimativas dos estados do sistema;

- computar uma sequência ótima de controle, minimizando uma função-objetivo dada em certo horizonte de predição através do modelo do sistema;
- implementar o primeiro termo da sequência de saída ótima até que novas medições e estimativas do estado estejam disponíveis.

As características-chave das estratégias LMPC e NMPC são as seguintes:

1. Permitem o uso de um modelo para a predição do comportamento futuro do sistema, no caso do NMPC considera-se um não linear;
2. Permitem a consideração explícita de restrições de entradas, de estados e das saídas;
3. Tornam possível que a otimização de um critério de desempenho específico seja realizada em tempo real;
4. Necessitam a solução *on-line* de um problema de controle ótimo em malha aberta para a aplicação do controle;

No trabalho de Seki et al. (2001) os controles LMPC e NMPC são aplicados num reator de polimerização industrial. Seus resultados revelam que o controle não linear foi mais eficiente e proporcionou tempo mais curto de estabilização no processo.

## 2.4 Aplicação de controle em circuitos de moagem

Ao longo dos últimos 30 anos, muito esforço tem sido dedicado para o estudo e implementação de diversas estratégias de controle avançado em usinas de processamento mineral. No entanto, segundo Duarte e Sepúlveda (1998), poucas dessas estão em operação na indústria. Possivelmente isso se deve à necessidade de mão de obra qualificada e à limitada disponibilidade de pacotes de controle avançado para os processos de cominuição.

O controle dos processos de moagem é extremamente complexo, por duas razões básicas. Primeiro, a grande parte das variáveis de processo tem alto grau de acoplamento. Isto significa que a alteração de uma variável de entrada do sistema pode acarretar em

mudanças indesejadas em diversas variáveis de saída. Por exemplo, quando se tenta aumentar a produção pelo aumento da taxa de alimentação de material novo, o material produzido torna-se mais grosso e, em alguns casos, até menos suscetível à recuperação dos minerais valiosos.

Em segundo lugar, a existência de dinâmicas não modeladas, parâmetros variáveis no tempo, medições muito ruidosas, *offset* nas medições, grandes atrasos, diferenças significativas nos valores das constantes de tempo, não linearidades, etc., são algumas das outras dificuldades encontradas no controle (Duarte e Sepúlveda, 1999).

O primeiro aspecto é resolvido pela implementação de estratégias de controle multivariável, para que mais de uma variável seja controlada ao mesmo tempo, introduzindo algum desacoplamento. O segundo aspecto é resolvido pela incorporação de certo grau de adaptação no sistema de controle. Assim, impondo problemas para as técnicas clássicas de controle PID SISO.

### 2.4.1 Vantagens e desvantagens dos tipos de controle na literatura de processos de moagem

Segundo Boulvin et al. (1999), apesar da disponibilidade de técnicas de controle eficientes na literatura e em outros ramos de processos, como no petroquímico, elas não tem sido bem aceitas na prática nos circuitos de moagem, os quais são frequentemente operados em modo manual ou, em casos limites, com controladores P, PI ou PID para malhas SISO.

Em uma recente pesquisa (Wei e Craig, 2009) na área de controle de processo de extração mineral, concluiu-se que a maioria dos responsáveis por usinas entrevistados (63%) utilizam algum tipo de controle com PI/PID. Como mostram os autores, esta estratégia é tão utilizada por diversas razões, sendo que a mais importante delas é a facilidade do entendimento e da implementação, que está disponível em praticamente todos os tipos de CLPs (Controladores Lógicos Programáveis), não necessitando de mão de obra muito especializada. Outra questão vem do fato desta estratégia fornecer um

desempenho satisfatório na maioria dos casos, a qual tende a inibir a aquisição de tipos de controle mais avançados e de maior custo.

Para Wills e Napier-Munn (2006) este tipo de controle possui algumas limitações para os sistemas de processamento mineral, que são:

- Resposta lenta – devido ao acoplamento do sistema e seus grandes atrasos, a maior parte deles introduzido pelas correias transportadoras;
- Baixo desempenho – para não instabilizar o circuito ele deve operar longe do ponto ótimo devido à natureza não linear e grandes variações paramétricas no sistema, como, por exemplo, variações da moabilidade do minério;
- Dificuldade no ajuste dos parâmetros de controle devido, principalmente, ao uso de desacopladores, pois as usinas apresentam inversões de comportamento em diferentes pontos de operação.

Além disso, a maioria dos esquemas de controle é baseada apenas em estratégias de controle realimentado, o que significa que as ações de controle seguem os distúrbios das variáveis controladas em relação aos *set-points*. Contudo, para os circuitos de moagem que são caracterizados por grandes atrasos de tempo e dinâmica lenta, um controle com capacidade de predição é mais adequado, pois ele poderia se antecipar aos erros e diminuir o tempo de resposta (Chen et al., 2007). Assim, as interações entre as variáveis de entradas e saídas da planta são mais adequadamente tratadas por controle avançado.

Duas técnicas importantes de controle multivariável foram desenvolvidas na indústria de processo de forma independente no final da década de 1970: o *Model Algorithmic Control* (MAC) na França, por Richalet et al. (1978) e *Dynamic Matrix Control* (DMC) nos EUA por Cutler e Ramaker (1980). Nas décadas seguintes essas estratégias e suas variantes, chamadas por um nome genérico *Model Predictive Control* (MPC), foram aplicadas com sucesso para diversos sistemas, tais como uma coluna de destilação de petróleo, craqueamento catalítico, estufas, motores a jato dos caças F-16 e usinas de energia.



O controle preditivo, MPC, possui muitas vantagens para os processos de interesse em usinas de processamento mineral como, por exemplo, as citadas por Ramasamy et al. (2005):

- Sintonia relativamente fácil,
- Extensão direta dos controladores preditivos para processos MIMO,
- Capacidade de lidar com restrições do processo de uma forma sistemática durante o projeto do controlador,
- Capacidade de controlar processos difíceis, como os processos com grande tempo morto, processos de fase não mínima e instáveis em circuito aberto,
- Introdução de ação *feed-forward* para compensação de perturbações e rastreamento de trajetórias de referência.

Algumas desvantagens da estratégia MPC são:

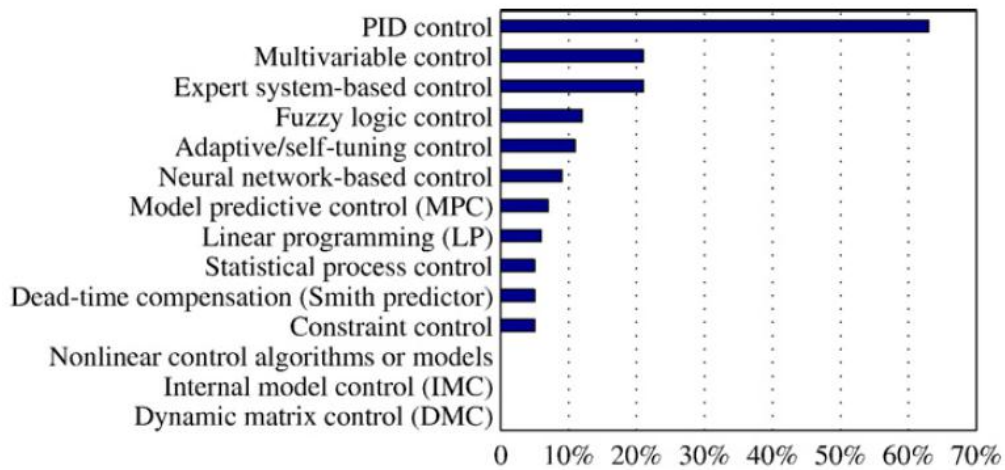
- Necessidade de um modelo que caracterize a planta com alguma fidelidade,
- Escolha de uma função-objetivo que satisfaça os requisitos de desempenho desejados,
- Pode necessitar de grande capacidade computacional dependendo da função-objetivo e do modelo do processo,
- Para processos de muitos estados, entradas e saídas essa abordagem é viável somente para sistemas que permitam longos tempos de amostragem.

Apesar dessas vantagens que podem contribuir para o aumento do desempenho nos processos de cominuição, segundo a pesquisa de Wei e Craig (2009), o controle MPC somente é utilizado em menos de 10% das usinas de moagem.

Coetzee (2009) diz que além das vantagens da abordagem linear o método NMPC permite melhor desempenho pois incorpora a natureza não linear do processo. Magni et al. (1999) corroboram essa afirmação dizendo que o MPC cujo projeto é baseado em uma aproximação linear do processo, só é eficaz e estável em uma faixa limitada em torno das condições de funcionamento nominal, dificuldade também encontrada em Carvalho

(2007). Em algumas ocasiões, têm sido observadas nas usinas reais, alterações importantes nas condições de operação (por exemplo, associadas a variações da moabilidade do material), levando o moinho a uma região onde o controlador não consegue estabilizar a planta.

Porém, o controle NMPC ainda não foi aplicado a nenhuma usina real de moagem, tendo sido apenas publicados na literatura resultados de simulações neste assunto. Este tipo de controle traz consigo alguns desafios, como foram discutidos no item 2.3.3. A Figura 2-20 mostra a distribuição dos tipos de controle entre as pessoas entrevistadas na pesquisa de Wei e Craig (2009).



**Figura 2-20 - Tecnologias de controle usadas em circuitos de moagem. (Wei e Craig, 2009)**

Ademais, controle por lógica Fuzzy é discutido em Van Dyk et al. (2000). O controle adaptativo também é investigado em Desbiens et al. (1997). O controle baseado em redes neurais é examinado em Stange e McInnes (1995) e o preditor de Smith é discutido em Anderson et al. (1996).

## 2.4.2 Objetivos do controle para o processamento mineral

A estratégia de controle para a mineração deve não só estabilizar o processo de moagem, mas também otimizar os objetivos econômicos da usina como um todo (Hulbert, 1989). Craig e MacLeod (1995) propuseram resolver esta tarefa com a definição de uma série de sub-objetivos que são compatíveis com o objetivo global de otimizar o desempenho

econômico da usina. Os sub-objetivos relacionados com o desempenho do circuito de moagem são então (Craig e MacLeod 1995, com alterações):

1. Melhorar a qualidade do produto;
  - a. atingindo a granulometria desejada;
  - b. diminuindo flutuações de tamanho;
2. Maximizar a produção;
3. Minimizar o consumo de aço e revestimentos por tonelada de produto;
4. Minimizar a energia consumida por tonelada de produto;
5. Maximizar a vida útil dos equipamentos.

É sabido que há um compromisso entre o tamanho das partículas do produto de um circuito de moagem e a taxa de transferência de sólidos, ou produção (objetivos 1.a e 2). Isso se deve ao fato que, quando há um aumento na taxa de alimentação a fim de aumentar a produção, há um engrossamento na distribuição de tamanho de partículas. Atingir a granulometria desejada ao produto é fundamental para os processos de extração mineral a jusante. Em geral, a taxa de recuperação de metal será maior com o produto em um tamanho mais fino (objetivo 1.a). No caso do cimento, o aumento da qualidade do produto se dá com o aumento da área superficial específica do material, que propicia aumento na velocidade de hidratação e, assim, confere maior resistência ao concreto.

Na verdade, não é só o tamanho médio que é importante, mas também o desvio padrão do tamanho, ou seja, a distribuição de tamanhos. Craig et al. (1992) argumentam que a sobre-moagem resulta em perdas significativas de metal. Então uma das metas de uma estratégia de controle da moagem deve ser a redução de flutuações no tamanho das partículas do produto e, conseqüentemente, aumento da recuperação de metal (objetivo 1.b).

Para os objetivos 3 e 5, o sistema de controle deve possuir restrições quanto às variáveis manipuladas e controladas do processo a fim de operar o sistema em pontos de operação que minimizem o desgaste dos equipamentos por tonelada de produto processado. Exemplos desses tipos de restrições são a limitação da frequência de rotações (velocidade) e do *hold up* do moinho de bolas para evitar o desgaste exagerado dos

revestimentos e a limitação da concentração de sólidos na polpa para evitar o desgaste dos hidrociclones. Desta maneira, o tempo médio entre paradas da usina para manutenção pode ser estendido, reduzindo assim os custos operacionais.

Como o moinho de bolas é um equipamento que consome grande quantidade de energia, porém, com eficiência muito baixa, em torno de 10% (Chen et al., 2007), é de se imaginar que qualquer aumento de eficiência pode gerar grande diminuição dos custos operacionais da usina como um todo. Porém, grande parte dessa energia é consumida apenas para girar a sua carcaça e os corpos moedores, visto que o peso do *hold up* em relação ao peso do moinho é muito pequeno. Portanto, para que tenhamos o máximo da eficiência energética faz-se necessário operar com a taxa máxima de transferência de sólidos no interior do moinho (objetivos 2 e 4). Assim, a energia consumida pelo equipamento é praticamente constante e a maior eficiência energética é alcançada quando a razão energia/produção é a menor possível.

### 2.4.3 Controle de circuitos de moagem a úmido

Nas últimas três décadas foram desenvolvidos diversos trabalhos sobre o controle de circuitos de moagem operando a úmido. Diferentes abordagens, desde as mais simples às mais complexas, têm sido utilizadas no controle destes circuitos.

Um dos primeiros trabalhos de controle avançado na literatura é o controle ótimo proposto por Rajamani e Herbst (1991a, 1991b). Neste caso, os autores implementaram em um circuito de laboratório uma estratégia de controle ótimo que utiliza o princípio de máximo de Pontryagin. Nesse método, um modelo não linear simplificado do processo é linearizado em torno de um ponto de operação (taxa de alimentação de 136 kg/h e da taxa de adição de água na caixa de polpa de 682 m<sup>3</sup>/h). Assim, é obtido um modelo no espaço de estado do sistema e uma função-objetivo é proposta. O vetor de ações de controle ótimo é obtido resolvendo a equação de Riccati. Dessa maneira, o controle pode assegurar desempenho ótimo para todas as variáveis do processo. Os autores definiram dois tipos de pareamento das variáveis:

- Tipo I: a taxa de descarga do moinho é controlada pela taxa de adição de água na polpa e a granulometria é controlada pela taxa de alimentação.
- Tipo II: a taxa de descarga do moinho é controlada pela taxa de alimentação e a granulometria é controlada pela taxa de adição de água na polpa.

Uma comparação experimental entre um controlador PI e o controle ótimo foi realizada. Os resultados mostraram que, para um degrau na granulometria do produto, o controle avançado diminuiu em 60% o tempo de estabilização, mantendo sem alterações a taxa de produção e não apresentou *overshoot*.

Porém, devido às limitações de computação daquela época, os autores não puderam implementar a otimização em tempo real, ou seja, as ações de controle eram calculadas *off-line*. Desta forma, o controle ótimo não era capaz de rejeitar perturbações (que em casos reais são frequentes e de grande magnitude), sendo apenas capaz de funcionar em condições muito bem estabelecidas (como em um laboratório) e a faixa de operação do circuito era limitada pela linearização do sistema.

Radhakrishnan (1999) propõe uma estratégia de controle supervisorio em duas camadas, na qual controladores PI/PID são utilizados para a regulação em torno das condições desejadas. Na segunda camada, a otimização de uma função-objetivo que leva em consideração os aspectos econômicos do processo, utilizando um modelo linear simplificado do processo, determina os *set-points* nos quais o sistema irá funcionar. A função-objetivo a ser maximizada é da seguinte forma:

$$\frac{\text{Lucro}}{\text{Unidade de tempo}} =$$

$$= \text{Produção} \times \text{preço do produto} \times (\text{fração do produto no tamanho desejado} - \text{penalidade por undersize} - \text{penalidade por oversize})$$

O autor também propõe que o pareamento para o controle regulatório fosse feito de forma a contornar o acoplamento do sistema, utilizando duas variáveis manipuladas (alimentação de sólidos e adição de água total) para controlar apenas a granulometria do

produto, deixando a carga circulante variar livremente entre restrições de máximo e mínimo.

Outra estratégia de controle supervisorio foi estudada por Chen et al. (2008). Eles utilizaram uma estrutura de duas camadas de controle. A primeira cuida da regulação do sistema com controle de razão variável, concentração na caixa de polpa e nível. Na segunda camada, um sistema especialista utilizando lógica fuzzy, aprimora o funcionamento do processo determinando os *set-points* dos controladores da camada inferior. Um aumento de 10% na tonelagem de alimentação foi alcançado em relação a outros circuitos de moagem de capacidade semelhante, funcionando em paralelo. A operação de mais de quatro anos demonstra a praticidade e a confiabilidade dessa estratégia de controle. Todavia, essa abordagem não se baseou em um modelo teórico do sistema, tendo sido necessário criar um banco de dados com o conhecimento dos operadores, relatórios e dados armazenados do processo; para o funcionamento do sistema especialista. Infelizmente, essa estratégia pode ser inviável para uma usina recente. Além disso, a flexibilidade do controle especialista também traz aleatoriedade que se torna uma desvantagem quando o controle preciso é necessário.

Nos trabalhos de Duarte e Sepúlveda (1999) e Duarte et al. (2002) foram simuladas e implementadas três estratégias de controle adaptativo multivariável e duas clássicas em uma usina de moagem em um circuito de moagem de minério de cobre no Chile. O controle adaptativo foi aplicado visando contornar alguns problemas do processo, como: dinâmicas não modeladas, parâmetros variantes no tempo, ruídos e *offsets* nas medidas, grandes atrasos e diferenças significativas de constantes de tempo. Os métodos de controle utilizados foram o controle adaptativo multivariável por horizonte estendido (MEHAC), por alocação de pólos (MPPAC) e por modelo de referencia (MMRAC). Os métodos multivariáveis clássicos foram matriz direta de Nyquist (MDNAC) e o ajuste sequencial de malhas (MSLCC).

O esquema de controle MEHAC foi utilizado em sua versão incremental, com um modelo da planta no espaço de estado usando a forma canônica observável. MPPAC também foi utilizado em sua versão incremental e tem duas etapas fundamentais: uma é a resolução de uma equação diofantina e a outra é a minimização do acoplamento entre as

referências e as saídas não correspondentes. O esquema MMRAC em sua versão incremental conduz o erro de regime para zero indiretamente com o erro de identificação tendendo a zero.

Todos os métodos ofereceram um bom desempenho em comparação ao controle atual da usina (que consiste apenas em uma malha de controle), mas as técnicas adaptativas apresentaram o melhor comportamento com o algoritmo adaptativo de horizonte estendido sendo o de melhor desempenho. Após uma comparação entre as estratégias de controle, uma análise do impacto econômico é realizada para apoiar a alegação de que o controle multivariável melhora substancialmente o funcionamento da usina de moagem, mantendo o percentual passante (em relação a 0,21mm) em torno de um determinado valor; obtendo benefícios econômicos interessantes.

Contudo, como os próprios autores mencionam, esses tipos de controle são apenas de aplicações locais e de estabilização do processo, e fazem parte de uma estratégia de controle mais geral da planta, que inclui uma etapa de otimização e um sistema de controle supervisão. O controle adaptativo nos circuitos de moagem também pode resultar em um maior tempo de estabilização da planta, não busca a otimização do processo e, além disso, a existência de muitas metodologias de controle dificulta a sua compreensão e implementação.

Valenzuela et al. (1994) compararam uma forma precoce do MPC, o DMC, o controle PI e controladores por aprendizagem; utilizando um simulador calibrado com dados industriais. Os três métodos de controle foram simulados e os autores concluíram que o DMC obteve o melhor desempenho dos três sistemas de controle.

Pomerleau et al. (2000) estudaram quatro formulações de controle aplicado a circuitos de moagem. As quatro são: PID descentralizados, controladores algébrico por modelo interno com desacoplamento explícito, LMPC, controladores preditivos adaptativos e distribuídos. Os autores estabeleceram as seguintes conclusões:

- “Controladores de parâmetros fixos como, por exemplo, PID, têm desempenho parecido com controladores baseados em modelos para processos nos quais o

atraso é relativamente pequeno comparado à constante de tempo dominante ( $\theta < 5T$ ), pois os modelos raramente são de ordem superior a dois.

- Controladores distribuídos têm desempenho tão bom quanto os controladores multivariáveis na regulação, se o acoplamento do processo é levado em conta no projeto e o emparelhamento correto é utilizado para a dinâmica desejada.
- Controladores de parâmetros fixos multivariáveis tem desempenho tão bom quanto os controladores ótimos multivariáveis e têm exatamente as mesmas limitações como, por exemplo, o desacoplamento perfeito pode ser impossível.
- Métodos algébricos de sintonia exigem menos *know-how* que controladores ótimos, e são mais fáceis de implementar em um sistema de controle industrial distribuído (DCS).
- O controlador preditivo e os controladores de parâmetros fixos têm desempenhos iguais em um ambiente estocástico, se um modelo do ruído não está disponível.
- Controladores adaptativos apresentaram desempenho melhor do que os controladores de parâmetros fixos para distúrbios paramétricos e não linearidades suaves. Deve-se notar, todavia, que a identificação é muito difícil na regulação onde perturbações externas atuam sobre o processo. Eles também têm a vantagem de facilitar a sintonia, principalmente para controladores distribuídos.”

Entretanto, os modelos utilizados para o processo foram muito simplificados, o que pode comprometer suas análises para faixas de operação diferentes das previstas no trabalho.

Ramasamy et al. (2005) fizeram estudos comparativos entre a simulação de um controlador PI desintonizado e controladores MPC com e sem restrições em um modelo linear do processo de duas entradas - duas saídas. Seus resultados mostram que o MPC obteve bom desempenho sob diferentes condições de operação em comparação com o controle PI, que produziu oscilações e longos tempos de estabilização.



Nos circuitos de moagem que empregam o moinho semi-autógeno de ROM (*Run of Mine*) e que processam o minério saído direto da mina, o controle é ainda mais desafiador. Isso se deve ao fato que, como não possui um estágio de britagem, o material da alimentação contém tamanhos de partículas e variabilidades muito maiores, além do próprio minério funcionar como corpo moedor. Isso faz com que o controle da granulometria do produto seja muito mais difícil.

Hulbert et al. (1990) mostram que o controle do tamanho de partícula em um circuito de moagem industrial com moinho de ROM é possível. No entanto, técnicas de projeto de controladores multivariáveis deveriam ser usadas porque a dinâmica do processo é altamente acoplada. Porém, deveria ser tomado cuidado para garantir que o sistema resultante em malha fechada seja robusto e capaz de lidar com grandes incertezas.

Recentemente, Coetzee (2009) e Coetzee et al. (2010) implementam, por meio de simulação, o controle preditivo não linear robusto, o qual foi chamado de RNMPC, para o processo de moagem de ROM. Esse controlador incorpora explicitamente a natureza não linear e as incertezas do sistema no modelo de predição para proporcionar o melhor compromisso entre desempenho e estabilidade. Controle robusto tem como objetivo garantir a estabilidade e melhor desempenho quando incertezas e distúrbios estão presentes. O controlador então calcula a sequência de controle ótimo que otimiza uma função-objetivo dada para a realização de pior caso do sistema. Os autores utilizaram um modelo composto por módulos de cada equipamento do processo. Esse modelo pôde representar, com algum grau de fidelidade, o circuito de moagem ROM.

Os resultados de simulação mostram que o controlador RNMPC pode controlar as variáveis mais importantes do circuito de moagem em face a grandes perturbações, as quais são comuns na prática. Algumas questões de implementação também foram discutidas. Por exemplo, verificou-se que o tempo de cálculo do RNMPC atualmente é longo demais para as plataformas de aplicação usadas na indústria.

Muitos sistemas de controle avançado, incluindo controle preditivo (MPC), controle adaptativo, controle por redes neurais, controle robusto, controle ótimo, etc., têm sido

relatados na literatura de processos de moagem. No entanto, estes esquemas de controle, geralmente não conseguem alcançar seus objetivos de desempenho na presença de fortes perturbações.

Yang et al. (2010) e Chen et al. (2009) aplicaram em um sistema de controle uma técnica de estimação de perturbações, chamada observador de perturbações (*disturbance observer*, DOB), que é amplamente utilizada em aplicações de controle de movimento, para estimar as perturbações em um circuito de moagem. O esquema de controle proposto por Yang et al. (2010) é composto, de uma parte de compensação *feedforward* baseado em DOB e uma parte de regulação com base no MPC (DOB-MPC). Em Chen et al. (2009) a regulação fica a cargo de dois controladores PI, que foi chamado de *disturbance observer based multi-variable control* (DOMC).

Uma análise rigorosa do desempenho de rejeição de perturbações é realizada com as considerações de distúrbios paramétricos no modelo e perturbações externas. Os resultados das simulações demonstram que, ao controlar o circuito de moagem, os métodos DOB-MPC e DOMC possuem desempenho melhor na rejeição de distúrbios do que os métodos MPC e PI exclusivamente.

A adoção do controle avançado pela indústria de processamento mineral, provavelmente, irá ser determinada pelo compromisso entre a complexidade de implementação e manutenção dos controladores e os benefícios que podem ser obtidos de tal implementação. Os estudos sugerem que, se um circuito de moagem sofre regularmente grandes mudanças na moabilidade do minério e mudanças de composição, quando, por exemplo, o minério de alimentação é comutado de pilhas diferentes, controladores avançados, tais como o RN MPC, poderiam justificar o investimento.

#### 2.4.4 Controle de circuitos de moagem a seco

Assim como na moagem a úmido, circuitos de moagem a seco são processos de alto custo e facilmente perturbados por mudanças nas condições de alimentação. Porém, neste sistema ainda há maiores problemas com relação à estabilidade e instrumentação. Como é

um tipo de circuito menos utilizado na indústria, a sua literatura de controle também é mais escassa.

Tradicionalmente, a aplicação de controle realimentado nas fábricas de cimento é limitada ao caso SISO, com controle PI da carga-circulante pela taxa de alimentação ou pela velocidade do classificador. Algumas técnicas de controle linear multivariável foram introduzidas para melhorar o desempenho de um circuito de moagem industrial (como o controlador linear quadrático de Van Breusegem et al. (1994 e 1996). No entanto, o uso de controladores lineares com base em uma aproximação do processo não se mostrou eficaz em toda a faixa de operação do sistema. Em algumas ocasiões, observa-se em usinas reais que distúrbios intermitentes (como, por exemplo, mudanças na moabilidade da matéria-prima) podem conduzir o circuito a uma região onde o controlador não consegue estabilizar a planta.

Uma das instabilidades do equipamento é o fenômeno chamado de entupimento do moinho de bolas (*plugging*), que ocorre quando o material entope as saídas do diafragma do moinho. Deste modo, o material começa a aderir nas paredes internas da câmara de moagem reduzindo a taxa de quebra e fazendo com que mais material grude na sua carcaça. Esse problema ocorre geralmente apenas em circuitos a seco, e se não for detectado precocemente o moinho deverá ser parado e esvaziado, o que é uma operação extremamente custosa para qualquer indústria. Um exemplo deste fenômeno ocorreu no moinho de bolas do Laboratório de Tecnologia Mineral (LTM) da COPPE/UFRJ durante um ensaio de moagem de bauxita. A parte da esquerda da Figura 2-21 mostra o acúmulo de material nas paredes internas do moinho e na parte da direita apresenta a câmara de moagem vazia e limpa.



**Figura 2-21 - Comparação entre o moinho entupido e limpo**

Outro fenômeno de instabilidade do circuito fechado de moagem se mostra quando se aumenta demasiadamente a taxa de alimentação ou quando há uma queda abrupta da taxa de quebra do material (por exemplo, a entrada de um material com menor moabilidade). Isto faz com que primeiramente o *hold up* do moinho aumente e, conseqüentemente, a taxa de quebra do material diminua. Após este fato, o classificador retornará mais material para a entrada do moinho, aumentando ainda mais o *hold up* e diminuindo a taxa de quebra. Isso fará com que o *hold up* do moinho aumente indefinidamente até que não seja mais possível operá-lo, devendo ser, emergencialmente, parado e esvaziado. Este fenômeno também pode ocorrer nos circuitos de moagem a úmido.

No trabalho de Grogard et al. (2001) essa instabilidade do processo é evitada com um controlador por realimentação de estados não linear de tal forma que o sistema tem equilíbrio estável. O controlador evita completamente a instabilidade e ainda é robusto porque requer pouca informação da planta (apenas as formas das funções da moagem e classificação são necessárias). Entretanto, esse controlador não tinha o objetivo de aumentar o desempenho do circuito ele focava apenas na estabilidade. Uma das conclusões relatadas no trabalho é a necessidade de incluir o *hold up* na informação de realimentação de estado. Esta questão foi discutida também em Boulvin et al. (1999), que destaca o fato de escolher o *hold up* do moinho não é opcional, mas sim uma necessidade.

Magni et al. (1999) desenvolveram um modelo não linear do processo e aplicaram um algoritmo de controle preditivo multivariável, baseado nos trabalhos de De Nicolao et al.

(1996 e 1998). Eles compararam seus resultados com um controlador linear quadrático e obtiveram desempenho muito superior em todos os casos estudados. Dagci et al. (2001) usaram o mesmo modelo para testar o desempenho de um controlador de modos deslizantes. Foi observado que uma resposta aceitável poderia ser obtida usando os valores de *set-point* indicados em Magni et al. (1999).

Efe (2003) desenvolveu uma proposta de controle não linear multivariável utilizando o modelo descrito em Magni et al. (1999), e são estudadas a introdução de quantidades consideráveis de ruído de medição, grandes erros nas condições iniciais e a resposta com parâmetros variantes no tempo. Esse controlador garante a estabilidade do sistema a partir da utilização da teoria de Lyapunov, porém não é tão robusto como o de Grogard et al. (2001). No entanto, essa estratégia mostrou bom desempenho em comparação a Magni et al. (1999) e Van Breusegem et al. (1994). Os resultados mostraram que o parâmetro de moabilidade do material é uma variável-chave na concepção do controlador, e certamente o conhecimento desta determinará o desempenho dominante do processo.

Nos estudos de Boulvin et al. (2003), um modelo dinâmico não linear de um processo de moagem de cimento industrial, considerando a difusão do material dentro do moinho, é desenvolvido. Este modelo de “caixa-cinza” é constituído por equações algébricas e diferenciais parciais contendo um conjunto de parâmetros desconhecidos. A seleção de um modelo de parametrização, um plano de experimentos e a estimativa dos parâmetros desconhecidos a partir de dados experimentais, são discutidos e o modelo é validado. Baseado no modelo resultante, um simulador dinâmico pôde ser desenvolvido, e se tornou uma ferramenta útil para analisar o comportamento do processo e entender a origem da instabilidade observada nas operações da vida real. Como resultado, uma estrutura de controle de regulação em cascata foi projetada para a taxa de descarga do moinho, e para a granulometria do cimento. Dados experimentais demonstram a eficácia deste esquema de controle. Alternativamente, se estiverem disponíveis medições da carga-circulante em tempo real, um controle *feedforward* da alimentação é descrito, o que garante um melhor desacoplamento da taxa de descarga e da regulação da granulometria.

Topalov e Kaynak (2004) propuseram um novo esquema de controle por redes neurais adaptativo para circuitos de moagem de cimento. Sua maior vantagem é que não é

necessário desenvolver antes um modelo preciso do circuito de moagem. Ao invés disso, ele é aprendido em tempo real por uma rede neural. Isto permite lidar melhor com as incertezas do modelo já existente, as alterações de parâmetros e suas inter-relações. Investigaram também a implementação de um algoritmo de aprendizado por modo deslizante como um mecanismo de adaptação on-line do controlador.

Os resultados das simulações mostram que as respostas do sistema para as alterações de *set-point* e mudanças de moabilidade da alimentação são corrigidas e não causam instabilidade do circuito fechado. Neste caso, pôde ser observado também que o tempo de estabilização, o *undershoot* e o *overshoot* são muito menores que os relatados em Magni et al. (1999). Porém, o autor cita que existem dificuldades de implementação prática, devido à instrumentação do circuito, uma vez que a massa de *hold up* do moinho deve ser medida precisamente.

# Capítulo 3: Desenvolvimento do sistema de controle

O sistema de controle desenvolvido neste trabalho utilizará o modelo do processo como peça-chave para o cálculo das ações ótimas de controle. Portanto, o desenvolvimento de um modelo do processo fenomenologicamente adequado e computacionalmente eficaz se torna de grande valor para o controle.

## 3.1 Desenvolvimento matemático do modelo do circuito fechado de moagem

### 3.1.1 Modelo do moinho de bolas operando em circuito aberto

A modelagem matemática de qualquer fenômeno físico necessita da adoção de hipóteses de simplificação. O grau de representatividade do modelo está diretamente relacionado a hipóteses mais gerais e que impõe pouca restrição à aplicação do modelo. Neste trabalho, será utilizado o Método do Balanço Populacional (MBP, como descrito no Capítulo 2: para a modelagem do processo de moagem em moinho de bolas a seco. Serão adotadas as hipóteses clássicas da literatura (Austin et al., 1984), as quais são:

- a variável tamanho de partículas é descrita de forma discretizada;
- as taxa de quebra de partículas podem ser adequadamente descritas considerando cinética de primeira ordem;
- o moinho de bolas pode ser descrito como um reator de mistura perfeita com classificação interna;
- a taxa de descarga do moinho pode ser adequadamente descrita pela relação (Benzer et al., 2001 e Bazin et al., 2005):

$$w_{out,i}(t) = d_i m_i(t)$$

Eq. 3-1

na qual,

$d_i$  é o coeficiente de classificação interna na classe  $i$  (probabilidade da partícula passar pela grelha de descarga) [ $s^{-1}$ ];

$m_i(t)$  é a massa no interior do moinho sujeita a transporte na classe  $i$  [gramas].

Definindo  $M(t)p_i(t) = m_i(t)$ ,  $W_{in}(t)p_{in,i}(t) = w_{in,i}(t)$  e substituindo na Eq. 2-2 tem-se:

$$\frac{d[m_i(t)]}{dt} = w_{in,i}(t) - d_i m_i(t) - s_i(t) m_i(t) + \sum_{j=1}^{i-1} b_{ij} s_j(t) m_j(t)$$

que, reescrita em notação matricial, resulta na expressão:

$$\frac{d[\mathbf{m}(t)]}{dt} = \underbrace{\begin{bmatrix} -s_1(t) - d_1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ b_{2,1} s_1(t) & -s_2(t) - d_2 & & 0 & 0 \\ \vdots & & \ddots & \dots & \vdots \\ b_{N-1,1} s_1(t) & & & -s_{N-1}(t) - d_{N-1} & 0 \\ b_{N,1} s_1(t) & b_{N,2} s_2(t) & \dots & b_{N,N-1} s_{N-1}(t) & -s_N(t) - d_N \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}(t)} \mathbf{m}(t) + \underbrace{\begin{bmatrix} w_{in,1}(t) \\ w_{in,2}(t) \\ \vdots \\ w_{in,N-1}(t) \\ w_{in,N}(t) \end{bmatrix}}_{\mathbf{w}_{in}(t)}$$

Eq. 3-2



sendo,  $\mathbf{w}_{in}$  o vetor que contém as vazões mássicas em cada classe de tamanhos no fluxo de alimentação do moinho;  $N$  é o número de classes de tamanhos.

Segundo a equação 3.1 a distribuição de tamanhos de partículas da descarga do moinho e bolas pode ser reescrita como:

$$\mathbf{w}_{out}(t) = \underbrace{\begin{bmatrix} d_1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & d_2 & & \dots & 0 \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ & & & d_{N-1} & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & d_N \end{bmatrix}}_{\mathbf{C}} \mathbf{m}(t)$$

Eq. 3-3

Dessa maneira pode-se representar o sistema pelas equações em uma forma de espaço de estados, no qual o estado  $\mathbf{x}(t)$  é a massa  $\mathbf{m}(t)$ .

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{w}_{in}(t) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \end{cases}$$

Eq. 3-4

Sendo,

$\mathbf{y}(t)$  a saída do sistema igual a  $\mathbf{w}_{out}(t)$ ;

$\mathbf{B}$  e  $\mathbf{C}$  são matrizes quadradas de ordem  $N$ , pois  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^N$ ,  $\mathbf{w}_{in} \in \mathbb{R}^N$  e  $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^N$ .

$\mathbf{B}$  é a matriz de classificação da alimentação do moinho. Pela rota direta do processo  $\mathbf{B} = \mathbf{I}$  para o caso em que o processo é configurado na forma direta, ou seja, a alimentação nova do processo é introduzida diretamente no moinho. Por outro lado, quando o processo é configurado na rota reversa (“escalpe da alimentação”), então  $\mathbf{B} \neq \mathbf{I}$ .

### 3.1.1.1 Análise das equações do circuito aberto

A matriz  $\mathbf{A}$  é uma matriz triangular inferior e possui parâmetros que podem variar com o tempo. Isso se deve ao fato da função seleção  $s_i$  variar com as condições de moagem (grau de enchimento  $J$ , preenchimento de vazios  $U$ , fração da velocidade crítica do moinho  $\varphi_c$ ); e com os parâmetros de moabilidade do material ( $\alpha$ ,  $\mu$  e  $\Lambda$ ). Considerando o grau de enchimento, a velocidade de rotação do moinho e a moabilidade do material de alimentação constantes, a variação da função seleção dependerá apenas do preenchimento de vazios:

$$U = \frac{f_c}{f_p J} = \frac{V_{mat}}{f_p V_{cm}} = \frac{\rho_{cm}}{\rho_{mat} f_p M_{cm}} M(t)$$

sendo  $M(t)$  o *hold up*, (massa de material no interior do moinho),  $M(t) = \sum x(t)$ . Assim,

$$s_i = \frac{S_1 dp_i^\alpha}{1 + \left( \frac{dp_i}{\mu \left( \frac{D_m}{D_{mT}} \right)^{0,2} \left( \frac{d_{cm}}{d_{cmT}} \right)} \right)^\Lambda} \underbrace{\left( \frac{1 + 6,6 J_T^{2,3}}{1 + 6,6 J^{2,3}} \right) \left( \frac{D_m}{D_{mT}} \right)^{0,5} \left( \frac{d_{cmT}}{d_{cm}} \right) \left( \frac{\varphi_c - 0,1}{\varphi_{cT} - 0,1} \right) \left( \frac{1 + e^{(15,7(\varphi_{cT} - 0,94))}}{1 + e^{(15,7(\varphi_c - 0,94))}} \right)}_{c_{Ai}} e^{-cU_T} e^{-cU}$$

$$\kappa = \frac{\rho_{cm} c}{\rho_{mat} f_p M_{cm}}$$

$$\mathbf{s}(t) = \mathbf{c}_A e^{-cU} = \mathbf{c}_A e^{-\kappa \sum x(t)}$$

de maneira que pode-se escrever a matriz como  $\mathbf{A}(x, t)$ , dada por:

$\mathbf{A}(x, t)$

$$= \begin{bmatrix} -c_{A,1} e^{-\kappa \sum x(t)} - d_1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ b_{2,1} c_{A,1} e^{-\kappa \sum x(t)} & -c_{A,2} e^{-\kappa \sum x(t)} - d_2 & & \dots & 0 \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ b_{N-1,1} c_{A,1} e^{-\kappa \sum x(t)} & & & -c_{A,N-1} e^{-\kappa \sum x(t)} - d_{N-1} & 0 \\ b_{N,1} c_{A,1} e^{-\kappa \sum x(t)} & b_{N,2} c_{A,2} e^{-\kappa \sum x(t)} & \dots & b_{N,N-1} c_{A,N-1} e^{-\kappa \sum x(t)} & -c_{A,N} e^{-\kappa \sum x(t)} - d_N \end{bmatrix}$$

Os autovalores de  $\mathbf{A}$  são  $\lambda_i = -c_{A,i}e^{-\kappa \sum x(t)} - d_i$ . Tem-se que  $[c_{A,i}e^{-\kappa \sum x(t)} e d_i] > 0, \forall x \in \mathbb{R}_+$ , considerando que não ocorra aglomeração das partículas no interior do moinho e que não haja entupimento da grelha (diafragma) de descarga. Portanto, os autovalores do sistema são sempre negativos e, pelo teorema descrito em Rugh (1995), tem-se que o moinho de bolas é um sistema assintoticamente estável.

Porém, como previamente observado na Figura 2-21, em alguns casos o circuito aberto de moagem pode “instabilizar”. Esse efeito ocorre quando o parâmetro  $d_i$  se torna zero devido ao entupimento do moinho e, conseqüentemente, ocorre um súbito aumento do *hold up*, fazendo com que a função seleção tenda a zero. Logo, os autovalores do sistema tendem a zero e o comportamento do sistema se aproxima de um “integrador”, ou seja, acumulando indefinidamente material no seu interior.

No presente trabalho, o parâmetro  $d_i$  será considerado constante para todas as simulações. Porém, no acompanhamento do processo percebe-se que esse parâmetro, varia com o tipo de diafragma do moinho, com as características do material, com a velocidade de rotação do moinho e com o modo de operação (a úmido, a seco e a seco com sucção de ar). Pelos resultados obtidos, a serem apresentados mais tarde no trabalho, justifica-se que é razoável desprezar esta variação a fim de simplificar a abordagem apresentada neste trabalho, sem descartar a necessidade de uma análise mais aprofundada em trabalhos futuros.

### 3.1.2 Modelo da Classificação

Para a modelagem matemática do classificador será utilizada a curva de partição ou de eficiência de classificação, a qual descreve a proporção de partículas que reportam ao produto grosso em função de seu tamanho. Essa curva será descrita utilizando a diagonalização da função proposta em Whiten (1966) e Lynch et al. (2000), a qual é capaz de descrever o efeito “anzol” das curvas de partição, fenômeno frequentemente observado na classificação pneumática.

$$\mathbf{E}_u = \text{diag} \left( C_b \left[ \frac{(1 + \beta_c \beta^* \mathbf{q})(e^{\alpha_c} - 1)}{e^{(\alpha_c \beta^* x)} + e^{\alpha_c} - 2} \right] \right)$$

$$\mathbf{q} = \frac{d\mathbf{p}}{d_{50c}}$$

sendo,

$\mathbf{E}_u$  é a matriz diagonal da curva de eficiência de classificação, que representa a fração que reporta ao *undersize*, sendo seus coeficientes contidos no intervalo  $0 \leq e_u \leq 1$ ;

$C_b$  é a proporção da alimentação que é submetida à ação de classificação (1-bypass);

$\alpha_c$  é o parâmetro que define a inclinação da curva de eficiência, o qual caracteriza a acuidade da separação;

$\beta_c$  é o parâmetro que permite descrever o efeito anzol;

$\beta^*$  é o parâmetro que preserva a definição de  $\mathbf{E}_u = \frac{1}{2} C_b$ , quando  $d\mathbf{p} = d_{50c}$ ;

$d\mathbf{p}$  é o vetor do diametro médio das partículas em cada classe de tamanhos;

$d_{50c}$  é o tamanho das partículas que são divididas igualmente entre os produtos *oversize* e *undersize*.

A Figura 3-1 mostra o diagrama de entradas e saídas do equipamento. Usando  $w_{ac}$  igual a  $W_{AC} p_{AC}$  (taxa de alimentação discretizada),  $w_o$  e  $w_u$  como as taxas de saídas discretizadas do produto grosso (*oversize*) e do fino (*undersize*), respectivamente.

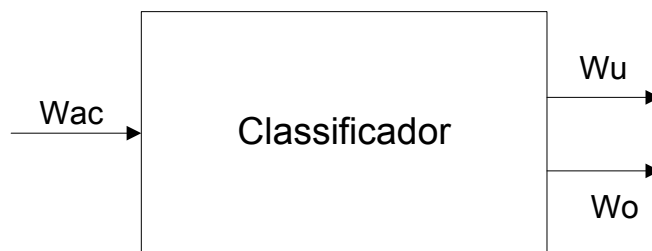


Figura 3-1 - Diagrama de um classificador

O classificador pode ser entendido como uma transformação não linear do vetor de entrada  $w_{AC}$ . Logo,

$$w_u = \mathbf{E}_u w_{AC}$$

$$\mathbf{w}_o = \underbrace{(\mathbf{I} - \mathbf{E}_u)}_{\mathbf{E}_o} \mathbf{w}_{AC}$$

sendo  $\mathbf{E}_o$  a matriz diagonal da curva de eficiência de classificação, ou a fração que reporta ao *oversize*.

Como será descrito na seção 5.1.3, a curva de partição do classificador pode ser variada dinamicamente durante a operação do processo. Deste modo as matrizes do classificador podem ser reescritas como  $\mathbf{E}_o(t)$  e  $\mathbf{E}_u(t)$ .

Neste trabalho, os parâmetros  $\alpha_c$ ,  $\beta_c$ ,  $d_{50c}$  e  $C_b$  da função proposta por Whiten foram relacionados com as principais variáveis operacionais do equipamento de classificação em escala piloto usado, que são: velocidade de rotação do motor principal ( $V_r$ ), número de elementos de bloqueio ou rejeição ( $N_p$ ) e a taxa de alimentação do classificador ( $W_{AC}$ ). Dessa maneira, buscou-se definir empiricamente as funções que estabelecem as relações entre as variáveis de operação do equipamento e os parâmetros que descrevem a curva de partição do classificador, ou seja:

$$d_{50c} = f(V_r, N_p, W_{AC})$$

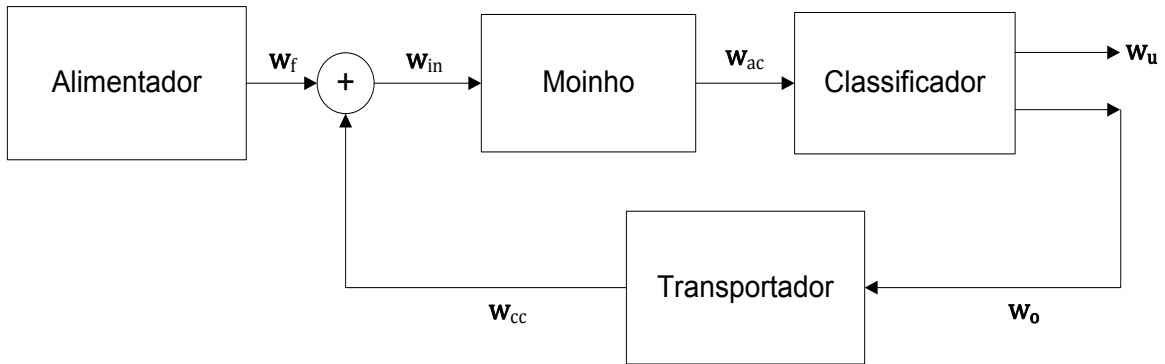
$$C_b = g(V_r, N_p, W_{AC})$$

$$\alpha_c = h(V_r, N_p, W_{AC})$$

$$\beta_c = l(V_r, N_p, W_{AC})$$

### 3.1.3 Modelo do Circuito Fechado de Moagem

No circuito fechado de moagem (CFM), o material grosso, rejeitado pelo classificador, é reintroduzido no moinho para que sofra novas ações de quebra. Percebe-se pelo diagrama da Figura 3-2 que essa configuração introduz uma realimentação positiva no sistema.



**Figura 3-2 - Diagrama de blocos do circuito fechado de moagem (configuração direta)**

Assim, tanto a taxa quanto a distribuição de tamanhos de partículas da alimentação do moinho, se tornam diferentes daquelas alimentadas ao circuito, ou seja,

$$\mathbf{w}_{in} = \mathbf{w}_f + \mathbf{w}_{cc}$$

$$W_{in}\mathbf{p}_{in} = W_f\mathbf{p}_f + W_{cc}\mathbf{p}_{cc}$$

sendo,

$\mathbf{w}_f$  o vetor das vazões mássicas em cada classe de tamanhos no fluxo de alimentação do circuito;

$\mathbf{w}_{cc}$  o vetor das vazões mássicas em cada classe de tamanhos na carga circulante;

$W_{in}$  é a vazão de material no fluxo de alimentação do moinho;

$W_f$  é a vazão de material no fluxo de alimentação do circuito.

$W_{cc}$  é a vazão de material na carga circulante;

$\mathbf{p}_{in}$  é o vetor de distribuição granulométrica do fluxo de alimentação do moinho;

$\mathbf{p}_f$  é o vetor de distribuição granulométrica do fluxo de alimentação do circuito;

$\mathbf{p}_{cc}$  é o vetor de distribuição granulométrica da carga circulante.

Nesta configuração, o fluxo  $\mathbf{w}_{AC}$  é igual ao fluxo de saída do moinho. Assim, o fluxo de material rejeitado pelo classificador (*oversize*) pode ser descrito como:

$$\mathbf{w}_o(t) = \mathbf{E}_o \mathbf{C} \mathbf{x}(t)$$

O fluxo do *oversize* é direcionado a um equipamento de transporte, o qual envia o material de volta à entrada do moinho. Esse transporte é geralmente realizado por meio

de equipamentos que operam com características de fluxo empistonado, como é o caso de transportadores de correia e tubulações. Dessa maneira, o transporte nesse tipo de equipamento pode ser descrito quantitativamente como apenas um atraso de tempo, o qual é descrito quantitativamente pelas expressões,

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_{cc}(t) &= \mathbf{w}_o(t - \tau_T) \\ \mathbf{w}_{cc}(t) &= \mathbf{E}_o \mathbf{C} \mathbf{x}(t - \tau_T) \end{aligned}$$

sendo  $\tau_T$  o atraso de tempo da carga circulante devido ao transportador.

O fluxo do *undersize*  $\mathbf{w}_u$  do classificador será considerado o fluxo de produto final do circuito e, deste modo, será representado pela variável  $\mathbf{y}(t)$  de saída do modelo.

Substituindo  $W_{in} \mathbf{p}_{in} = W_f \mathbf{p}_f + \mathbf{E}_o \mathbf{C} \mathbf{x}(t - \tau_T)$  e  $\mathbf{y}(t) = \mathbf{E}_u \mathbf{C} \mathbf{x}(t)$  na Eq. 3-4, tem-se:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(x, t) \mathbf{x}(t) + \mathbf{B} [W_f \mathbf{p}_f + \mathbf{E}_o \mathbf{C} \mathbf{x}(t - \tau_T)] \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{E}_u \mathbf{C} \mathbf{x}(t) \end{cases}$$

Que, simplificando, tem-se

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(x, t) \mathbf{x}(t) + \mathbf{B} \mathbf{E}_o \mathbf{C} \mathbf{x}(t - \tau_T) + \mathbf{B} W_f \mathbf{p}_f \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{E}_u \mathbf{C} \mathbf{x}(t) \end{cases}$$

Como será descrito na seção 5.1.4, o atraso ou tempo morto introduzido pelo transportador é muito menor que a constante de tempo do CFM e, portanto, pode-se desprezá-lo. Assim, as equações se tornam:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = [\mathbf{A}(x, t) + \mathbf{B} \mathbf{E}_o \mathbf{C}] \mathbf{x}(t) + \mathbf{B} W_f \mathbf{p}_f \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{E}_u \mathbf{C} \mathbf{x}(t) \end{cases}$$

### 3.1.3.1 Análise das equações do CFM

Tem-se que a nova matriz de transição de estados é composta por termos relacionados ao moinho e ao classificador. Isso mostra que o comportamento do sistema CFM pode ser muito distinto daquele correspondente ao circuito aberto. O sistema de equações não lineares pode ser descrito da seguinte maneira:

$$\dot{x} = f(x, t)$$

$$y = g(x, t)$$

Cuja função  $f$  é dada por:

$$f_1 = -s_1 x_1 - d_1 x_1 + d_1 e_{o,1} x_1 + w_{f_1}$$

$$f_2 = b_{2,1} s_1 x_1 - s_2 x_2 - d_2 x_2 + d_2 e_{o,2} x_2 + w_{f_2}$$

$$f_3 = b_{3,1} s_1 x_1 + b_{3,2} s_2 x_2 - s_3 x_3 - d_3 x_3 + d_3 e_{o,3} x_3 + w_{f_3}$$

⋮

$$f_N = b_{N,1} s_1 x_1 + b_{N,2} s_2 x_2 \cdots + b_{N,N-1} s_{N-1} x_{N-1} - s_N x_N - d_N x_N + d_N e_{o,N} x_N + w_{f_N}$$

Para o estudo da estabilidade do sistema em um determinado ponto de operação, pode-se avaliar os autovalores da matriz Jacobiana associada ao sistema, a qual é dada por: (exemplificando com  $N=2$ )

$J_f$

$$= \begin{bmatrix} -\left(\frac{\partial S_1}{\partial x_1} x_1 + S_1\right) + \left(\frac{\partial \varepsilon_{o,1}}{\partial x_1} x_1 + \varepsilon_{o,1} - 1\right) d_1 & -\frac{\partial S_1}{\partial x_2} x_1 + d_1 \frac{\partial \varepsilon_{o,1}}{\partial x_2} x_1 \\ b_{2,1} \left(\frac{\partial S_1}{\partial x_1} x_1 + S_1\right) - \frac{\partial S_2}{\partial x_1} x_2 + d_2 \frac{\partial \varepsilon_{o,2}}{\partial x_1} x_2 & b_{2,1} \frac{\partial S_1}{\partial x_2} x_1 - \left(\frac{\partial S_2}{\partial x_2} x_2 + S_2\right) + \left(\frac{\partial \varepsilon_{o,2}}{\partial x_2} x_2 + \varepsilon_{o,2} - 1\right) d_2 \end{bmatrix}$$

Na qual,  $\frac{\partial s(t)}{\partial x_i} = -c_{A,i} \kappa e^{-\kappa \Sigma x(t)}$  e

$$\varepsilon_{o,1} = 1 - C_b \left(\frac{u}{v}\right)$$



$$\frac{\partial e_{o,1}}{\partial x_1} = -C_b \left( \frac{\frac{\partial u}{\partial x_1} v - u \frac{\partial v}{\partial x_1}}{v^2} \right)$$

sendo,  $u = e^{\alpha_c} + \beta_c \beta^* e^{\alpha_c} - \beta_c \beta^* - 1$  e  $v = e^{\alpha_c \beta^*} + e^{\alpha_c} - 2$

Pode-se perceber que a avaliação analítica do jacobiano é complexa, porém, com a utilização de cálculo computacional essa tarefa se torna mais simples. Logo, para determinar a estabilidade em torno de um ponto de operação deve-se verificar se os autovalores do Jacobiano possuem partes reais negativas.

### 3.1.3.2 Variáveis Controladas do CFM

A instrumentação do processo é a etapa que precede a aplicação de controle realimentado, de maneira que o monitoramento automático das principais variáveis de processo é essencial para que o seu controle se torne viável.

Analisando as equações do CFM e comparando com a instrumentação normalmente disponível em usinas de processamento mineral (Anexo 1), vê-se que as variáveis do modelo passíveis de medição são  $\mathbf{y}(t)$  – , ou seja, a taxa e a distribuição granulométrica do produto e  $\sum \mathbf{x}(t)$  (*hold up* do moinho) o qual possibilita a medição do somatório dos estados do sistema. Essa última informação é de grande importância para o estimador de estados do sistema de controle. Além dessas, é possível contar com o vetor  $\mathbf{p}_f$ , ou seja, a distribuição granulométrica da alimentação. Porém, a frequência de medição dessa variável é bastante variada podendo ser da ordem de minutos, quando realizada por equipamentos automáticos, ou horas, quando realizadas por meio de análises laboratoriais. Por fim, é possível ter acesso à medida de  $W_{cc}$ , ou seja, a vazão da carga circulante.

Nos processos nos quais a distribuição granulométrica do produto  $\mathbf{y}(t)$  não pode ser medida com a frequência adequada para alimentar os sistemas de controle, utiliza-se a medida da percentagem passante em uma determinada classe de tamanhos. Neste

trabalho, o percentual passante em uma peneira específica foi empregado como um indicador para caracterizar a granulometria do produto.

Outras fontes na literatura também sugerem a monitoração da densidade da polpa, da potência elétrica consumida em cada equipamento do processo e da granulometria do material contido na carga circulante.

Magni et al. (1999), por exemplo, afirmam que não é possível controlar a carga circulante e o *hold up* ao mesmo tempo. Nos circuitos de moagem a úmido a vazão da carga circulante tem maior facilidade de medição sendo, portanto, utilizada como variável controlada. Porém, como nos circuitos a seco a vazão de carga circulante é de difícil medição, nesta configuração a variável controlada deve ser o *hold up* do moinho.

Portanto, neste trabalho as variáveis controladas do CFM serão a proporção passante em  $45\mu\text{m}$  (P45) do produto e o *hold up* do moinho.

Como apresentado no Anexo 1, os métodos de medição de distribuição de tamanhos de partícula mais utilizados na indústria, que são o peneiramento e a difração laser, apresentam tempos de amostragem de, no mínimo, 5 minutos, fazendo com que haja atraso na medição de granulometria. Portanto, foi escolhido o tempo de amostragem  $T$  igual a 10 min para utilização nos controladores.

### 3.1.3.3 Variáveis Manipuladas do CFM

As variáveis manipuladas mais utilizadas em circuitos industriais de moagem são:

- Taxa de alimentação nova no moinho,  $W_f$ ;
- Velocidade de rotação do rotor do classificador pneumático,  $V_r$ ;
- Vazão de água adicionada ao reservatório de polpa;
- Vazão de água adicionada ao moinho;
- Vazão/pressão de alimentação dos hidrociclones.

Nos circuitos de moagem a seco as variáveis manipuladas se restringem, geralmente, a apenas à taxa de alimentação no moinho e à velocidade do rotor. Desta forma, essas serão as variáveis manipuladas no presente trabalho.

Em princípio, outras variáveis como a velocidade de rotação do moinho, o grau de enchimento e o número de palhetas do classificador também poderiam ser manipuladas. Entretanto, mudanças no valor dessas variáveis tendem a ser muito onerosas para o processo. No caso da usina piloto utilizada como base do presente trabalho, a alteração tanto do grau de enchimento quanto da quantidade de palhetas do classificador demandava a parada e a desmontagem parcial dos mesmos. Portanto, seria ideal ajustar os valores dessas variáveis através de otimização *off-line* do tipo *Plant-Wide Optimization* antes do início da operação do circuito.

## 3.2 Controle Preditivo Não Linear

O controlador desenvolvido neste trabalho utiliza a metodologia MPC (*Model Predictive Control*) descrita na seção 2.3.2, porém utilizando um modelo fenomenológico do processo, o qual se mostrou não linear.

A principal motivação para o estudo do NMPC para circuitos de moagem vem do fato desse sistema apresentar multiplicidade de entrada (*input multiplicity*). Ou seja, uma saída do sistema pode ser alcançada por ao menos dois conjuntos de entrada. Bequette (2007) observa que o desempenho de controladores lineares de parâmetros fixos com ação integral decai rapidamente à medida que o sistema se afasta do ponto de operação em que foi inicialmente projetado.

Os objetivos desse controlador são os descritos em 2.4.2, ou seja, otimizar economicamente a operação do processo de moagem em moinho de bolas. A estratégia proposta por Radhakrishnan (1999) se mostra a mais promissora para alcançar os objetivos propostos por Craig e MacLeod (1995) e, portanto será desenvolvida neste trabalho.

A fim de proporcionar uma melhor estabilidade dos métodos numéricos de otimização este trabalho propõe um esquema de controle NMPC no qual o cálculo do controle é realizado em três etapas. Na primeira, estima-se o estado atual do sistema. Na segunda, encontra-se o ponto ótimo de operação em regime permanente. Em seguida, calcula-se o controle que atingiria este ponto, frente à alteração de referências e perturbações.

Segundo Meadows e Rawlings (1997), um controlador NMPC exibirá *offsets* nos casos de erros de modelagem e perturbações não medidas. Porém, esses problemas são comuns em aplicações práticas de controle. Portanto, faz-se necessária a utilização de algum meio de lidar com estes distúrbios.

Além disso, o controle NMPC necessita da informação do estado atual do sistema, o qual não é medido diretamente. Logo, a utilização de observadores de estado com rejeição de perturbações é indispensável para o sistema de controle.

Na literatura existem diversos métodos de estimação de estados, com destaque para o Filtro de Kalman. Porém, conforme Rao et al. (2003), para sistemas não lineares lentos o método do Estimador de Horizonte Móvel possui desempenho superior ao Filtro de Kalman Estendido.

De acordo com Jang et al. (1986), o Estimador de Horizonte Móvel tem ainda a capacidade de estimar as perturbações às quais a planta está submetida. Assim, percebe-se que este estimador pode suprir as necessidades do controle NMPC e, portanto, será desenvolvido neste trabalho.

A Figura 3-3 mostra o diagrama da estratégia de controle desenvolvida.

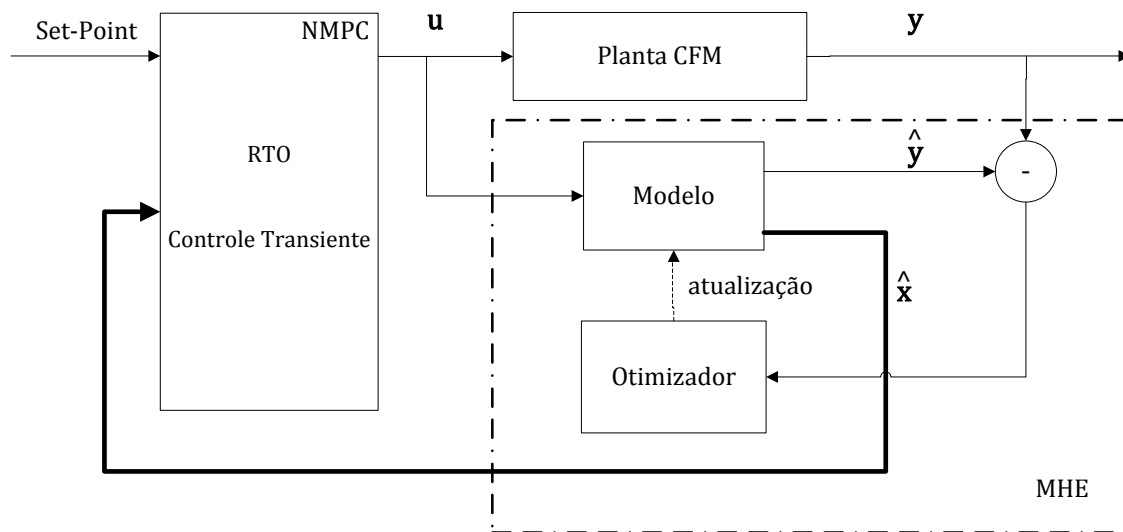


Figura 3-3 - Diagrama do controle NMPC desenvolvido

### 3.2.1 Estimador de horizonte móvel (MHE)

O estimador de horizonte móvel (MHE – *Moving Horizon Estimator*) é um observador de estados baseado em otimização. A estimação do estado é obtida a partir de um problema de otimização dinâmica, minimizando erro entre a saída medida e a saída simulada, partindo-se da estimação inicial no tempo  $t-h$ , onde  $h$  é o comprimento do horizonte de estimação.

A literatura contém diversos métodos de implementação do MHE (Michalska e Mayne, 1995; Zimmer, 1994; Alamir, 1999). Este trabalho focará no método proposto por Rao et al. (2003) e Robertson et al. (1996), tendo em vista que esse satisfaz as necessidades do controle NMPC. Uma descrição desse método também pode ser encontrada em Jang et al. (1986) e Zavala e Biegler (2007).

Outra vantagem do MHE, segundo Jang et al. (1986) é lidar com taxas irregulares de atualização das informações de saídas do processo. Para a indústria mineral esse fato é de grande importância, pois muitas das informações do processo são obtidas por meio de análises laboratoriais.

O MHE pode ser formalizado como um problema de otimização, dado por:

$$\phi(p(h), x(h)) = \lambda_1 \|y_1 - \hat{y}_1\|^2 + \lambda_2 \|y_2 - \hat{y}_2\|^2$$

sendo,

$p(h)$  as variáveis de otimização no horizonte  $h$ , as quais são parâmetros do modelo;

$x(h)$  o estado inicial do sistema (no instante  $t-h$ );

$\lambda_1$  e  $\lambda_2$  constantes de ponderação maiores que zero;

$\hat{y}_1$  e  $\hat{y}_2$  vetores das saídas simuladas ( $y_1$  igual a P45 e  $y_2$  igual ao *hold up*);

$y_1$  e  $y_2$  vetores das saídas mensuradas, referente ao vetor de entradas  $u$ .

Segundo a literatura do MHE (Rao et al., 2003; Michalska e Mayne, 1995), a grande dificuldade da utilização desse estimador é a determinação de  $x(h)$ , o qual é tratado como variável de otimização. Neste trabalho, uma forma diferente de estimação de  $x(0)$  é proposta.

A estimação de estados é feita diretamente pela simulação do modelo juntamente com o funcionamento da usina. A detecção de erros de modelagem é realizada a partir da diferença entre a saída do modelo e a medida real. Quando não há erros de modelagem e perturbações, e o modelo é submetido ao mesmo conjunto de entradas da planta o estado simulado,  $\hat{x}$ , é idêntico ao estado real. No momento em que esse erro se torna maior que zero, o otimizador é chamado e os parâmetros  $p$  do modelo são variados até que o funcional  $\phi$  seja minimizado, obtendo a sequência ótima  $p^{\text{otim}}(t-h,0)$ . Assim, o modelo é atualizado com o valor mais atual da sequência, ou seja  $p^{\text{otim}}(0)$ . Essa otimização é realizada sobre um horizonte  $h$  de medições anteriores, utilizando diretamente o valor simulado de  $x(t-h)$  como estado inicial do sistema. A Figura 3-4 ilustra a metodologia proposta.

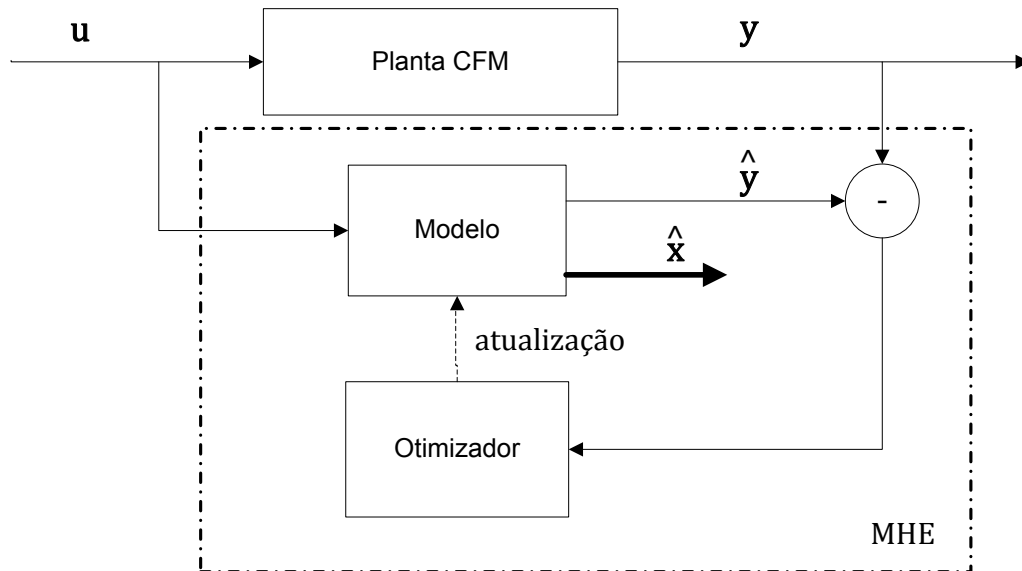


Figura 3-4: Diagrama do funcionamento do MHE

Com o objetivo de poupar esforço computacional, a escolha dos parâmetros que serão utilizados na etapa de otimização deve ser realizada usando como critério os parâmetros de maior sensibilidade para a resposta do modelo. Neste trabalho, o MHE será avaliado através da escolha dos parâmetros  $S_1$  da função seleção do moinho e do  $d50_c$  do classificador.

### 3.2.2 RTO (*Real Time Optimization*)

A camada de otimização em tempo real (RTO) desenvolvida neste trabalho visa determinar o ponto ótimo de operação da planta em estado estacionário. A dinâmica transiente é desconsiderada, conseqüentemente o vetor de controle é reduzido para apenas a próxima entrada em  $t+T$  e observa-se somente a saída do sistema no instante  $t+h$  (fim do horizonte de predição). Então a Eq. 2-5 se torna:

$$\phi(x(h), \mathbf{u}^0) = E(x^{\mathbf{u}}(x(h), h))$$

A forma da função  $E(\cdot)$  escolhida é semelhante à de Radhakrishnan (1999), sendo dada por:

$$E(x(h)) = W_u(h) \cdot P45(h)$$

sendo, P45 o percentual passante na peneira de 45 $\mu$ m. O problema de otimização se torna então:

$$P_h(x(k)) : \phi_h^{opt}(x(k)) = \max_{\mathbf{u}^0} \{\phi_h(x(k), \mathbf{u}^h) | \mathbf{u}^h \in \mathbb{R}^{n_u}\}$$

sujeito a restrições.

### 3.2.2.1 Restrições do RTO

#### Estabilidade

Devido a dificuldades de encontrar uma forma analítica para a estabilidade do sistema (funções do tipo Lyapunov) este trabalho utilizará a seguinte regra para a estabilidade do CFM:

- $\mathbf{x}_u(h) \in \mathbb{X}^+$ , se  $h \rightarrow \infty$ ,  $W_u(h) \rightarrow W_f(h)$ .

sendo  $\mathbb{X}^+$  o conjunto de estados estáveis do sistema e  $\mathbf{x}_u$  o estado relativo à entrada  $\mathbf{u}^0$  aplicada no instante  $t+T$ .

Assim, o estado atual do sistema será considerado estável para uma determinada entrada constante  $\mathbf{u}^0$  se a taxa de saída de material se igualar à taxa de entrada quando o tempo tende a  $\infty$ . Assim, o sistema não estará funcionando como um “integrador” e, portanto, operando de forma estável. É importante notar que o nível de *hold up* não é considerado explicitamente na caracterização da estabilidade do sistema, devido à dificuldade de determinar o nível exato em que o sistema se torna instável, o qual pode ser variável de acordo com distúrbios e perturbações no processo.

#### Qualidade do produto

- $\|P45(x(h)) - P45^{SetPoint}\| = \xi$

No instante  $h$ , o passante em na peneira de 45 $\mu$ m deverá ser aproximadamente igual ao valor desejado (*set-point*), a despeito de uma tolerância  $\xi$ , a qual será considerada no trabalho igual a  $2,5 \cdot 10^{-3}$ , ou 0,25%.

#### Limitações das entradas

- $\mathbf{u}^0$  tal que  $W_{f_{min}} \leq W_f \leq W_{f_{max}}$  e  $V_{r_{min}} \leq V_r \leq V_{r_{max}}$ .



### **Hold up dentro da faixa desejada**

- $P(x(k)) = 0$

Sendo,  $P(\cdot)$  uma função penalidade, dada por:

$$P(M(h)) = \begin{cases} (M(h) - M_{max}(h))^2, & M(h) > M_{max}(h) \\ 0, & M_{max}(h) \geq M(h) \geq M_{min}(h) \\ (M(h) - M_{min}(h))^2, & M(h) < M_{min}(h) \end{cases}$$

Na qual  $M_{max}(h)$  e  $M_{min}(h)$  são os valores máximos e mínimos admitidos para o *hold up* no horizonte  $h$ , respectivamente.

A função-objetivo escolhida é ligeiramente diferente da utilizada por Radhakrishnan (1999), pois não considera o preço do material produzido e as penalidades de *undersize* e *oversize*. O motivo é que nesse trabalho deseja-se o controle fino da granulometria especificada e, para efeito de demonstração, o preço do material produzido é considerado constante e irrelevante. Desta forma, a função-objetivo escolhida visa otimizar o aspecto econômico do circuito de moagem através da maximização de sua produção.

Odloak (2009) e De Souza et. al (2010), mostraram que é possível utilizar o RTO para controlar e estabilizar um sistema não linear, o qual será avaliado nesse trabalho. Porém, para evitar que essa estratégia gere ações de controle muito severas, é importante integrá-la com uma estratégia que considere a resposta transiente da planta.

### **3.2.3 Controle Preditivo do Transiente**

O controle preditivo da dinâmica transiente (CPT) desenvolvido neste trabalho tem o objetivo de levar a planta da melhor maneira possível até o objetivo final, determinado pelo RTO. Sua formulação é semelhante àquela básica do MPC descrita na seção 2.3.2.1, porém não utilizando uma função custo do estado terminal, considerando apenas o transiente. Logo,

$$\phi(x(k), u^h) = G(u(k)) + \sum_{i=0}^{h-1} L(x^u(x(k))(i), u^h(i)) + F(x(h))$$

sendo as funções  $G(\cdot)$  e  $L(\cdot)$  da seguinte forma:

$$G(u(k, k+h)) = \lambda_1 \|\Delta u\|^2$$

$$L(x(k)) = \lambda_2 \|P45(x(k)) - P45^{traj}\|^2 + \lambda_3 \|P45^{overshoot}\|^2 + \lambda_4 P(x(k))$$

$$F(x(h)) = \lambda_5 \|Produção(x(h)) - Produção^{RTO}\|^2$$

as quais,  $\lambda$  são fatores de ponderação maiores que zero,  $P45^{traj}$  a trajetória de P45 desejada dentro do horizonte de controle,  $Produção(x(h))$  a taxa de produção ao final do horizonte de predição e  $Produção^{RTO}$  a taxa de produção determinada pelo RTO. A trajetória de referência é uma exponencial da saída atual do sistema até o valor de *set-point*, a qual descreve o *settling time* desejado para o transiente. A Figura 3-5 ilustra o emprego desse termo.

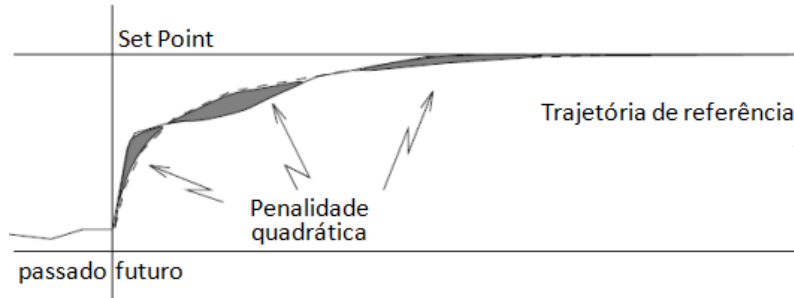


Figura 3-5: Trajetória de referência para o transiente

Portanto, o problema de otimização pode ser escrito como:

$$P_h(x(k)) : \phi_h^{opt}(x(k)) = \min_{u^h} \{\phi_h(x(k), u^h) | u^h \in \mathbb{R}^{n_u}\}$$

sujeito às seguintes restrições.

### 3.2.3.1 Restrições do CPT

#### Varição máxima das variáveis manipuladas

- $\Delta u_k \leq \Delta u_{max}$

### Limitações das entradas

- $\mathbf{u}^k$  tal que  $W_{f_{min}} \leq W_f \leq W_{f_{max}}$  e  $V_{r_{min}} \leq V_r \leq V_{r_{max}}$ .

### Overshoot de P45 Máximo

- $P45(x(h)) - P45^{SetPoint} \leq overshoot_{max}$

Portanto, o controlador NMPC pode ser entendido como uma camada superior de controle de processo, a qual faz uso de otimização e opera em escala de tempo maior que o controle descentralizado (regulatório). A Figura 3-6 mostra um diagrama de como será empregado o controle NMPC.

Na usina piloto estudada neste trabalho, os controladores PID descentralizados são os que controlam a taxa de alimentação nova, a velocidade de rotação do moinho de bolas e a velocidade de rotação do classificador pneumático.

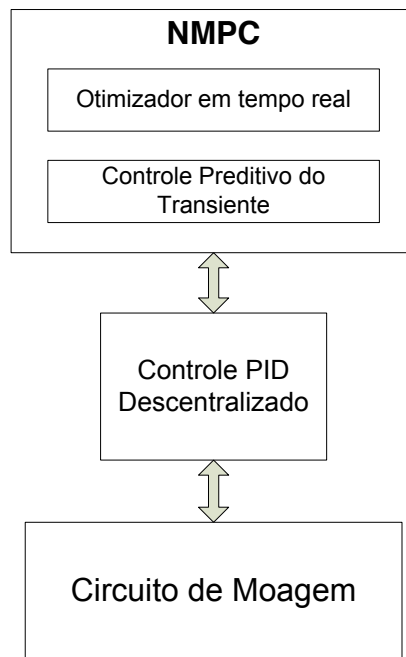


Figura 3-6: Diagrama de implementação do controle NMPC

## Capítulo 4: Metodologia experimental

Neste capítulo são apresentados os materiais e métodos utilizados para estimar os parâmetros do modelo do processo de moagem em circuito fechado a seco.

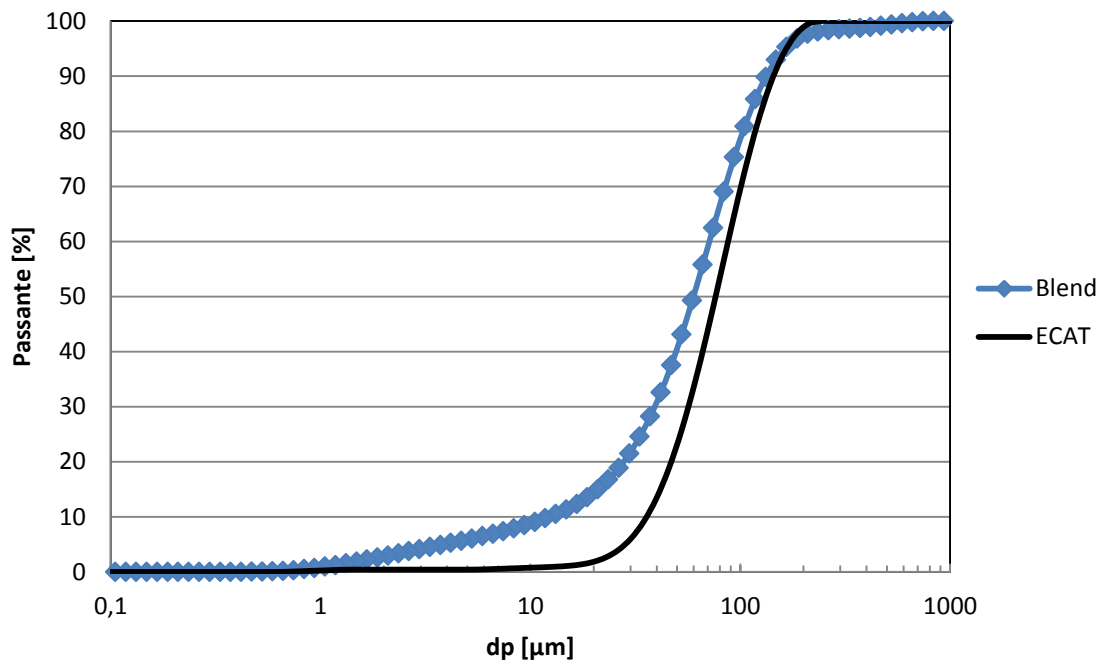
### 4.1 Material

O material utilizado nos experimentos foi o Catalisador de Equilíbrio (Ecat), resíduo proveniente do processo de refino de petróleo. Diversos estudos mostram as vantagens da substituição parcial do cimento pelo Ecat, após moagem, na fabricação de argamassas, dentre eles pode-se citar o estudo de Guilhermino (2008).

Para a determinação da massa específica do material foi realizado o ensaio de picnometria a hélio, obtendo-se o valor de  $2,469 \text{ g/cm}^3$ .

As análises granulométricas deste trabalho foram determinadas por difração laser utilizando o equipamento Mastersizer 2000 (Malvern Instruments™), do Laboratório de Estruturas do PEC/COPPE.

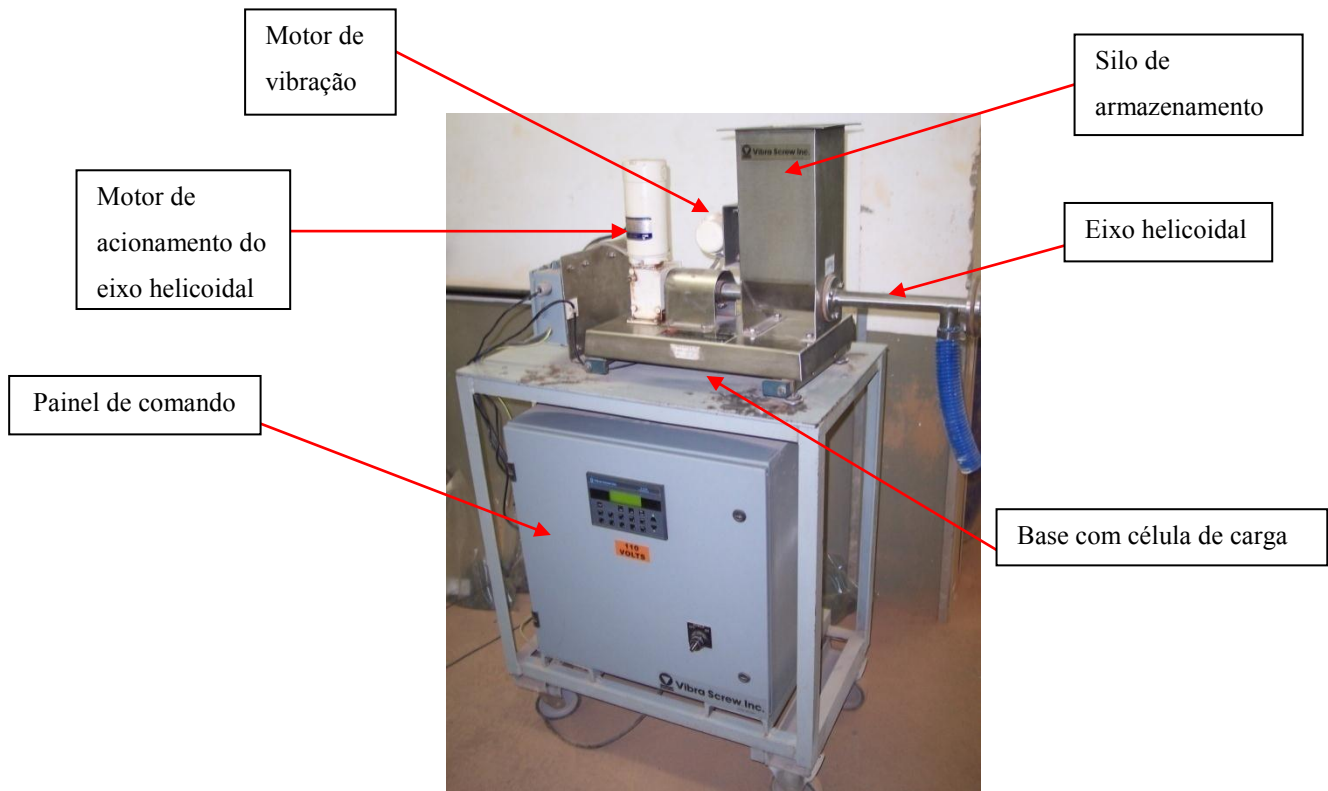
Para os ensaios de classificação foi realizada uma mistura artificial deste material (75%) com 25% de outro, a fim de suavizar a distribuição granulométrica. A massa específica da mistura foi igual a  $2,58 \text{ g/cm}^3$ , medida por picnometria a água. A Figura 4-1 mostra a distribuição granulométrica dos materiais utilizados.



**Figura 4-1 - Análise granulométrica do ECAT e da mistura (*blend*) submetida aos ensaios de classificação.**

## 4.2 Alimentador vibratório

O alimentador vibratório utilizado no trabalho (Figura 4-2) foi fabricado pela empresa Vibra Screw<sup>®</sup>. O equipamento é composto de um silo de armazenagem sobre uma célula de carga, um painel de comando, um motor para produzir a vibração e um motor associado a um eixo helicoidal para a descarga de material. Esse alimentador pode operar na faixa de taxas de alimentação de 50 a 1.000g/min. Valores fora dessa faixa de operação não são usados, pois criam o risco de entupimentos ou desgaste excessivo do equipamento.



**Figura 4-2 - Alimentador Vibratório**

A medição da taxa de descarregamento é feita a partir da taxa de variação do peso do silo de armazenamento. Um programa de computador foi desenvolvido com o objetivo de implementar o controle PID digital da taxa de descarga desse equipamento por meio da manipulação da velocidade de rotação do eixo helicoidal. O controlador proporcionou a redução da oscilação da descarga, a rejeição de perturbações e garantia de um tempo de estabilização adequado.

A modelagem desse equipamento utilizou as técnicas clássicas de identificação de modelos por resposta ao degrau. Foi considerada a dinâmica do conjunto alimentador-controlador como sendo um sistema único, a fim de tornar o controle PID básico transparente às camadas superiores de controle.

Para os ensaios foi utilizada uma balança conectada ao sistema supervisor do circuito para confirmação da medição da taxa de descarga fornecida pelo programa do alimentador.

Os ensaios foram realizados da seguinte forma: estando a descarga fixada em 100 g/min em estado estacionário, variou-se o *set-point* da taxa de descarga, a fim de obter a

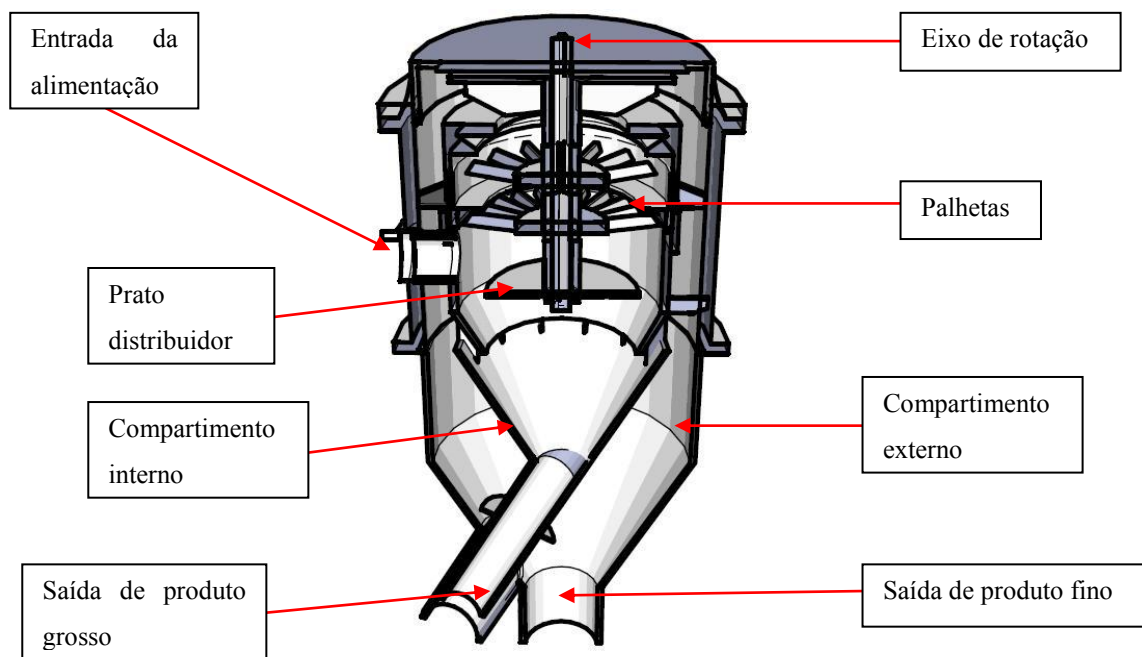
resposta dinâmica do sistema. A partir dos dados obtidos, foi possível determinar a função de transferência característica do alimentador.

## 4.3 Classificador pneumático

### 4.3.1 Descrição do equipamento

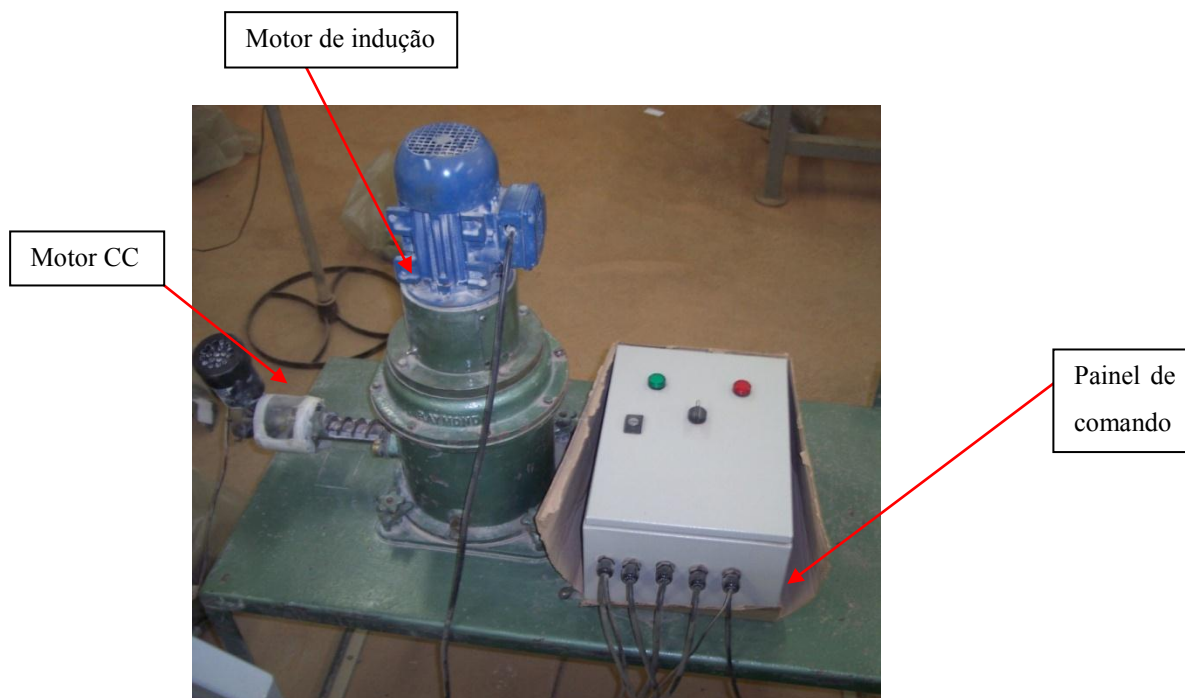
O classificador utilizado neste projeto é um classificador pneumático de primeira geração fabricado pela Raymond Inc., atualmente subsidiária da francesa Alstom. Nos classificadores de primeira geração, como mostra a Figura 4-3, há somente um motor que gira o prato distribuidor da alimentação, cuja velocidade de rotação é a mesma do ventilador e das palhetas. Isso cria um fluxo de ar que não pode ser controlado de forma independente, de maneira que a frequência de rotações do classificador se torna a única variável que pode ser utilizada no controle da sua operação.

O motor principal desse equipamento possui inversor de frequência, o qual permite que sua velocidade possa ser variada entre 500 e 4500 RPM. O inversor também implementa uma malha de controle PID de velocidade, o que garante grande precisão no valor desejado. Essa velocidade pode ser operada no modo local ou remoto (através do sistema supervisão). O Laboratório de Tecnologia Mineral (LTM) possui diversos conjuntos de palhetas para esse classificador, que podem ser variadas, em intervalos de 6, desde 0 até 36. A Figura 4-3 mostra os componentes do classificador.



**Figura 4-3 - Modelo em CAD do classificador pneumático do laboratório LTM**

O conjunto motor de corrente contínua/rosca de alimentação (Figura 4-4) foi projetado com o objetivo de permitir atingir vazões de até 1 kg/min, sendo que essa limitação deve ser considerada como uma restrição de controle.



**Figura 4-4 - Classificador Pneumático**



### 4.3.2 Procedimento experimental

Para a modelagem da eficiência do classificador do laboratório, foi desenvolvido um plano experimental do tipo Box-Behnken para explorar as relações entre os parâmetros da curva de Whiten e as condições operacionais do equipamento. A Tabela 4-1 mostra o plano desenvolvido e a Tabela 4-2 mostra as condições de teste.

**Tabela 4-1 - Plano experimental**

Vel. Rotor	Alimentação	Total de Palhetas	Número de réplicas
1	-1	-1	0
0	-1	-1	0
-1	-1	-1	0
1	0,	-1	1
-1	0	-1	1
1	1	-1	0
0	1	-1	0
-1	1	-1	0
1	-1	0	1
-1	-1	0	0
0	0	0	4
1	1	0	0
-1	1	0	0
1	-1	1	0
0	-1	1	1
1	0	1	0
-1	0	1	0
0	1	1	0

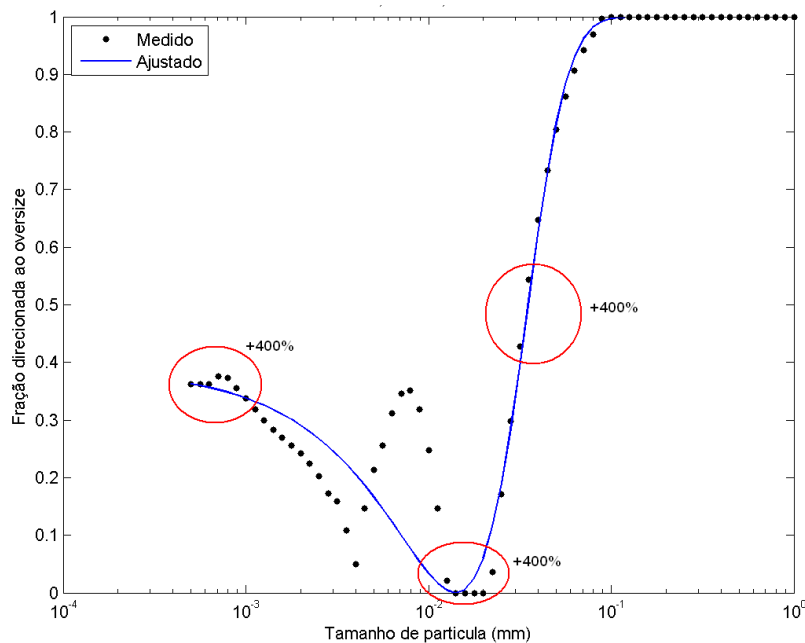
**Tabela 4-2 – Condições de teste**

Vel. Rotor (RPM) $\pm$ 0,2%		Alimentação (g/min) $\pm$ 3%		Total de Palhetas	
1	3000	1	300	1	30
0	2000	0	200	0	18
-1	1000	-1	100	-1	6

Os ensaios foram realizados da seguinte forma: a partir de um material previamente seco em estufa, o classificador foi alimentado a uma taxa conhecida durante 10min. Em seguida, o material descarregado pelo *undersize* e *oversize* foi pesado, calculando-se o

balanço de massas. Os ensaios que apresentaram mais de 5% de erro de balanço foram descartados e refeitos. Após a execução de cada teste, o material era quarteado e uma alíquota analisada por difração laser.

A partir dos dados obtidos, as curvas de partição foram traçadas. Cada curva de partição foi interpolada empregando a curva de Whiten, utilizando o método de mínimos quadrados não lineares. Para melhor coerência do ajuste, os pesos dos pontos mais importantes da curva de partição foram majorados para 400% maior que os demais, e optou-se por restringir os valores dos parâmetros para:  $1 \leq \alpha_c \leq 12$ ;  $0 \leq \beta_c \leq 5$ ;  $0,3 \leq C_b \leq 1$ . A Figura 4-5 mostra as regiões que receberam maior peso no ajuste individual das curvas de partição.



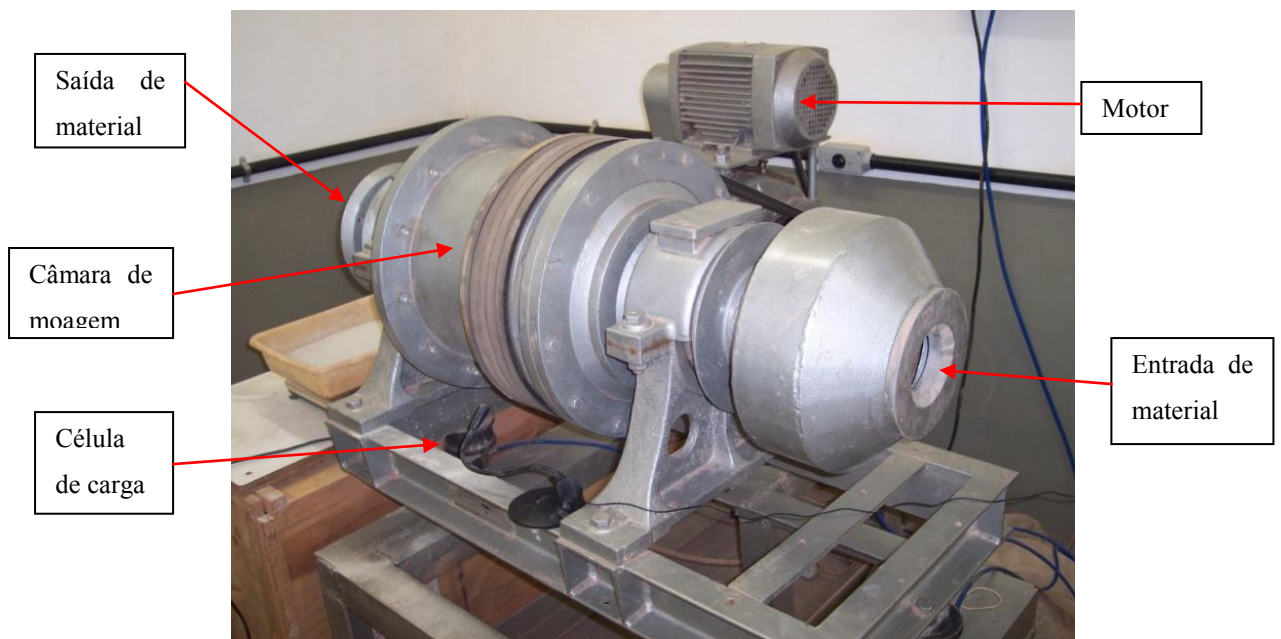
**Figura 4-5: Esquema de ponderação dos pontos da curva de partição.**

A partir das curvas ajustadas procedeu-se à modelagem em relação às condições operacionais de classificação. Utilizando o software Statistica<sup>®</sup> foram determinadas as relações polinomiais de maior relevância estatística (95% de confiança e significância de 5%) para as funções usadas na descrição da influência das variáveis operacionais em  $\alpha_c$ ,  $\beta_c$ ,  $C_b$  e  $d_{50c}$ .

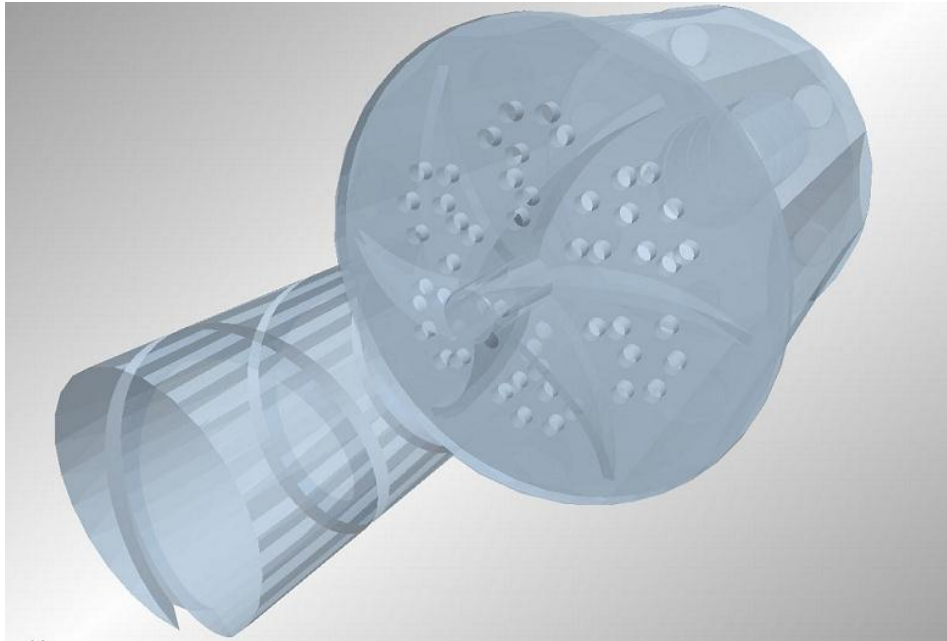
## 4.4 Moinho de bolas

### 4.4.1 Descrição do equipamento

O moinho de bolas contínuo, fabricado pela empresa Cimaq Ltda., é o principal equipamento do sistema e o responsável pela moagem do material. Este moinho (Figura 4-6) possui uma única câmara de moagem. Ele apresenta 31 cm de diâmetro e 30 cm de comprimento. O conjunto moinho-motor está posicionado sobre três células de carga, que permitem a medição em tempo real da massa de *hold up* durante os experimentos. A descarga de material ocorre através de um diafragma, mostrado em detalhe na Figura 4-7. O transporte de massa para o interior e exterior da câmara de moagem ocorre por meio um tubo que contém uma rosca cobrindo a sua superfície interna, como mostra a Figura 4-8.

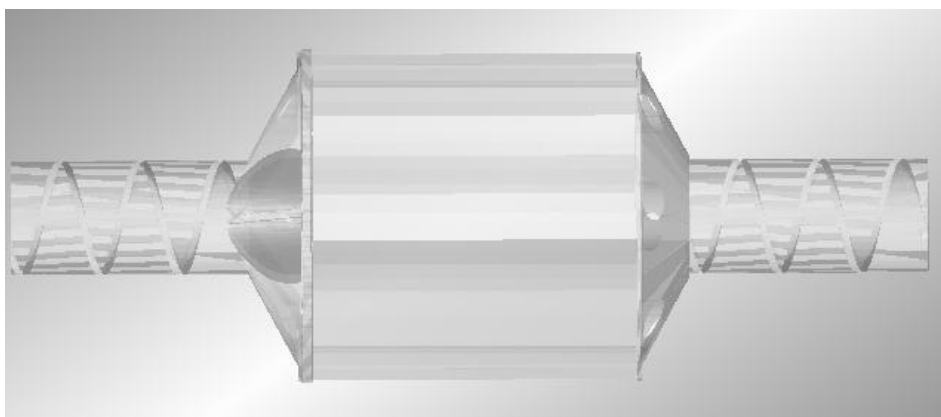


**Figura 4-6 - Moinho de bolas contínuo**



**Figura 4-7 - Detalhe do conjunto do diafragma do moinho**

A velocidade de rotação pode ser variada durante a operação do processo, visto que o motor é acionado por meio de inversor de frequência, o qual possui uma malha interna de controle PID de velocidade, o que garante grande precisão no valor desejado. Essa velocidade pode ser operada no modo local ou remoto (com o auxílio do sistema supervisório). Vale ressaltar que a variação de velocidade de rotação não é normalmente realizada na indústria cimenteira, porém, ela é comumente empregada na operação de moinhos autógenos, semi-autógenos e, eventualmente, nos moinhos de bolas, na indústria mineral.



**Figura 4-8 - Perfil moinho de bolas contínuo**

## 4.4.2 Ensaios de moagem descontínua

Os ensaios de moagem descontínua, também conhecidos como ensaios cinéticos, foram realizados com o objetivo de determinar os parâmetros das funções quebra e seleção. Para a execução do procedimento experimental foi utilizado o próprio moinho contínuo. Para isso, o diafragma do moinho foi obstruído, convertendo-o em um moinho descontínuo. Uma síntese das condições experimentais empregadas nos ensaios de moagem é apresentada na Tabela 4-3.

**Tabela 4-3 - Condições experimentais empregadas nos ensaios de moagem descontínua**

Velocidade de rotação	54 RPM
Fração da velocidade crítica	0,75
Diâmetro dos corpos moedores	1,6 cm
Grau de enchimento	30%
Massa carga moedora	29,8 kg
Preenchimento de vazios	100%

O procedimento dos ensaios de moagem descontínua, realizados a seco, consistiu nas seguintes etapas:

- 1) Cálculo da massa do material ( $M_m$ ) utilizada nos ensaios, a partir da equação:

$$M_m = \rho V_m J U f_p (1 - f_p)$$

sendo  $f_p$  a porosidade nominal da carga, presumida como 40%,  $\rho$  a massa específica dos sólidos,  $V_m$  o volume interno do moinho.

- 2) Separação de uma amostra do material a ser ensaiado para análise granulométrica.
- 3) Carregamento do moinho pela janela de inspeção, o qual foi realizado alternando camadas de corpos moedores (bolas) e camadas de material, de modo a garantir boa mistura já nos estágios iniciais do processo.

- 4) Moagem por um determinado período de tempo.
- 5) Descarregamento do moinho, tendo o cuidado de retirar o máximo possível de material do interior da câmara de moagem e separá-lo dos corpos moedores.
- 6) Quarteamento do material, de modo a se obter uma massa de, aproximadamente, 15g para análise granulométrica por difração laser.
- 7) Retorno do material ao moinho para continuação do ensaio, ou seja, para realizar o próximo tempo de moagem. A amostra de material retirada para análise não era retornada ao moinho, uma vez que a mesma corresponde a uma massa inferior a 1% do material do moinho.

Foram utilizados ensaios em três tempos de moagem: 7, 15 e 30 minutos; repetindo-se os passos 2 a 7 para cada tempo.

A partir das análises granulométricas medidas, procedeu-se à estimação dos parâmetros cinéticos da moagem desse material. Para isso, desenvolveu-se uma rotina em MATLAB<sup>®</sup> com o objetivo de minimizar a soma quadrática dos desvios entre os resultados experimentais e os simulados.

#### 4.4.3 Ensaios de moagem contínua

Com o objetivo de estimar os parâmetros  $d_i$  de transporte foram realizados ensaios em circuito aberto. Os testes consistiram na operação em estado estacionário com diferentes taxas de alimentação do circuito, com análise do material descarregado. Foram medidas também a taxa de descarga (por meio da balança) e o *hold up*. A Tabela 4-4 mostra as condições operacionais utilizadas.

**Tabela 4-4 - Condições experimentais empregadas nos ensaios de moagem descontínua**

Velocidade de rotação	54 RPM
Fração da velocidade crítica	0,75
Diâmetro dos corpos moedores	16 mm
Grau de enchimento	30%
Massa carga moedora	29,8 kg

O procedimento dos ensaios foi o seguinte:

- 1) Carregamento do moinho pela janela de inspeção, o qual foi realizado alternando uma camada de corpos moedores (bolas) e outra camada de material, de modo a garantir boa mistura nos estágios iniciais do processo. O preenchimento de vazios inicial foi de 100%.
- 2) Inicia-se a operação do circuito, ajustando o *set-point* de alimentação no valor desejado do ensaio.
- 3) Aguarda-se o circuito entrar em estado *estacionário*, verificando a diferença entre a taxa de alimentação e descarga e também a estabilização do *hold up*.
- 4) No estado estacionário, é realizada a amostragem da descarga do moinho por 1 min.
- 5) Finaliza-se a operação, ou retorna ao passo 2) para realizar ensaio em outra taxa de alimentação.
- 6) Procede-se à análise granulométrica das amostras.

Os ensaios foram realizados em três condições distintas de operação: 100, 200 e 300 g/min de taxa de alimentação, sendo que, em cada condição de operação, foram realizadas três amostragens. Foi realizado também o experimento de descarregamento do moinho, ou *grind-out*, para a verificação da dinâmica transiente do moinho. Esse experimento consiste nas etapas 1, 2 e 3 do ensaio estacionário e das seguintes etapas:

- 1) No estado estacionário, a alimentação é desligada e inicia-se o processo de descarregamento do moinho.
- 2) A cada 1 min é retirada uma amostra correspondente a 10 s do fluxo de descarga do moinho. Quando a taxa de descarga estiver muito baixa, os tempos são

alterados para 3 min de intervalo e 30 s de amostragem. Essa etapa se repete até o descarregamento total do moinho.

3) Procedese à análise granulométrica das amostras.

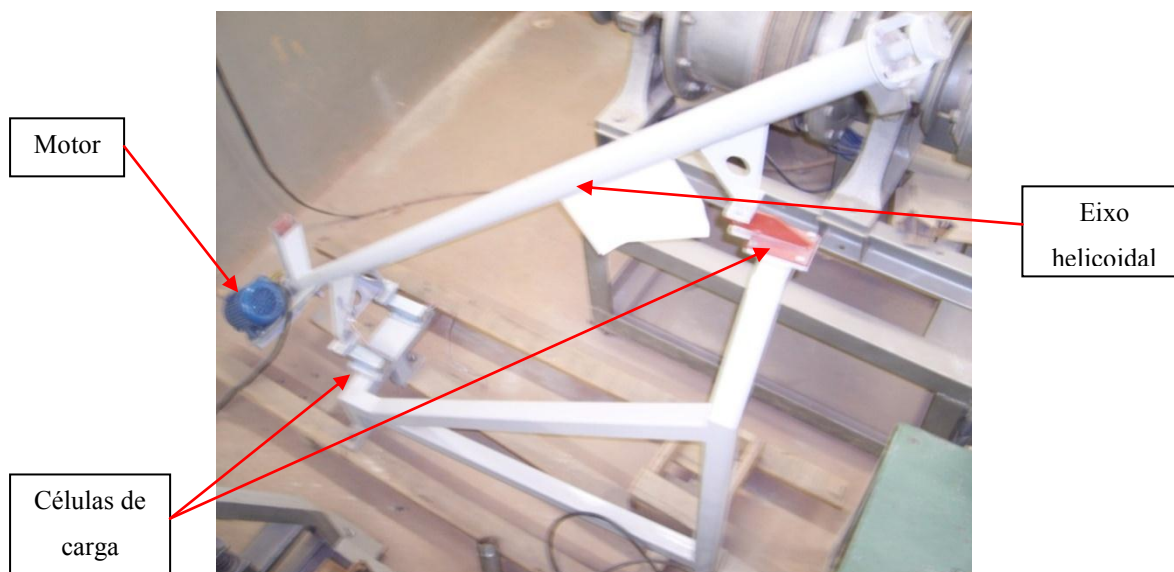
A massa de *hold up* que permaneceu no interior do moinho é chamada de massa mínima, ou  $H_{min}$ , a qual será considerada a massa que não está sujeita a transporte. A partir dos dados de granulometria da descarga e  $H_{min}$  obtidos procedeu-se com a estimação dos parâmetros  $d_i$  de transporte desse material. Como descrito em Bazin et al. (2005), esses parâmetros podem ser modelados como uma função de classificação do tipo de Whiten, desconsiderando o efeito anzol. Logo, não é necessário estimar um parâmetro para cada uma das  $N$  classes de tamanhos medidas, somente os três coeficientes  $\alpha_c$ ,  $d50_c$  e  $C_b$ .

A estimação dos parâmetros utilizou a Eq. 3-3, na qual  $w_{out}(t)$  é medido e  $m(t)$  é calculado simulando-se a resposta do modelo a partir das funções quebra, seleção,  $H_{min}$  e dos próprios parâmetros  $d_i$ . Para melhor ajuste do modelo, foram consideradas como variáveis também os parâmetros  $S_1$ ,  $\alpha$  e  $c$  da função seleção, obtendo deste modo, um sistema com  $kN$  equações e seis incógnitas. O número  $N$  de classes usadas foi 49 e o número de dados experimentais ( $k$ ) foi 16, configurando assim um problema de mínimos quadrados. Esta minimização foi ponderada adicionando-se pesos 500% maiores para os pontos dos estados estacionários. Como restrição de otimização, o modelo foi configurado para prever o *hold up* do moinho com 98% de certeza.

## 4.5 Transportador

O transportador helicoidal, fabricado pela Imetec Ltda., é constituído por um tubo metálico com uma rosca sem fim no interior. Ele é apoiado sobre três células de carga, que permitem a medição da vazão de material. Um motor de indução de velocidade constante aciona a rosca sem fim para levar o material da entrada até a sua saída. A Figura 4-9 mostra o equipamento.





**Figura 4-9 - Transportador de material**

Foram realizados testes de resposta ao degrau no equipamento com o objetivo de modelá-lo por meio de funções de transferência. Para tanto, o alimentador vibratório foi posicionado na entrada do transportador, e uma balança foi colocada na sua saída. Com isso, a taxa de alimentação foi variada e verificou-se o comportamento da descarga sobre a balança.

A fim de minimizar o efeito da dinâmica da alimentação, o alimentador vibratório foi calibrado para operar em modo manual (isso faz com que a dinâmica seja bem mais rápida do que com o controle da vazão, porém o valor da taxa não pode ser controlado precisamente, efeito que é compensado pela medição da balança). O momento exato do início da alimentação foi medido com o auxílio de um cronômetro, a fim de compensar o tempo morto do alimentador.

## 4.6 Circuito fechado de moagem

O circuito fechado de moagem do Laboratório de Tecnologia Mineral (LTM/COPPE/UFRJ) é constituído pelos equipamentos descritos nas seções 4.2, 4.3, 4.4 e 4.5, bem como por um sistema supervisor capaz de monitorar as variáveis mais importantes do processo. Esse sistema (Figura 4-10), programado na plataforma LabVIEW<sup>®</sup>, teve o seu desenvolvimento iniciado em Kalleback (2009) e finalizado

durante o presente trabalho. O circuito estudado neste trabalho é configurado no modo direto, como mostra a Figura 4-11.



Figura 4-10 – Tela do sistema supervisor



Figura 4-11 - Circuito fechado de moagem

O modelo do CFM foi composto dos modelos dos equipamentos individuais, não tendo sido realizados ensaios com o circuito completo no presente trabalho.

## 4.7 Metodologia Computacional

Para efeitos de comparação dos tempos de convergência descritos nesse trabalho, o computador utilizado nas simulações foi um desktop com processador AMD Athlon II X3 de 2,7 GHz e 8 GB de memória DDR3, utilizando o sistema operacional Windows<sup>®</sup> 7 de 32 bits. Nos dias atuais, esse computador é considerado de baixo custo.

As rotinas de otimização foram implementadas utilizando a biblioteca de funções do MATLAB<sup>®</sup>. Vale ressaltar que o MATLAB<sup>®</sup> não possui *toolboxes* oficiais ou funções específicas para o controle NMPC, o qual foi integralmente desenvolvido como parte do presente trabalho. As rotinas de otimização utilizam a função *fmincon*, a qual é um método de otimização com restrições, baseado em cálculos de gradientes. A escolha dos algoritmos de otimização foi baseada no número de restrições de cada problema. Para o RTO (Otimizador em tempo real) foi escolhido o algoritmo *active-set* e para o MHE (Estimador de horizonte móvel) e o CPT (Controle preditivo do transiente) foram escolhidos algoritmos de pontos interiores. Durante o desenvolvimento do controlador, outras combinações de algoritmos foram testadas, porém, a combinação escolhida foi a que apresentou melhor desempenho.

A modelagem e simulação do trabalho foi implementada nos softwares MATLAB<sup>®</sup> e Simulink<sup>™</sup> utilizando *S-functions* para os modelos não lineares e funções de transferência para os modelos lineares. Esses softwares apesar de serem mais lentos que as linguagens compiladas, permitem fácil implementação de rotinas computacionais, tornando mais dinâmico o desenho e a simulação de estratégias de controle.

## Capítulo 5: Resultados e discussão

Neste capítulo são apresentados os modelos obtidos para cada equipamento do processo, sendo também realizada a análise e a otimização da usina “virtual” gerada a partir dos modelos. Por fim, é realizada a avaliação do controlador NMPC em comparação com outros controladores lineares.

### 5.1 Estimação de parâmetros do modelo

#### 5.1.1 Alimentador Vibratório

Seguindo a metodologia descrita em 4.2, o ensaio de resposta ao degrau forneceu dados para a modelagem da dinâmica do equipamento. Com isso, foi possível determinar uma função de transferência de segunda ordem com atraso que descreve satisfatoriamente o comportamento do alimentador.

$$G_{\text{alim}}(s) = \frac{1}{(1 + 60,62s)(1 + 20,58s)} e^{-5,85s}$$

Percebe-se pela função de transferência que o alimentador vibratório possui tempo de estabilização da descarga (*settling time*) de aproximadamente 268 segundos e um atraso de tempo de 5,85 s. A Figura 5-1 mostra a comparação entre os dados experimentais e a resposta do modelo obtido e a Figura 5-2 mostra o diagrama de blocos da implementação do modelo.

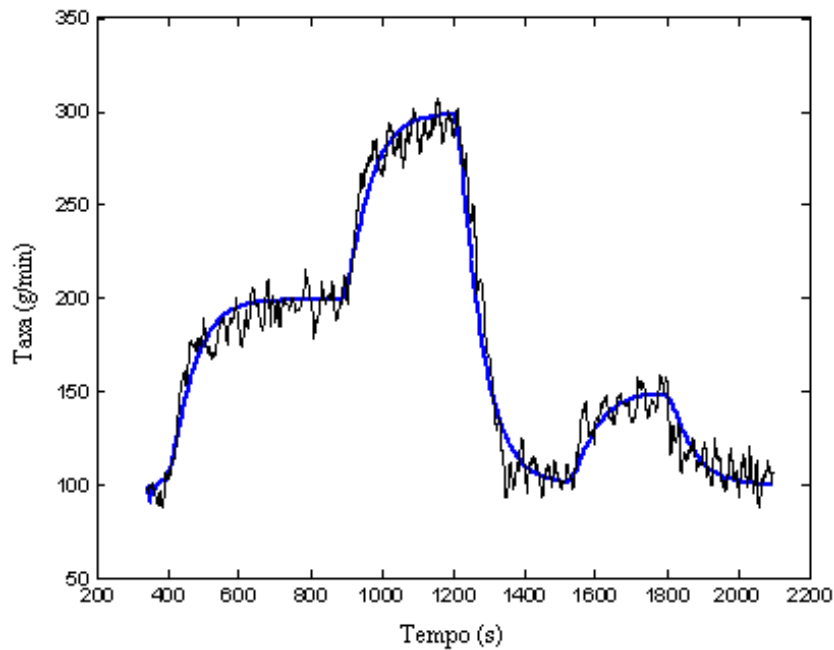


Figura 5-1 - Ensaio de resposta ao degrau do alimentador, com a linha preta representando os resultados experimentais e a azul o modelo ajustado.

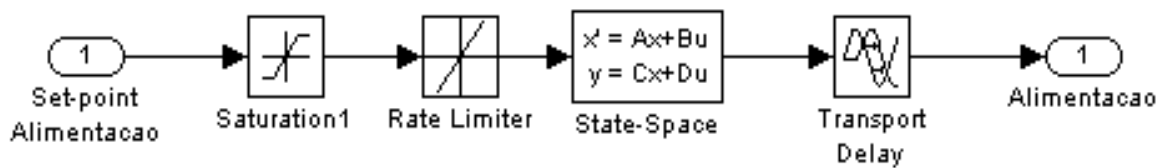


Figura 5-2 - Diagrama de blocos do modelo do alimentador vibratório

## 5.1.2 Moinho de bolas

### 5.1.2.1 Ensaio de moagem descontínua

O ensaio descontínuo forneceu dados para descrever o comportamento da moagem no moinho em operação contínua. A modelagem utilizou a função seleção de Austin e a função quebra bimodal de King, descritas na seção 2.2.2. A Figura 5-3 mostra a comparação entre os dados experimentais e os modelados.

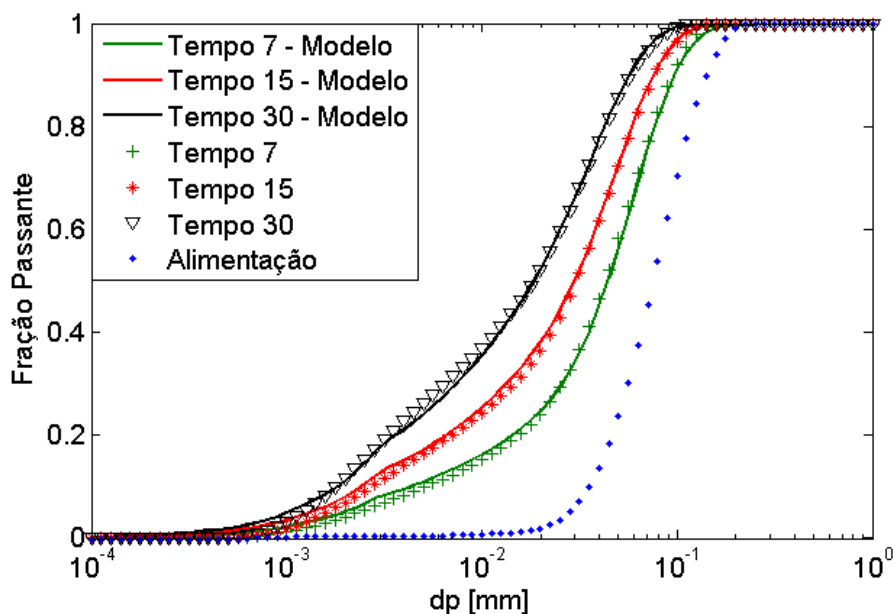


Figura 5-3 - Ajuste do modelo de moagem em batelada (descontínua)

A Tabela 5-1 mostra os parâmetros ótimos da função quebra e seleção encontrados para o moinho em batelada.

Tabela 5-1 - Parâmetros da moagem batelada

Função Seleção		Função Quebra	
$S_l$	5,711	$\beta$	0,985
$\alpha$	1,632	$\gamma$	0,595
$\mu$	1	$\varphi$	0,99
$A$	0	$k_{King} (\mu\text{m})$	2,961
		$n_3$	0,920

O modelo calibrado apresentou  $R^2$  igual a 0,99 em relação aos dados experimentais, mostrando ser capaz de descrever os principais efeitos da moagem.

### 5.1.2.2 Ensaios de moagem contínua

O modelo que contém apenas os parâmetros cinéticos não é capaz de descrever o efeito do transporte na granulometria do produto. Assim, foram realizados experimentos com o objetivo de estimar o efeito de classificação interna do moinho, descrita pelos parâmetros  $d_i$ . Seguindo a metodologia descrita em 4.4.3, foram realizados experimentos para a

medição da granulometria do produto e do *hold up* do moinho no estado estacionário com taxas de alimentação de sólidos de 100, 200 e 300 g/min, assim como em ensaios do tipo “*grind out*”.

Dados operacionais obtidos com o auxílio do sistema supervisorio durante o experimento de 200 e 300g/min e *grind out* são apresentados na Figura 5-4.

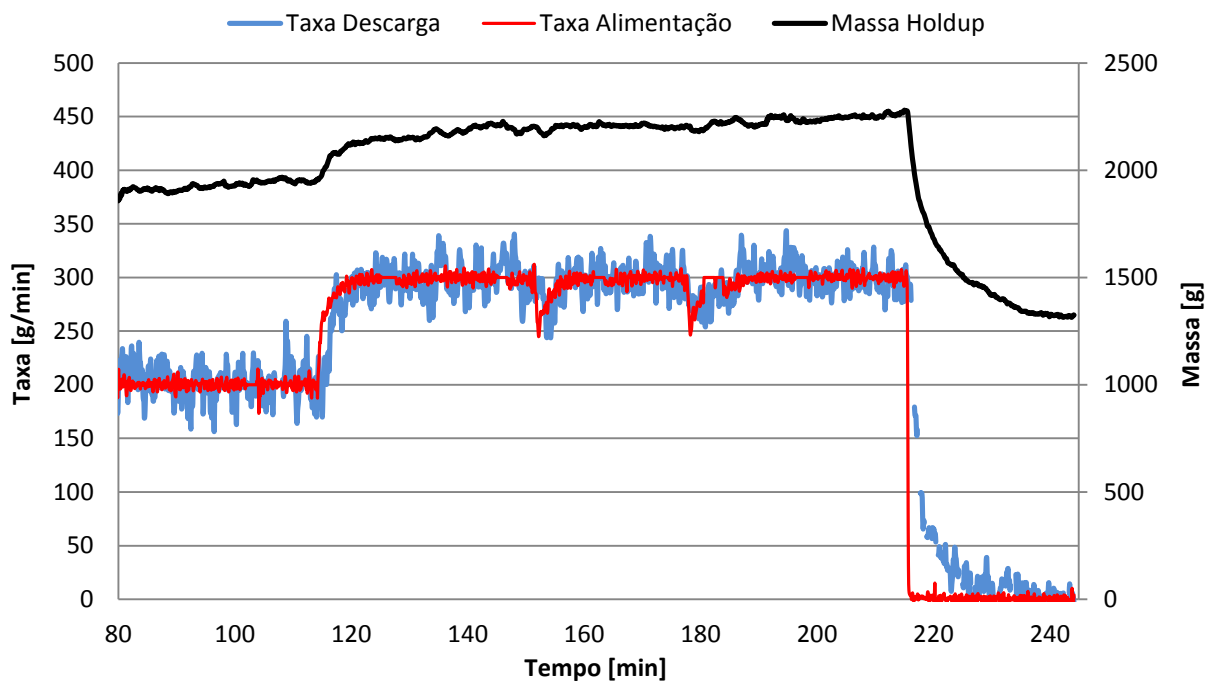


Figura 5-4 - Dados de *hold up*, taxa de alimentação e taxa de descarga obtidos do sistema supervisorio

Nos tempos de 150 e 180 minutos percebem-se perturbações na taxa de alimentação, as quais foram causadas por erros no procedimento de reabastecimento do silo do alimentador. Com isso, observa-se a atuação do controle da alimentação, o qual se mostrou robusto ao alto nível de ruídos de medição, trazendo a alimentação de volta ao *set-point* em ambos os casos. O descarregamento do moinho (*grind out*) iniciou no tempo correspondente a 215 minutos. Foram ignorados os dados da descarga obtidos durante as amostragens.

A partir dos dados obtidos, foram estimados parâmetros do modelo do moinho de bolas contínuo. A Figura 5-5 mostra a distribuição granulométrica do produto nas três taxas distintas de operação utilizadas nos ensaios, e o ajuste do modelo.

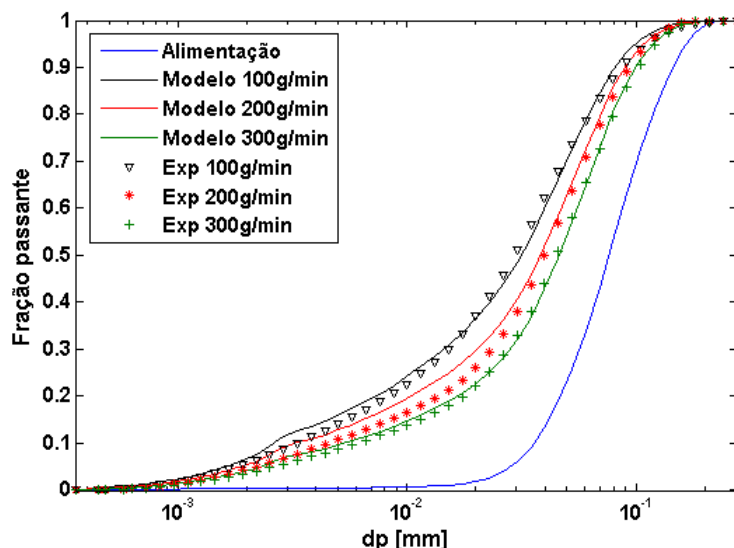


Figura 5-5 - Ajuste do modelo de moagem contínua para os três estados estacionários

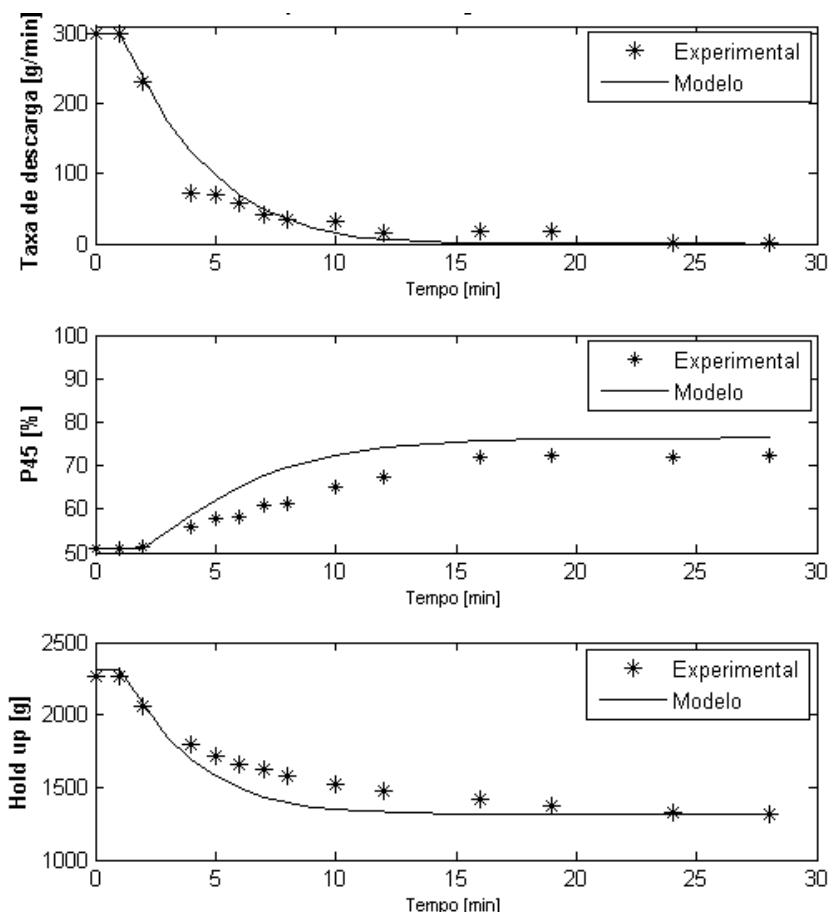
Para o melhor ajuste dos dados experimentais, permitiu-se variação dos parâmetros cinéticos da função seleção,  $S_1$  e  $\alpha$ . Como apresentado na Tabela 5-2, esses parâmetros sofreram redução em relação àqueles estimados a partir dos resultados da moagem em batelada, mostrando que a taxa de quebra do material teve uma pequena redução na moagem contínua. O valor do parâmetro  $c$  da equação Eq. 2-3 encontrado foi superior ao encontrado por Austin e Concha (1993). Isso pode ser associado ao fato do material moído (Ecat) ter atingido níveis de *hold up*, nas diferentes taxas de alimentação, mais baixos que aqueles encontrados por Oliveira (2009), os quais se situaram em torno de 4 kg para o moinho analisado, indicando que a sua descarga do moinho seja mais alta do que o habitual.

Tabela 5-2 - Parâmetros da moagem contínua

Função Seleção		Função Classificação Interna	
$S_1$	2,849	$d50_c$ ( $\mu\text{m}$ )	41,073
$\alpha$	0,718	$\alpha_c$	1,231
$c$	3,269	$C_b$	1
		Hmin (g)	1315



O teste de *grind-out* foi utilizado com o intuito de verificar a aderência do modelo da moagem contínua a condições operacionais transientes. A Figura 5-6 apresenta a comparação entre os dados experimentais e o ajuste pelo modelo.



**Figura 5-6 - Ajuste do modelo de moagem contínua para o regime transiente.**

Para taxas baixas de descarga, o modelo já não se mostrou capaz de prever com precisão o comportamento do moinho, sendo apenas capaz de indicar a tendência de comportamento. Porém, como a taxa de alimentação mínima é igual a 50 g/min, a qual corresponde à mínima que pode ser alimentada pelo alimentador vibratório, pode-se considerar que, na operação normal do moinho, essas taxas não serão atingidas. Desse modo, pode-se considerar que o modelo tem boa capacidade de previsão, tornando-o apto a utilização em sistemas de controle.

## 5.1.3 Classificador Pneumático

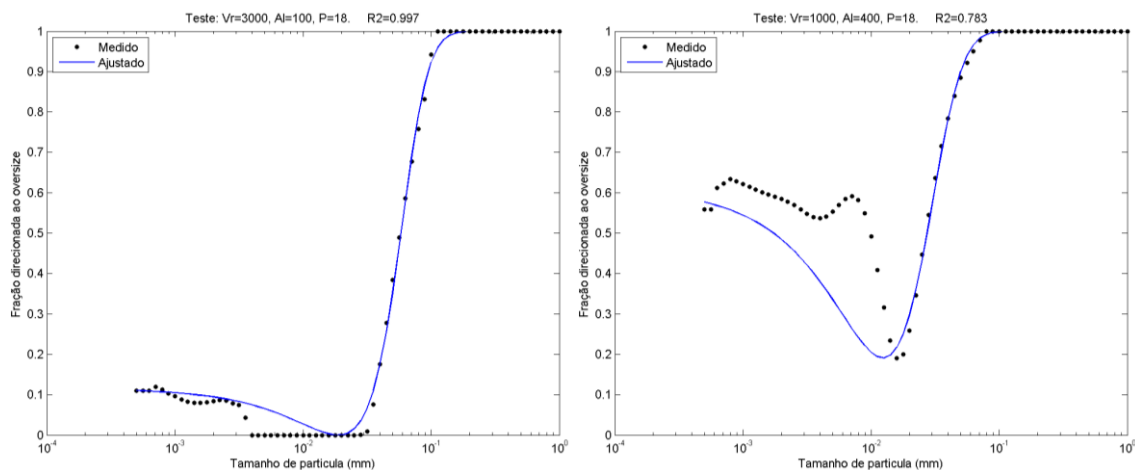
### 5.1.3.1 Interpolação das curvas de partição

Foram realizados ensaios para a modelagem do classificador seguindo o procedimento experimental apresentado em 4.3.2. As curvas de partição encontradas em cada condição operacional foram interpoladas com a função de Whiten. A Tabela 5-3 apresenta os coeficientes obtidos e o coeficiente de correlação  $R^2$  para cada curva, considerando o efeito anzol.

**Tabela 5-3 - Parâmetros de Whiten para cada condição operacional (considerando o efeito “anzol” da curva de partição)**

Velocidade do rotor (RPM) $\pm$ 0,1%	Alimentação (g/min) $\pm$ 3%	Número total de palhetas	$\alpha_c$	$\beta_c$	$d50_c$	$C_b$	$R^2$
3000	250	6	1,040	0,873	0,196	0,813	0,970
3000	250	6	6,204	0,145	0,168	0,850	0,975
1000	250	6	9,887	0,147	0,184	0,805	0,993
1000	250	6	12,000	0,196	0,189	0,792	0,989
2000	400	6	12,000	0,133	0,184	0,890	0,989
2000	100	6	8,452	0,120	0,184	0,883	0,990
1000	100	6	12,000	0,506	0,191	0,695	0,961
1000	400	6	12,000	0,238	0,182	0,830	0,990
3000	400	6	12,000	0,050	0,182	0,891	0,987
2000	250	18	2,123	2,047	0,046	0,602	0,943
2000	250	18	2,149	1,764	0,044	0,654	0,975
1000	400	18	1,518	3,068	0,041	0,390	0,783
1000	100	18	1,988	1,781	0,055	0,658	0,916
2000	250	18	2,527	1,455	0,045	0,699	0,988
3000	400	18	2,371	1,374	0,051	0,726	0,993
2000	250	18	1,893	1,741	0,054	0,671	0,980
2000	250	18	2,212	1,388	0,054	0,732	0,989
3000	100	18	2,498	0,759	0,062	0,884	0,997
2000	250	18	2,416	1,761	0,043	0,641	0,968
2000	100	30	2,368	1,717	0,041	0,652	0,970
2000	100	30	1,897	2,051	0,043	0,612	0,958
1000	250	30	2,069	2,549	0,033	0,352	0,921
3000	250	30	2,577	1,193	0,047	0,760	0,985
2000	400	30	2,060	2,208	0,037	0,578	0,964
3000	100	30	1,954	1,131	0,051	0,813	0,993

A Figura 5-7 ilustra os melhores e piores ajustes, os quais corresponderam aos valores de  $R^2$  de 0,997 e 0,783, respectivamente.



**Figura 5-7 - Condição de mais alto  $R^2$  ( $V_r = 3000$ ,  $W_f = 100$ ,  $N_p = 18$ ) e mais baixo ( $V_r = 1000$ ,  $W_f = 400$ ,  $N_p = 18$ ) para o ajuste considerando o efeito anzol**

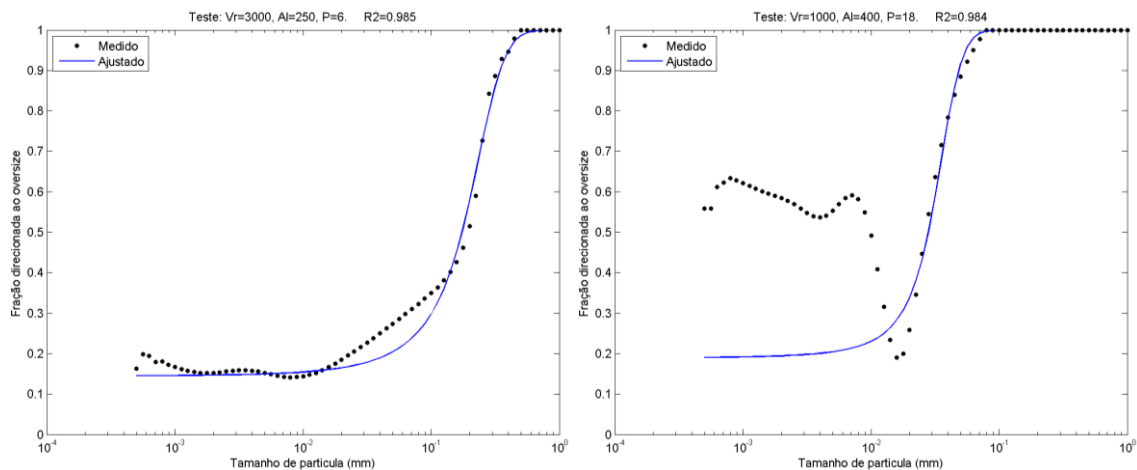
As curvas também foram interpoladas desconsiderando o efeito anzol, igualando o parâmetro  $\beta_c$  a zero e  $\beta^*$  a 1, sendo que a Tabela 5-4 mostra o resumo dos parâmetros ajustados.

**Tabela 5-4 - Parâmetros de Whiten para cada condição operacional (desconsiderando o “anzol”)**

Velocidade do Rotor (RPM) $\pm$ 0,1%	Alimentação (g/min) $\pm$ 3%	Número total de palhetas	$\alpha_c$	$\beta_c$	$d50_c$	$C_b$	$R^2$	$R^{2*}$
3000	250	6	2,610	0,000	0,198	0,855	0,988	0,985
3000	250	6	6,270	0,000	0,166	0,876	0,982	0,977
1000	250	6	10,592	0,000	0,183	0,858	0,971	0,997
1000	250	6	12,000	0,000	0,186	0,880	0,977	0,989
2000	400	6	12,000	0,000	0,182	0,956	0,977	0,980
2000	100	6	8,886	0,000	0,183	0,921	0,980	0,994
1000	100	6	12,000	0,000	0,184	0,918	0,834	0,970
1000	400	6	12,000	0,000	0,179	0,945	0,952	0,985
3000	400	6	12,000	0,000	0,182	0,901	0,984	0,981
2000	250	18	4,391	0,000	0,039	1,000	0,624	0,988
2000	250	18	4,402	0,000	0,038	1,000	0,807	0,990
1000	400	18	3,772	0,000	0,032	0,811	0,024	0,984
1000	100	18	4,171	0,000	0,048	1,000	0,602	0,990

2000	250	18	4,663	0,000	0,041	1,000	0,874	0,991
3000	400	18	4,476	0,000	0,046	1,000	0,899	0,990
2000	250	18	4,082	0,000	0,047	1,000	0,827	0,990
2000	250	18	4,284	0,000	0,049	1,000	0,890	0,991
3000	100	18	4,209	0,000	0,060	1,000	0,984	0,995
2000	250	18	4,694	0,000	0,037	1,000	0,748	0,991
2000	100	30	4,618	0,000	0,036	1,000	0,771	0,990
2000	100	30	4,211	0,000	0,036	1,000	0,775	0,986
1000	250	30	4,293	0,000	0,027	0,668	0,493	0,986
3000	250	30	4,622	0,000	0,044	1,000	0,892	0,992
2000	400	30	4,336	0,000	0,031	1,000	0,690	0,986
3000	100	30	4,078	0,000	0,048	1,000	0,964	0,993

Neste caso são apresentadas duas formas distintas de calcular o coeficiente de correlação: a coluna  $R^2$  corresponde ao coeficiente de correlação considerando todos os dados experimentais, enquanto a coluna  $R^{2*}$  considera apenas a parcela que pode ser descrita pelo modelo, ou seja, excluindo-se a parte do anzol. A Figura 5-8 exemplifica os resultados correspondentes aos maiores e menores valores de  $R^2$  obtidos, iguais a 0,988 e 0,024, respectivamente.



**Figura 5-8 - Condição de mais alto  $R^2$  ( $V_r = 3000$ ,  $W_f = 250$ ,  $N_p = 6$ ) e mais baixo ( $V_r = 1000$ ,  $W_f = 400$ ,  $N_p = 18$ ) para o ajuste sem o efeito anzol**

As figuras demonstram a boa aderência do modelo aos pontos experimentais para granulometrias maiores que aquelas nas quais aparece o efeito do anzol. Além disso, a distribuição granulométrica do material de alimentação mostra que a maior parte da massa está contida nesse intervalo (91% entre  $240\mu\text{m}$  e  $35\mu\text{m}$ ). Assim, o modelo possui

boa capacidade de previsão da separação de sólidos do classificador, mesmo se for utilizado na forma que não contempla o efeito anzol.

Pode-se perceber que ambas as funções de interpolação, com e sem anzol, descrevem satisfatoriamente as curvas de partição experimentais. Porém, o ajuste se mostrou bastante dependente dos fatores de ponderação, os quais foram escolhidos pelos critérios descritos em 4.3.2. Com isso, é possível encontrar um conjunto de parâmetros ligeiramente diferente, caso sejam modificados os fatores de ponderação.

### 5.1.3.2 Modelagem do Classificador

Partindo-se dos parâmetros de cada curva de partição, foram estimadas funções polinomiais que descrevem o comportamento de cada um dos parâmetros em relação às condições operacionais do classificador.

A Tabela 5-5 mostra os parâmetros obtidos para a função que considera o anzol na curva de partição. As funções polinomiais obtidas são:

$$\alpha_c(x, y, z) = a_1 + a_2x + a_3z^2 + a_4xy^2 + a_5xz + a_6x^2z + a_7yz + a_8y^2z$$

$$\beta_c(x, y, z) = b_1 + b_2x + b_3y + b_4z + b_5z^2 + b_6xy^2 + b_7xz + b_8yz^2$$

$$C_b(x, y, z) = c_1 + c_2x + c_3y + c_4z + c_5z^2 + c_6x^2y + c_7xz + c_8yz^2$$

$$d50_c(x, y, z) = d_1 + d_2x + d_3z + d_4x^2 + d_5z^2 + d_6z^2y + d_7xz$$

sendo,

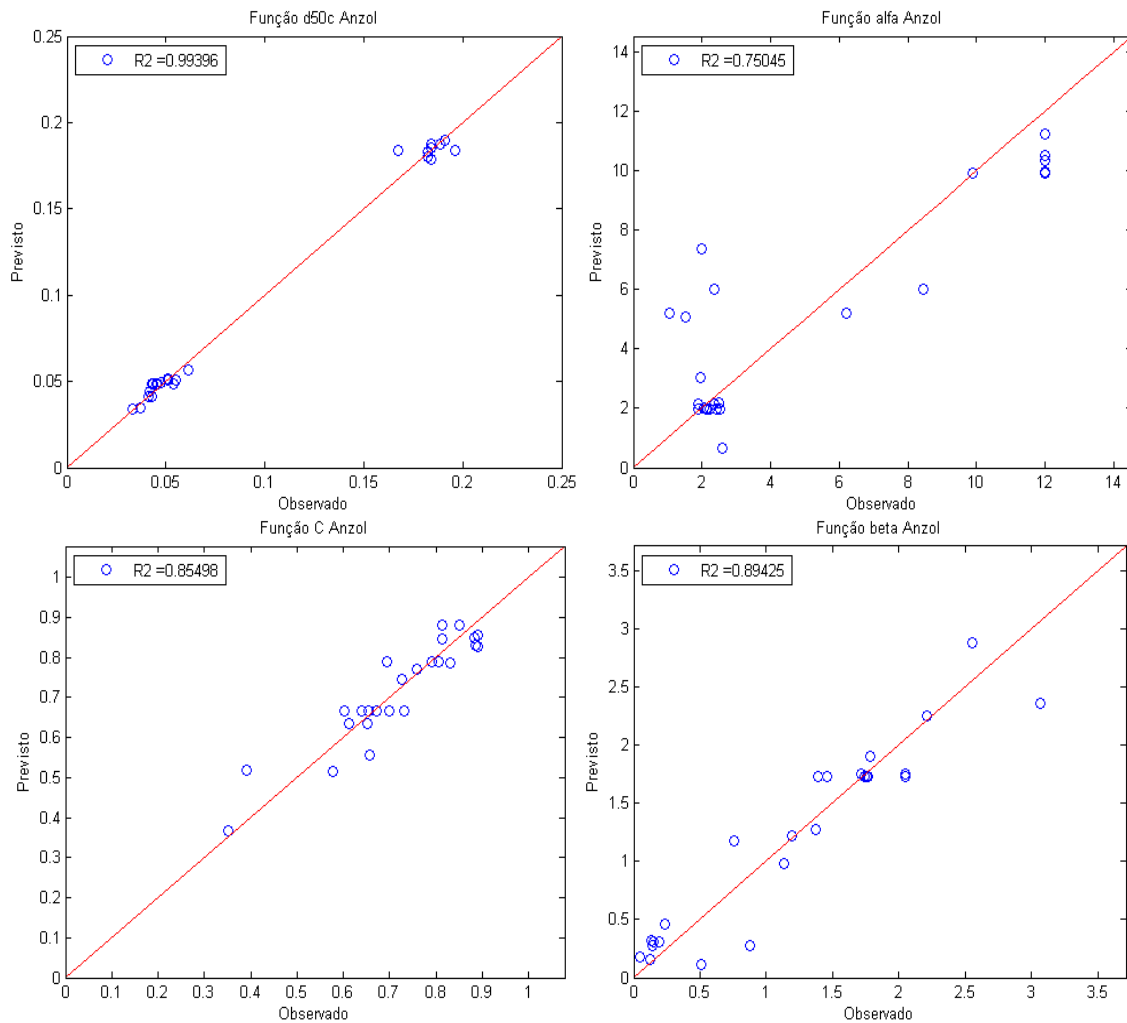
$$x = \frac{V_r}{3000}, \quad y = \frac{W_{AC}}{400}, \quad z = \frac{N_p}{30}$$

Nas quais,  $V_r$  é igual à velocidade de rotação do rotor do classificador,  $W_{AC}$  a taxa de alimentação e  $N_p$  o número total de palhetas.

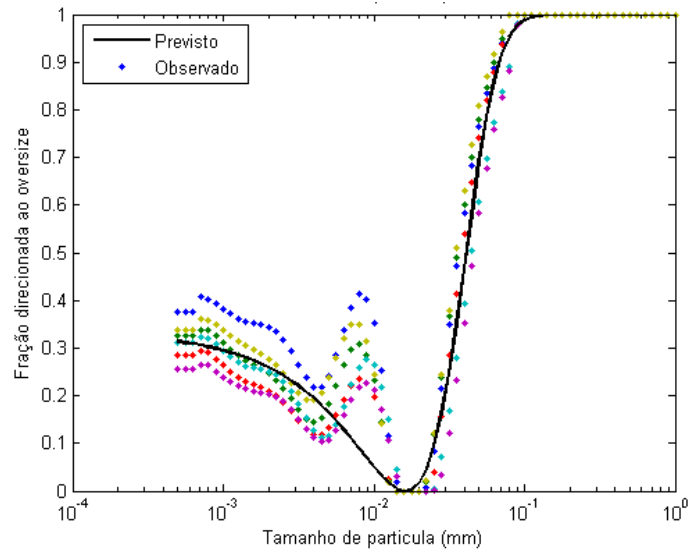
**Tabela 5-5 - Parâmetros do Modelo de Classificação (anzol)**

$\alpha_c(x,y,z)$		$\beta_c(x,y,z)$		$C_b(x,y,z)$		$d50_c(x,y,z)$	
a <sub>1</sub>	15,771	b <sub>1</sub>	-1,652	c <sub>1</sub>	0,916	d <sub>1</sub>	0,313
a <sub>2</sub>	-12,170	b <sub>2</sub>	0,785	c <sub>2</sub>	0,081	d <sub>2</sub>	-0,039
a <sub>3</sub>	5,436	b <sub>3</sub>	0,701	c <sub>3</sub>	0,008	d <sub>3</sub>	-0,669
a <sub>4</sub>	9,784	b <sub>4</sub>	8,437	c <sub>4</sub>	-1,017	d <sub>4</sub>	0,029
a <sub>5</sub>	-25,431	b <sub>5</sub>	-3,794	c <sub>5</sub>	0,330	d <sub>5</sub>	0,389
a <sub>6</sub>	23,782	b <sub>6</sub>	-0,600	c <sub>6</sub>	-0,070	d <sub>6</sub>	-0,011
a <sub>7</sub>	-21,922	b <sub>7</sub>	-3,044	c <sub>7</sub>	0,587	d <sub>7</sub>	0,032
a <sub>8</sub>	8,018	b <sub>8</sub>	0,462	c <sub>8</sub>	-0,136		

A Figura 5-9 apresenta a comparação entre dados previstos e observados para cada parâmetro, e a Figura 5-10 mostra o ajuste do modelo na condição central de testes (0,0,0), ou seja,  $V_r = 2000$ ,  $W_f = 200$ ,  $N_p = 18$ .



**Figura 5-9 - Análise da aderência experimental do modelo de classificação com o efeito anzol. (Superior Esquerda:  $d50_c$ , Superior Direita:  $\alpha_c$ , Inferior Esquerda:  $C_b$ , Inferior Direita:  $\beta_c$ )**



**Figura 5-10 - Ajuste do modelo com anzol na condição central de testes ( $V_r = 2000$ ,  $W_f = 200$ ,  $N_p = 18$ )**

A Tabela 5-6 apresenta os parâmetros obtidos para a função que desconsidera o anzol na curva de partição, em que  $\beta_c = 0$ . Os polinômios a seguir apresentam as relações que descrevem os parâmetros da classificação:

$$\alpha_c(x, y, z) = a_1 + a_2y + a_3z^2 + a_4xy + a_5xy^2 + a_6xz + a_7xz^2 + a_8y^2z$$

$$C_b(x, y, z) = c_1 + c_2z + c_3x^2 + c_4y^2 + c_5z^2 + c_6xz + c_7x^2y + c_8xy^2 + c_9yz^2$$

$$d50_c(x, y, z) = d_1 + d_2x + d_3z + d_4x^2 + d_5z^2 + d_6xz + d_7yz + d_8yz^2$$

sendo,

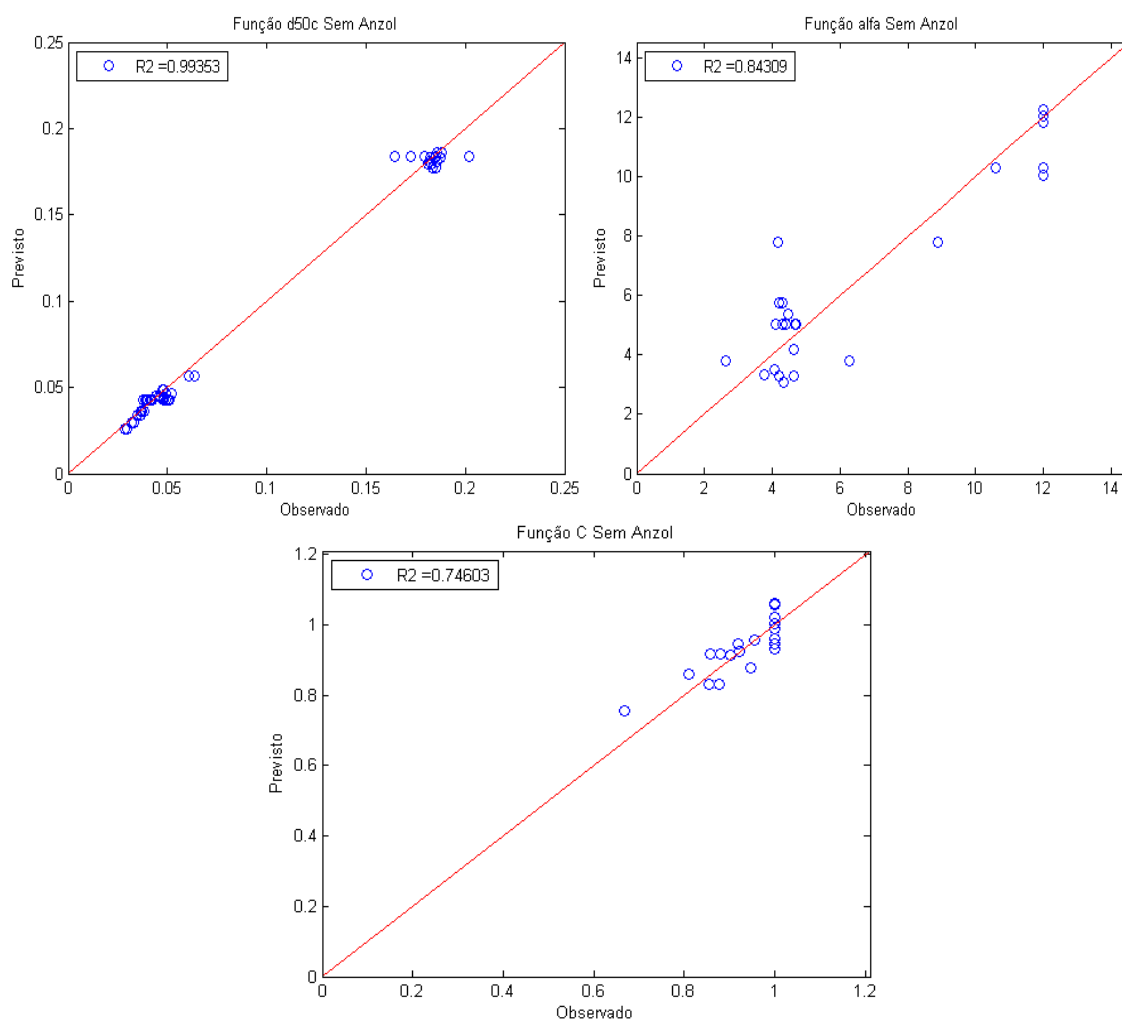
$$x = \frac{V_r}{3000}, \quad y = \frac{W_{AC}}{400}, \quad z = \frac{N_p}{30}$$

**Tabela 5-6 - Parâmetros do Modelo de Classificação (sem o efeito anzol)**

$\alpha_c(x, y, z)$		$C_b(x, y, z)$		$d50_c(x, y, z)$	
$a_1$	10,886	$c_1$	0,923	$d_1$	0,312
$a_2$	9,046	$c_2$	0,118	$d_2$	-0,038
$a_3$	-16,906	$c_3$	-0,124	$d_3$	-0,655

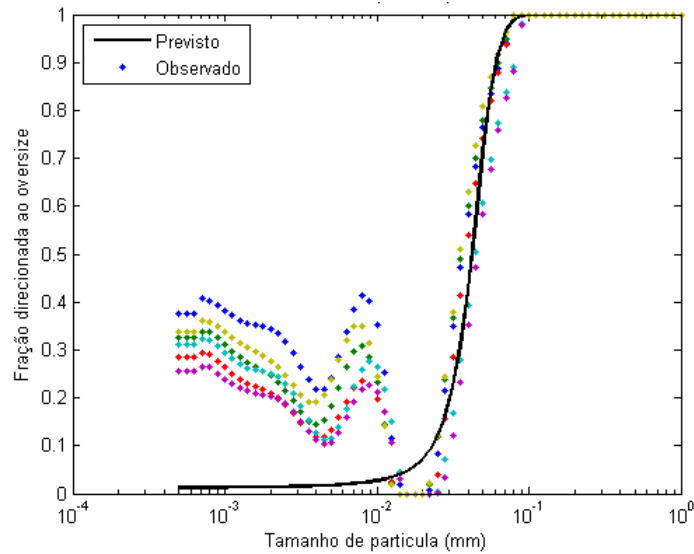
$a_4$	-45,327	$c_4$	-0,241	$d_4$	0,025
$a_5$	42,831	$c_5$	-0,384	$d_5$	0,373
$a_6$	9,271	$c_6$	0,621	$d_6$	0,034
$a_7$	36,872	$c_7$	-0,400	$d_7$	-0,054
$a_8$	-41,356	$c_8$	0,629	$d_8$	0,046
		$c_9$	-0,085		

A Figura 5-11 apresenta a comparação entre os resultados previstos e observados para cada parâmetro, e a Figura 5-12 o ajuste da curva de partição na região central de testes (0,0,0), ou seja,  $V_r = 2000$ ,  $W_f = 200$ ,  $N_p = 18$ .



**Figura 5-11 - Análise da aderência experimental do modelo de classificação sem efeito anzol.**  
(Superior Esquerda:  $d_{50c}$ , Superior Direita:  $\alpha_c$ , Inferior:  $C_b$ )





**Figura 5-12 - Ajuste do modelo sem anzol na condição central de testes ( $V_r = 2000$ ,  $W_f = 200$ ,  $N_p = 18$ )**

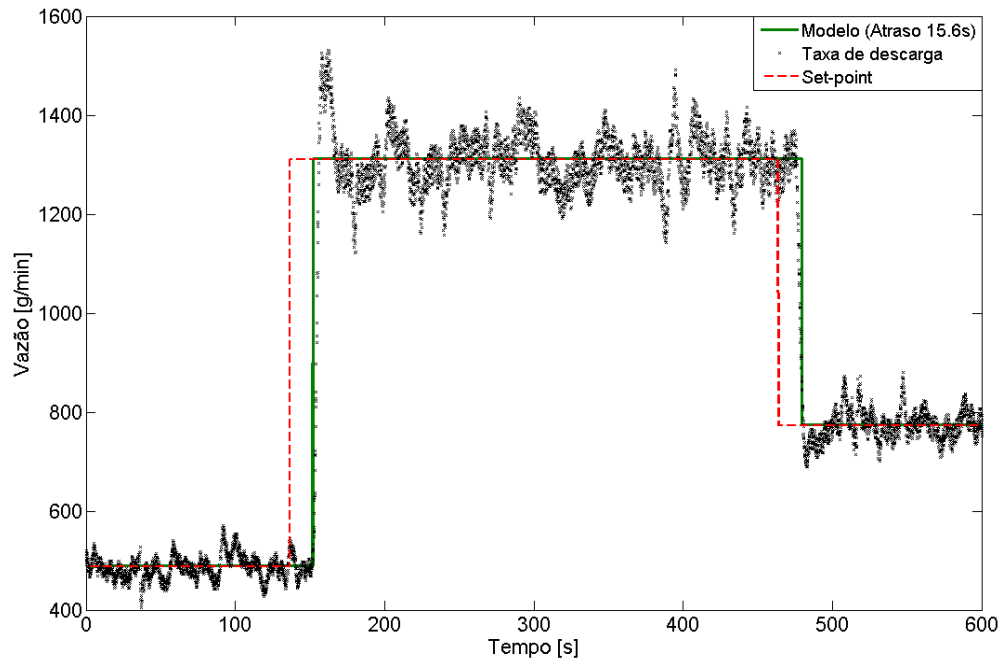
O processo de interpolação e modelagem dos parâmetros do modelo em função das variáveis operacionais do classificador contribuiu para a degradação da informação referente aos efeitos físicos do sistema. No entanto, esse fato não comprometeu a qualidade do modelo, o qual foi capaz de descrever adequadamente os dados experimentais.

### 5.1.4 Transportador

O experimento de resposta ao degrau foi realizado segundo o procedimento descrito na seção 4.5. O transportador foi apropriadamente modelado como um fluxo empistonado, ou seja, apenas um atraso de tempo, descrito pela expressão:

$$G_{\text{transp}}(s) = e^{-15.6s}$$

A Figura 5-13 compara os dados experimentais obtidos ao modelo ajustado.



**Figura 5-13 - Comparação entre os resultados de ensaio de resposta ao degrau com o transportador e o modelo proposto**

## 5.2 Definição das condições operacionais por meio de otimização

Antes do início da operação do processo é preciso definir as condições operacionais que não poderão ser alteradas para o sistema de interesse durante a operação contínua, que são o grau de enchimento ( $J$ ), a distribuição de tamanhos dos corpos moedores ( $d_{cm}$ ), a velocidade de rotação do moinho ( $\varphi_c$ ) e o número de palhetas do classificador pneumático ( $N_p$ ). Para o processo de moagem, essa definição é fundamental para a eficiência operacional da usina, devendo ser encontrada com o auxílio de métodos de otimização. É importante ressaltar a forte influência das características da alimentação do circuito (moabilidade e granulometria) na determinação dessas condições de moagem, tendo em vista os comentários sobre a controlabilidade do processo na seção 3.1.3.1. Assim, para cada conjunto de características da alimentação existirá um conjunto ótimo de variáveis de operação distinto.

O modelo escolhido para ser utilizado na descrição do circuito neste trabalho é constituído pelo modelo do alimentador vibratório, do moinho de bolas contínuo, do

transportador e do classificador pneumático desconsiderando o efeito anzol. Esta escolha do modelo do classificador se deve ao alto custo computacional envolvido no cálculo iterativo do parâmetro  $\beta^*$ , o qual deve ser calculado a cada passo de simulação. Nas diversas rotinas de otimização utilizadas neste trabalho, o modelo do sistema era avaliado em média 200 vezes previamente à convergência. As simulações do modelo utilizando o efeito anzol duravam cerca de 1 minuto, enquanto que, desconsiderando esse efeito, as simulações demandavam apenas aproximadamente 0,3 segundos.

A partir do modelo do sistema definido e considerando a utilização do Ecat como alimentação, foi desenvolvido um programa para otimizar as condições operacionais, tendo como objetivo a maximização da taxa de alimentação de sólidos visando um produto em que 80% é passante na peneira de 45 $\mu$ m. Para evitar que sejam encontrados ótimos locais e não globais, foi empregado o método de otimização global *Globalsearch*, do MATLAB<sup>®</sup>. Esta otimização foi realizada utilizando restrições nas variáveis. Limitou-se o grau de enchimento  $J$  no intervalo de 25% a 35% e  $\varphi_c$  de 65% a 85% da velocidade crítica. Os valores da taxa de alimentação nova ( $W_f$ ) e a velocidade do rotor do classificador ( $V_r$ ) foram restringidas pelas limitações físicas dos equipamentos, descritas nas seções 4.2 e 4.3. Como o material da alimentação é fino (100% -300  $\mu$ m), optou-se por utilizar o menor diâmetro dos corpos moedores disponível no laboratório, que correspondia a 16 mm. A fim de evitar problemas de programação inteira, a rotina de minimização foi executada para cada valor possível de  $N_p$ , sendo escolhida aquela que proporcionou a maior taxa de produção. A Tabela 5-7 mostra os valores dos parâmetros encontrados.

**Tabela 5-7: Parâmetros ótimos de operação do CFM**

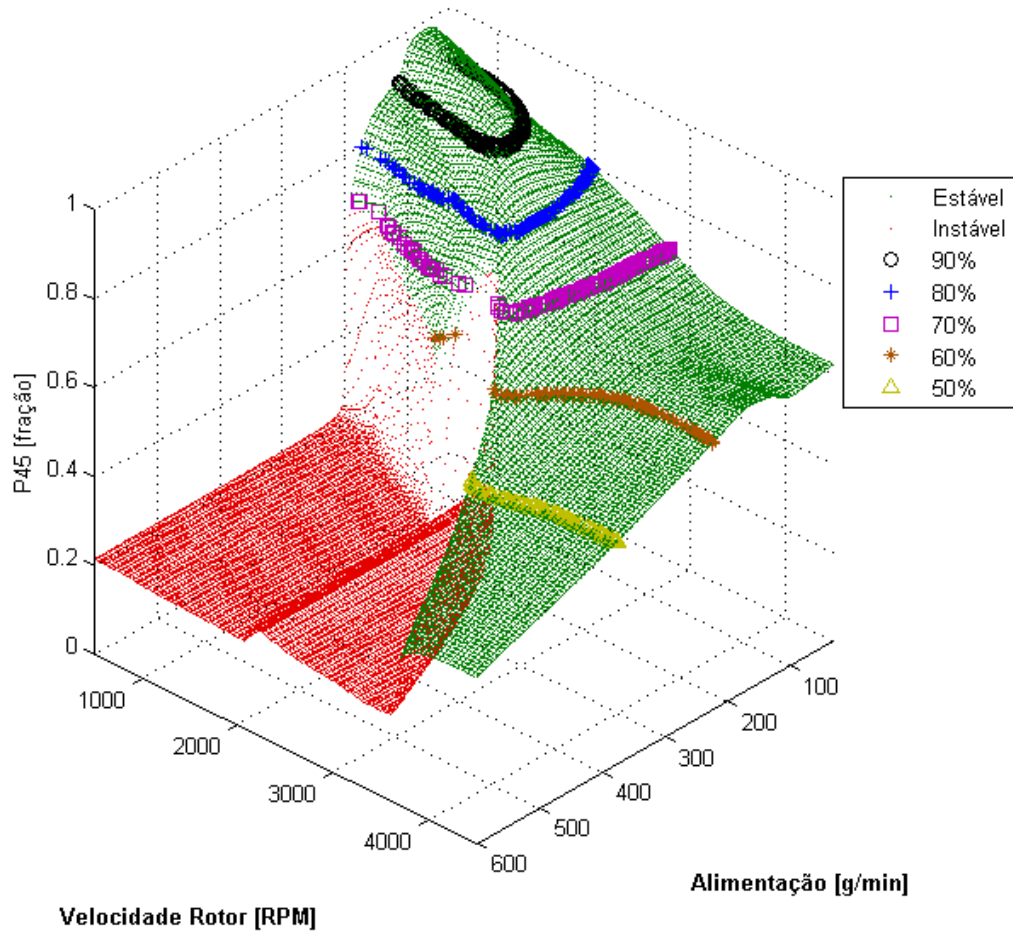
Variável	Valor ótimo	Restrições	
		Máximo	Mínimo
Grau de enchimento $J$	35,00%	35,00%	25,00%
Fração da velocidade crítica $\varphi_c$	79,40%	85,00%	65,00%
Diâmetro do corpos moedores	16 mm	-	-
Número de palhetas $N_p$	30	36	6
Taxa de alimentação nova $W_f$	202,1 g/min	1000 g/min	50 g/min
Velocidade do rotor do classificador $V_r$	2035,5 RPM	4500 RPM	500 RPM

Como o modelo não contempla a previsão de desgaste dos corpos moedores e a energia consumida no processo, não foi surpresa observar que a otimização levasse o valor de  $J$  ao máximo possível. Essa condição resultou no *hold up* de 2729 g ( $U=60\%$ ) e na carga circulante de 131%.

### 5.3 Análise das condições operacionais

A partir da configuração ótima do circuito, simulou-se a resposta do modelo frente a variações nas variáveis de entrada  $W_f$  e  $V_r$ , considerando o sistema sem perturbações. Para cada conjunto de entradas ( $50 \leq W_f \leq 600$  g/min e  $500 \leq V_r \leq 4500$  RPM) foram simulados 500 min de operação do processo, sendo esse tempo suficiente para que o CFM entrasse em regime estacionário. Uma vez que o *settling time* médio do sistema operando em malha aberta é de cerca de 120min. Nas figuras serão representados os pontos instáveis em cor vermelho e os pontos estáveis em cor verde. Os pontos estáveis e com P45 igual a 80%, 70%, 60% e 50% estão destacados dos demais.

A Figura 5-14 mostra a fração do produto passante na peneira de  $45\mu\text{m}$  em função da variação de  $W_f$  e  $V_r$ . A superfície descrita pela Figura 5-14 expõe a forte tendência de engrossamento do produto com o aumento da taxa de alimentação. Para variações na velocidade do rotor essa tendência é mais fraca, ocorrendo também inversões no comportamento da granulometria do produto, evidenciando a alta não linearidade do sistema.



**Figura 5-14 - Fração passante em 45  $\mu\text{m}$  em relação a  $W_f$  e  $V_r$**

A Figura 5-15 mostra as vistas frontal e lateral correspondentes à Figura 5-14. A Figura 5-16 mostra as curvas relativas a P45 constante (80%,70%,60% e 50%) em relação à variação de  $W_f$  e  $V_r$ .

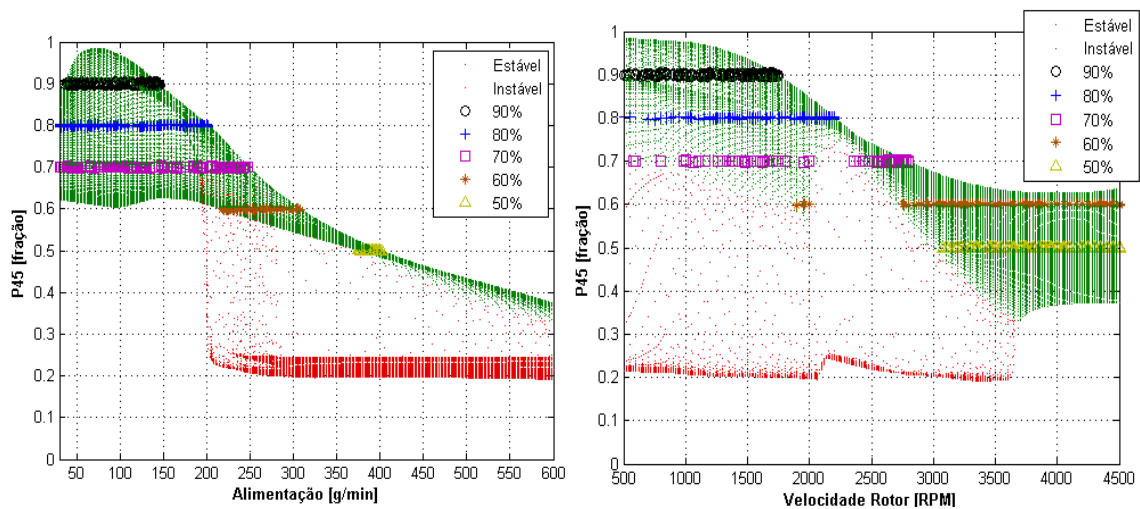


Figura 5-15 - Proporção passante em 45 $\mu$ m em relação a  $W_f$  (esquerda) e em relação a  $V_r$  (direita)

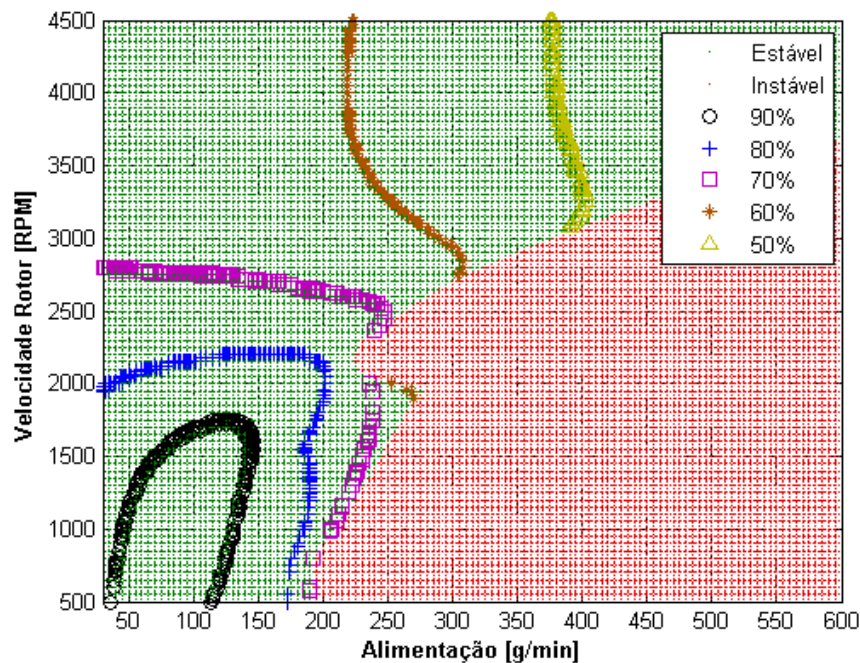


Figura 5-16 - Vista superior da Figura 5-14

Percebe-se que é possível atingir um mesmo valor de P45 a partir de diversas combinações de  $W_f$  e  $V_r$ , caracterizando a multiplicidade de entrada do sistema. Este fato mostra que o controle de P45 pode ter múltiplas soluções, demandando que o controlador seja capaz de tratá-las. Assim, disso decorre a ideia da escolha da melhor combinação de entradas para o sistema. Essa escolha pode ser variável no tempo, tendo em vista distúrbios aos quais a usina esteja sujeita. Portanto, torna-se necessária a busca contínua pelo conjunto de entradas que fará a operação mais eficiente do processo.

A Figura 5-17 mostra a taxa de produção passante na peneira de 45 $\mu$ m pela variação de  $W_f$  e  $V_r$ , enquanto a Figura 5-18 mostra o *hold up* do moinho.

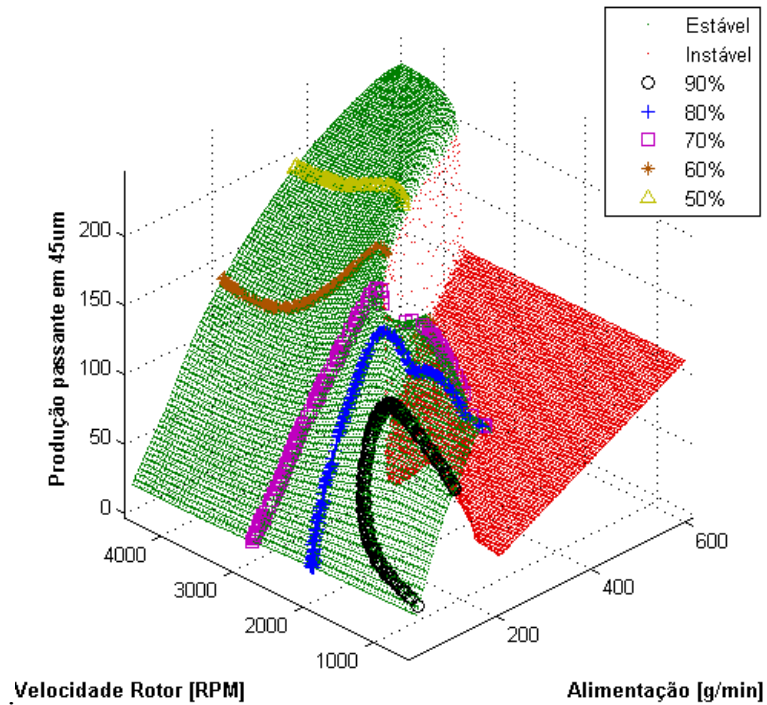


Figura 5-17 - Proporção passante em 45  $\mu$ m em função de  $W_f$  e  $V_r$

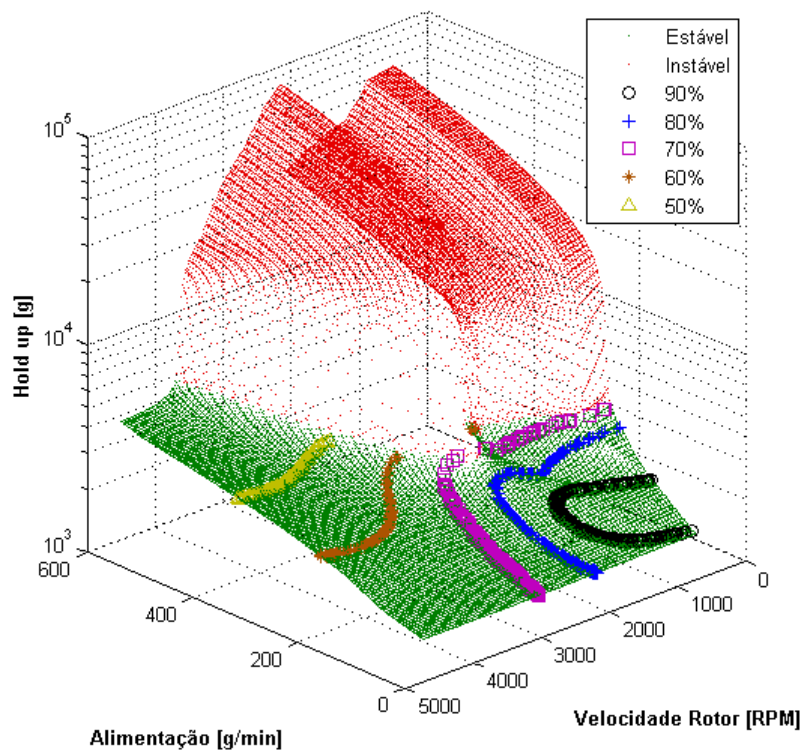
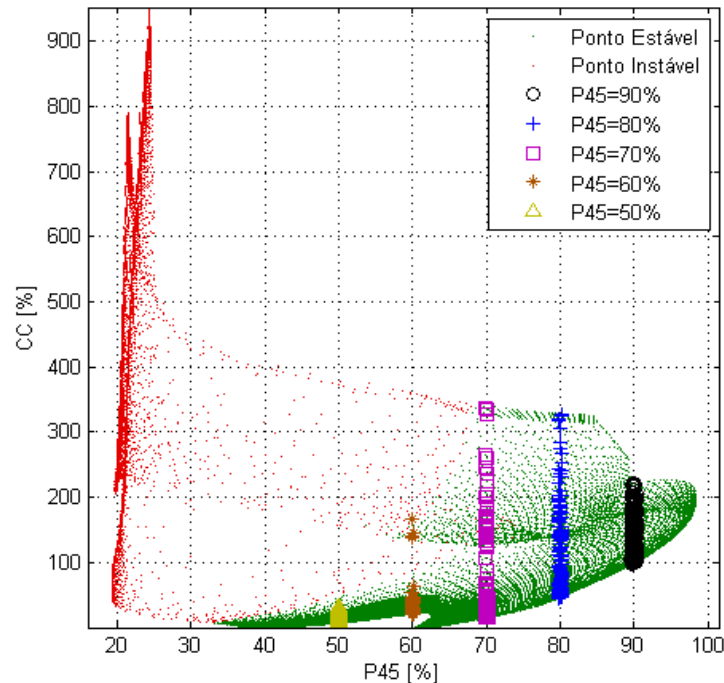


Figura 5-18 - *Hold up* do moinho de bolas em função de  $W_f$  e  $V_r$

A Figura 5-19 mostra a variação da carga circulante com o P45, que claramente evidencia que não é possível determinar o ponto ótimo de operação apenas a partir da informação da carga circulante.



**Figura 5-19 - Carga circulante em relação à percentagem passante na peneira de  $45\mu\text{m}$**

Essas figuras demonstram a natureza não linear do processo de moagem e permitem a visualização de regiões de ótimos locais. Pode-se notar também que há duas regiões distintas: a de pontos estáveis e instáveis, não havendo pontos instáveis contidos na região estável. É ainda importante ressaltar que essas superfícies sofrem variações decorrentes de distúrbios no sistema, fazendo com que pontos estáveis se tornem instáveis ou vice-versa.

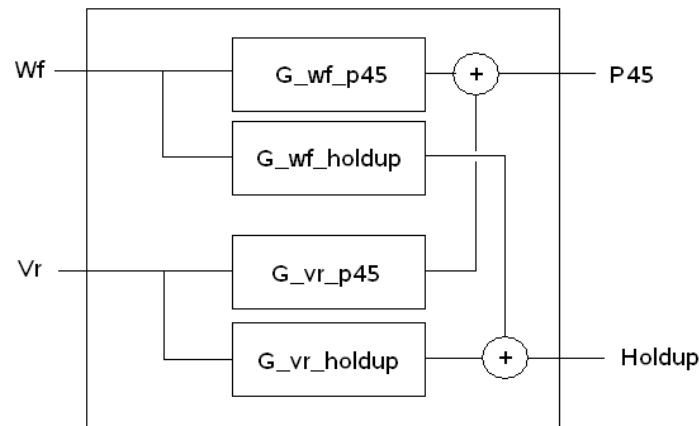
## 5.4 Controle PID

Para a comparação dos algoritmos MPC, implementou-se dois tipos de controle PID. O primeiro foi um controle PID clássico e o segundo foi o controle PID com redução de graus de liberdade, o qual foi configurado para atuar entre os pontos ótimos de operação em malha aberta.



### 5.4.1 Controle PID clássico

O controle PID foi implementado considerando o processo um sistema MIMO, de duas entradas ( $W_f$  e  $V_r$ ) e duas saídas (P45 e *hold up*), descrito pelo diagrama da Figura 5-20.



**Figura 5-20 – Diagrama do CFM linearizado**

O sistema foi linearizado, através de simulações de resposta ao degrau, em torno do ponto ótimo de operação definido em 5.2. As funções de transferência, na escala de tempo de minutos, encontradas são:

$$G_{Wf\_P45}(s) = \frac{-8,892 \cdot 10^{-5}}{(s + 0,050)} e^{-0,96s} \quad G_{Vr\_P45}(s) = \frac{-2,365 \cdot 10^{-4}}{(s + 5,864)} e^{-3,1s}$$

$$G_{Wf\_H}(s) = \frac{0,777}{(s + 0,049)} e^{-0,86s} \quad G_{Vr\_H}(s) = \frac{-0,047}{(s + 0,090)} e^{-1,4s}$$

Para definição do melhor pareamento das malhas de controle, utilizou-se o critério RGA (*Relative Gain Array*). Nesse critério são avaliados apenas os ganhos estáticos do sistema, ou ganhos DC, ignorando-se os efeitos transientes. A matriz RGA encontrada é dada por:

$$\Lambda_{RGA} = \begin{matrix} & W_f & V_r \\ P45 & [0,595 & 0,405] \\ Holdup & [0,405 & 0,595] \end{matrix}$$

O método RGA indica que o melhor pareamento para esse sistema é utilizar a taxa de alimentação ( $W_f$ ) para controlar o passante na peneira de 45 $\mu$ m e a velocidade do rotor do classificador ( $V_r$ ) para controlar o *hold up*. Entretanto, o RGA mostra o forte acoplamento do sistema.

Como descrito em Radhakrishnan (1999), não é necessário um controle firme do *hold up*, apenas que ele possa oscilar entre as restrições de máximo e mínimo. Sendo assim, será utilizado somente um controle do tipo P (proporcional) para a malha  $V_r$  - *hold up*, o qual utilizará como *set-point* o valor ótimo definido em 5.2. O passante na peneira de 45 $\mu$ m, P45, é o indicador principal da qualidade do produto. Torna-se, então, necessário a anulação de *offsets* nesta variável, o que pode ser conseguido utilizando um controle PI.

Primeiramente, para a sintonia dos controladores foi utilizada a técnica de Ziegler-Nichols. Porém, esse ajuste não apresentou bons resultados, devido ao alto ganho que o método proporciona e as descontinuidades inerentes ao processo (saturação e *slew rate*). Em seguida, os controladores foram reajustados manualmente, reduzindo-se os ganhos até suas respostas se tornarem aceitáveis. A Tabela 5-8 mostra os parâmetros escolhidos para esse controlador. Nas vizinhanças do ponto de linearização o controlador proporcionou um *settling time* de 60 minutos e 1% de *overshoot* em P45.

**Tabela 5-8: Parâmetros controlador P-PI**

Parâmetros	Ziegler-Nichols		Ajustado	
	$W_f - P45$	$V_r - Hold\ up$	$W_f - P45$	$V_r - Hold\ up$
P	1758,854	0,278	1162,607	0,323
I	0,038	0	0,018	0

A Figura 5-21 apresenta a resposta dos dois métodos de sintonia, utilizando tempo de amostragem de 10 minutos. Nesse teste o sistema é iniciado no ponto ótimo de operação, no qual P45 é igual a 80%. No tempo de 95 min é dado um degrau no *set-point* de P45 para 70% e no *hold up* de 2729 g para 3000 g, ressaltando que são toleradas variações de 15% no nível de *hold up*. No tempo 255 min a moabilidade do material da alimentação é alterada em +20% e no tempo 455 min a granulometria sofre aumento de 10%. No instante 655 min o *set-point* de P45 é modificado para 80%.

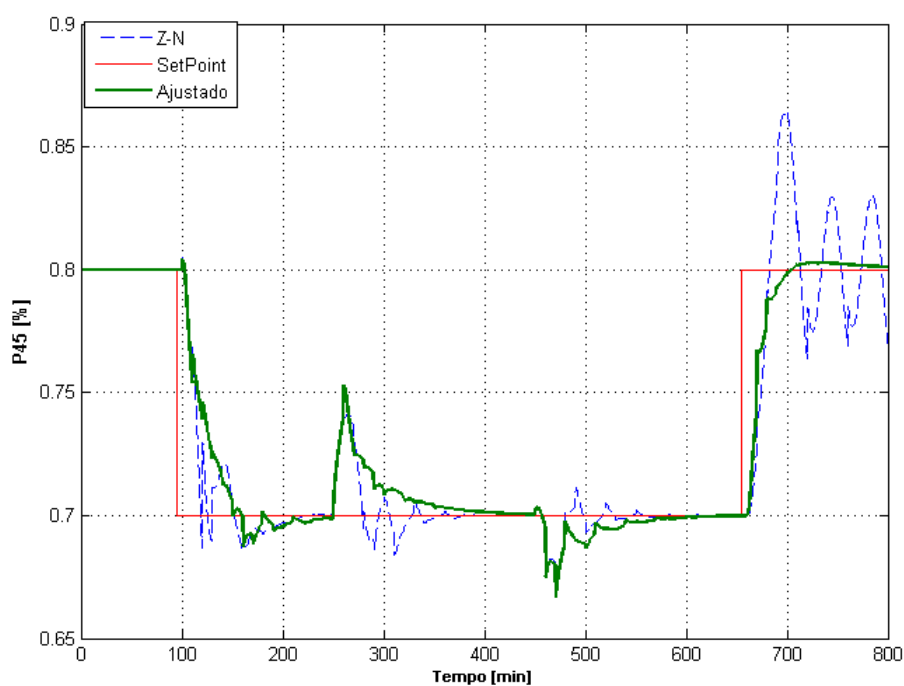
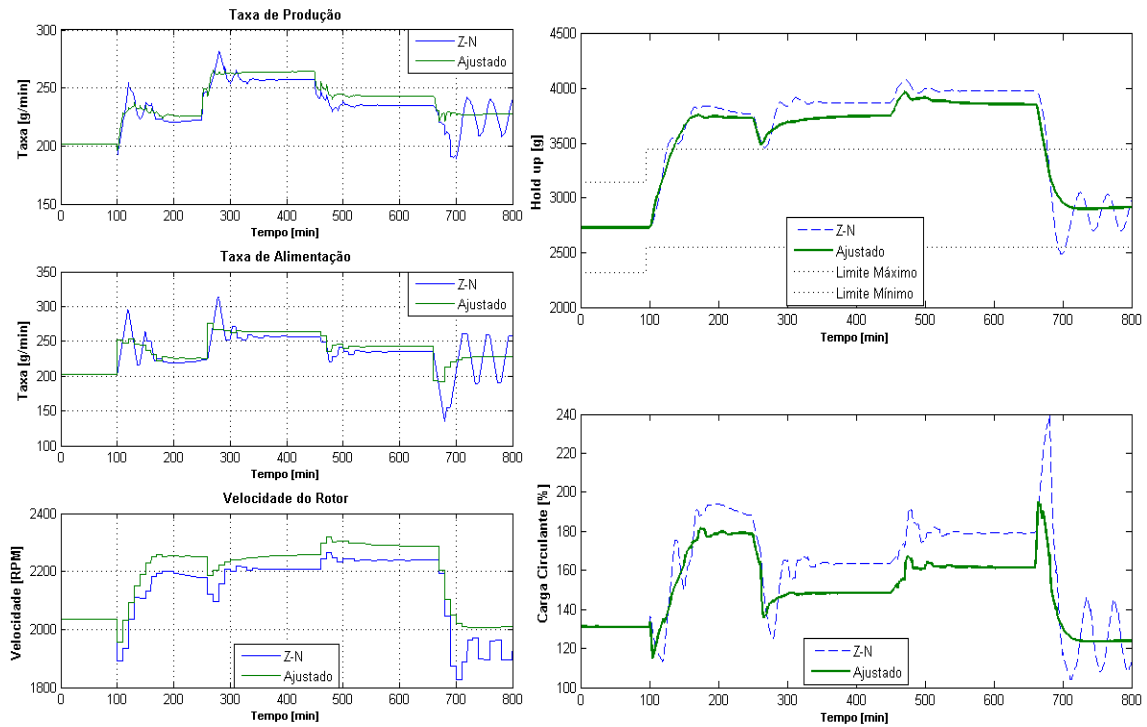


Figura 5-21 - Resposta em P45 dos dois métodos de sintonia



**Figura 5-22: Variáveis manipuladas, controladas, taxa de produção e carga circulante.**

A resposta para os controladores ajustados se mostrou melhor que a do ajuste Ziegler-Nichols, tendo menor *settling time* e *overshoot*, assim como uma atuação mais suave nas variáveis manipuladas. Porém, ambos os controladores não foram capazes de manter o *hold up* dentro dos limites máximos. O controle P-PI ajustado será o escolhido para comparação com as demais estratégias utilizadas no presente trabalho.

### 5.4.2 Controle PID com redução de graus de liberdade (PID RGL)

A fim de contornar o problema associado a não ser possível atingir os pontos ótimos de operação com o controlador clássico, como descrito em 3.2, foi empregada uma abordagem diferente para o controle PID MIMO. Primeiramente, pela Figura 5-16 encontraram-se os pontos ótimos de operação para P45 entre 60% a 85%. Em seguida, encontra-se a reta em  $R^3$  que melhor descreve esses pontos. Assim, obtêm-se a relação

entre as variáveis manipuladas  $W_f$  e  $V_r$  e a variável controlada P45. A Figura 5-23 apresenta a reta encontrada.

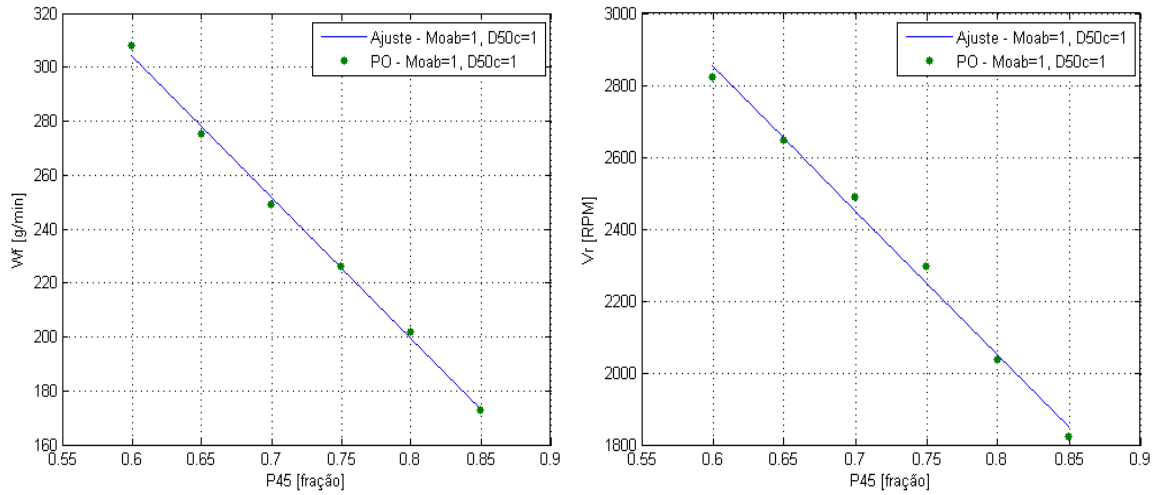


Figura 5-23 - Reta ajustando os pontos ótimos de operação

$$W_f = -525,3.P45 + 619,7$$

$$V_r = -4014.P45 + 5263$$

Desta forma, utilizando-se apenas um controlador PI se torna possível manipular as duas variáveis. Porém elas ficam limitadas a variar sobre essa reta, tornando o controle reduzido de graus de liberdade. Daí surge o nome de controlador PI Reduzido de Graus de Liberdade, ou PI RGL. O diagrama da Figura 5-24 apresenta a implementação do controlador.

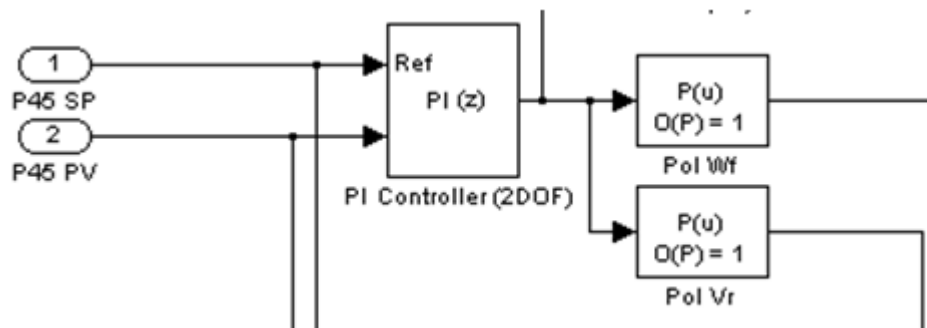


Figura 5-24 - Diagrama de blocos do controlador PIRGL

Para o controle do *hold up* utilizou-se uma descontinuidade do tipo zona morta na faixa de livre variação dessa variável, como mostra a Figura 5-25. Um controlador P na malha  $V_r$  - *hold up* penaliza os valores de  $V_r$  quando o *hold up* encontra-se fora da faixa de operação.

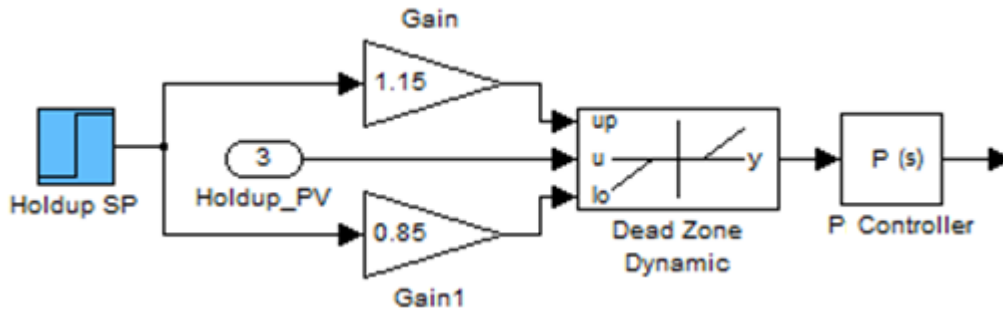


Figura 5-25 - Diagrama de blocos da implementação da descontinuidade do controlador

O ajuste se deu usando a ferramenta de ajuste de malhas *PID tuner*, do MATLAB<sup>®</sup>. Foi escolhido o ajuste que proporcionou 70 min de *settling time* e 0,5% de *overshoot* em P45 nas vizinhanças o ponto de linearização. A Tabela 5-9 mostra os valores dos parâmetros encontrados.

Tabela 5-9: Parâmetros do controlador PI RGL

Parâmetros	Malha Principal	$V_r$ - <i>Hold up</i>
P	0.222	0.814
I	0.032	0

A Figura 5-26 e a Figura 5-27 mostram as respostas desse controle em comparação com o PID clássico para o cenário de testes descrito no item 5.4.1.

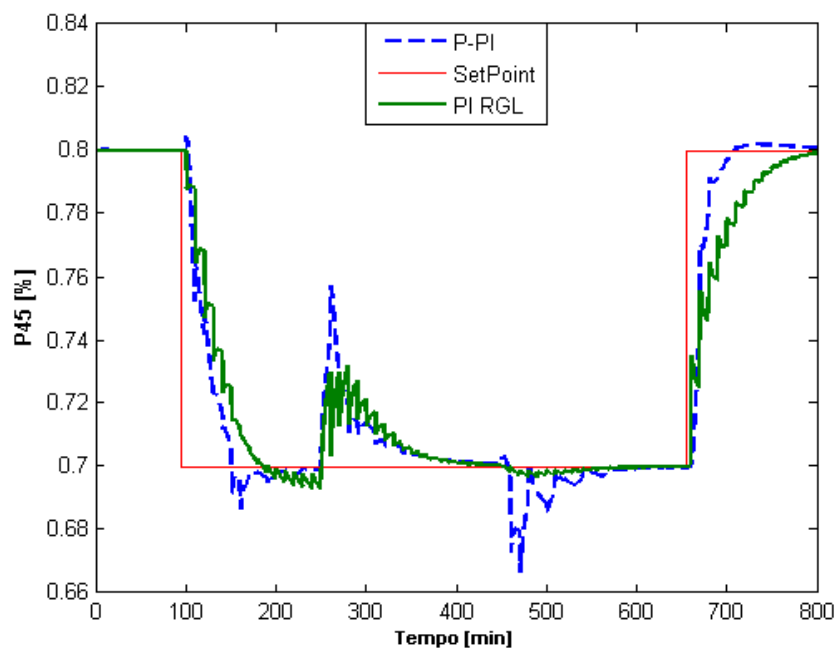


Figura 5-26 - Resposta em P45 dos controladores P-PI clássico e PI RGL

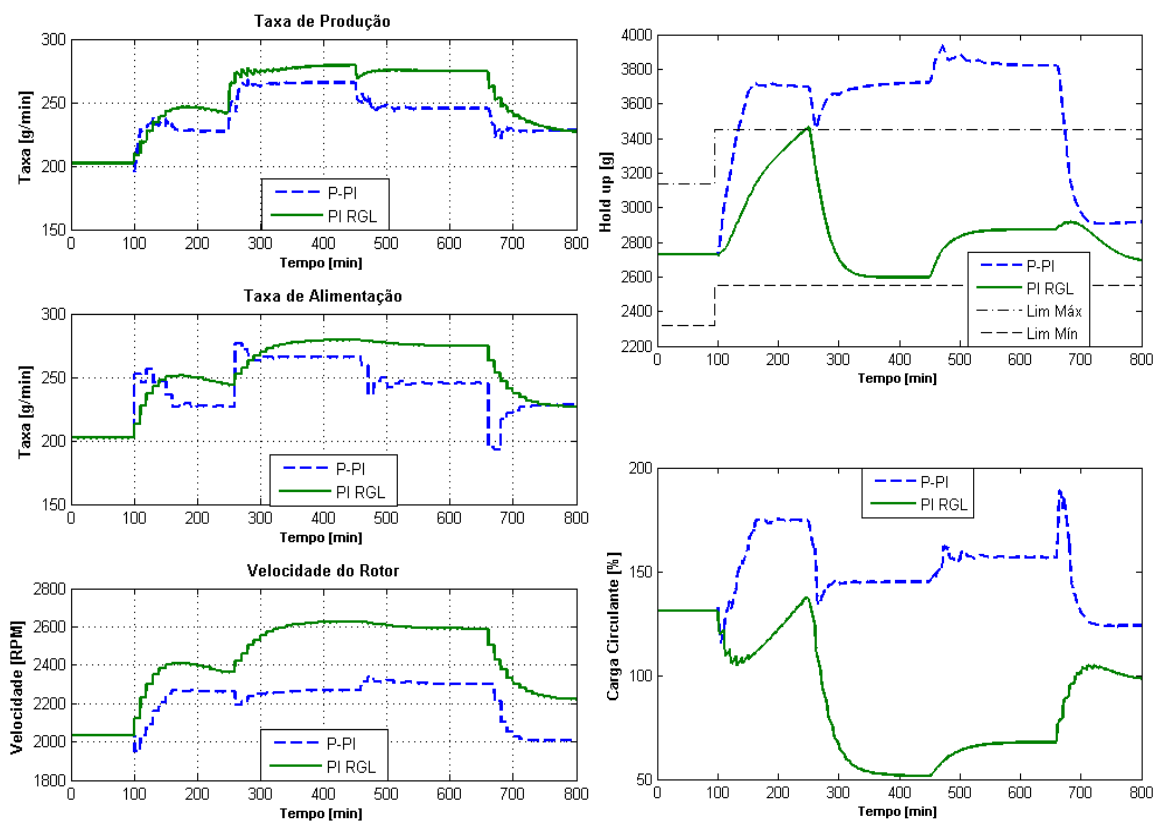


Figura 5-27: Variáveis manipuladas, controladas, taxa de produção e carga circulante.

As figuras demonstram que o controlador PI RGL apresentou *settling time* em P45 maior que o P-PI clássico, ambos maiores que o *settling time* de projeto, equivalentes a 60 e 70

min para o P-PI e PI RGL, respectivamente. Este fato pode ser atribuído à variação de ganho da planta em zonas distantes do ponto de linearização. Nota-se que o controlador PI RGL manteve o *hold up* dentro da faixa de operação e apresentou melhor rejeição de perturbações. A principal vantagem da utilização do PI RGL é a sua operação mais próxima dos pontos ótimos de operação do processo, o que ficou evidenciado na maior taxa de produção em relação ao P-PI clássico.

## 5.5 Controle Preditivo Linear (LMPC)

A partir do modelo linearizado do sistema, implementou-se um controlador preditivo linear a fim de compará-lo com a estratégia não linear. Esse controlador foi obtido utilizando o pacote “*Model Predictive Control*” (mpctool) do MATLAB®.

O controlador utiliza restrições nas variáveis manipuladas ( $W_f$  e  $V_r$ ) e controladas (P45 e *Hold up*), tempo de amostragem de 10min, horizonte de controle igual a 4T e horizonte de predição de 10T. Foi desconsiderado a medição direta de distúrbios tanto de entrada quanto de saída do sistema. A Tabela 5-10 mostra as restrições nas variáveis manipuladas, a restrição de faixa de 20% do *hold up* e os ganhos do controlador, os quais foram escolhidos por tentativa e erro.

**Tabela 5-10: Parâmetros de configuração do controlador LMPC**

Ganhos		Restrições	
Ganho Global	0,62	$W_f$ Máxima (g/min)	1000
Peso saída P45	10	$W_f$ Mínima (g/min)	0
Peso saída <i>Hold up</i>	0	$V_r$ Máxima (RPM)	4500
Ganho Estimador	0,6	$V_r$ Mínima (RPM)	500
		Variação máxima de $W_f$ (g/min <sup>2</sup> )	5
		Variação máxima de $V_r$ (g/min <sup>2</sup> )	20
		<i>Hold up</i> máximo (g)	3274,8
		<i>Hold up</i> mínimo (g)	2183,2



## 5.6 Controle NMPC

Esta seção apresenta os resultados obtidos para o controle preditivo desenvolvido neste trabalho. O controlador NMPC pode ser separado em três camadas: o estimador de estados (MHE), o Otimizador em Tempo Real (RTO) e o controle preditivo do transiente (CPT) os quais serão avaliados separadamente. O RTO pode ser utilizado com apenas o estimador, enquanto que o CPT deve ser implementado juntamente com o RTO e o MHE. A Figura 5-28 ilustra as composições que o controlador pode assumir.

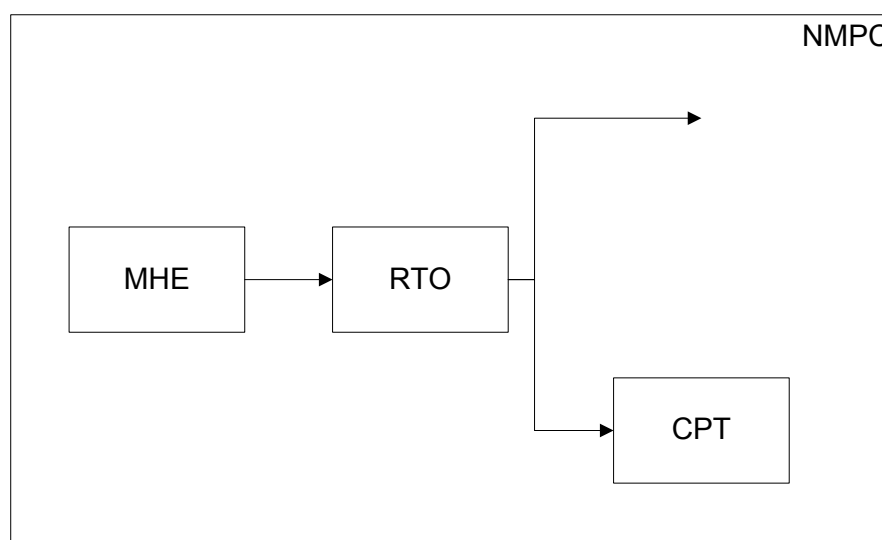


Figura 5-28 - Diagrama do controlador NMPC

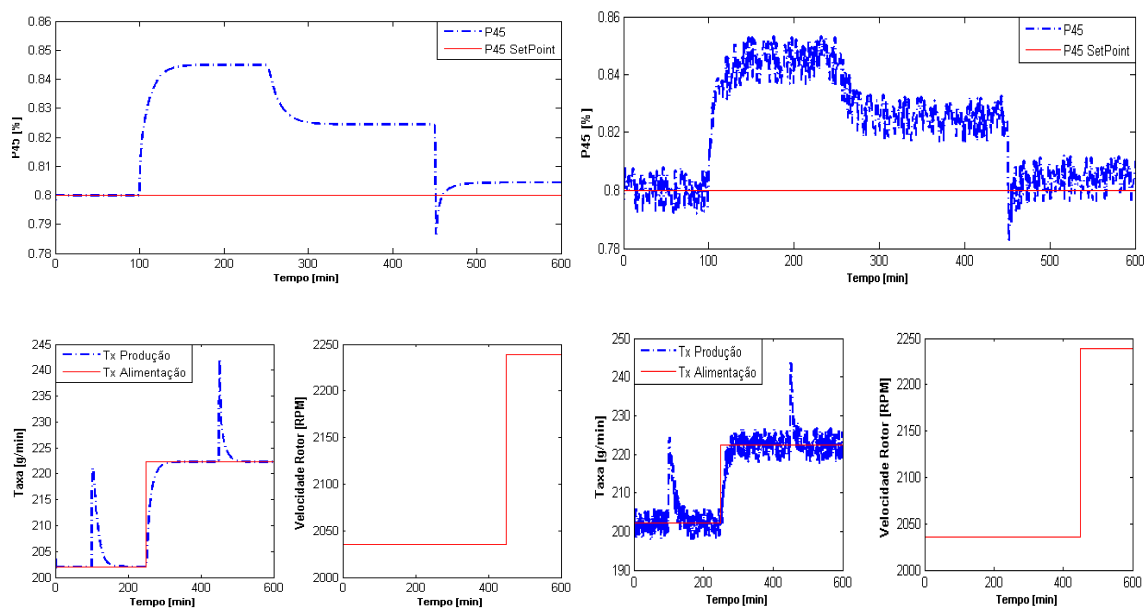
### 5.6.1 Avaliação do Estimador de Horizonte Móvel (MHE)

O estimador de estados é uma peça fundamental para estratégias de controle baseadas em modelo. O MHE desenvolvido é um estimador baseado em otimização para sistemas não lineares, o qual é implementado utilizando restrições. Segundo Jang et al. (1986), esse estimador possui a habilidade de detectar variações paramétricas da usina, característica que distingue o MHE de outras estratégias, tais como o Filtro de Kalman Estendido, utilizado por Herbst et al. (1988 e 1992). Nesta seção, serão simulados incidentes (perturbações) típicos de circuitos de moagem tais como: variação da moabilidade e granulometria da alimentação nova, vazamentos, ruídos de medição e variações nas condições operacionais do moinho.

As simulações utilizaram tempo de amostragem (T) igual a 10 min e o MHE foi configurado para trabalhar com o histórico de 5T. Foram escolhidos dois parâmetros do modelo como variáveis de otimização,  $S_1$  da função seleção do moinho e  $d50c$  do classificador. Logo, a cada tempo de amostragem da simulação o estimador resolveu um problema de otimização (minimização) envolvendo 10 variáveis.

O MHE utiliza as informações passadas de P45 e do *hold up* para estimar o estado atual do sistema e os distúrbios que o sistema está sujeito. Convencionou-se que, quanto mais recentes as informações, maiores seriam seus pesos para a minimização (fator de esquecimento), seguindo uma ordem de 15% de redução por tempo de amostragem. Os fatores de ponderação entre P45 e *hold up*,  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$  foram definidos em 1 e 0,8, respectivamente.

A Figura 5-29, a Figura 5-30 e a Figura 5-31 mostram a capacidade de estimação de estados do MHE frente a um aumento de 20% da moabilidade do material, um degrau de 10% na taxa de alimentação e um degrau de 10% na velocidade do rotor do classificador, respectivamente. A Figura 5-29, a Figura 5-30 e a Figura 5-31 apresentam a resposta do MHE para este cenário de teste.



**Figura 5-29 - Influência das perturbações em P45 e na taxa de produção. Esquerda: caso sem ruídos. Direita: caso com ruídos.**

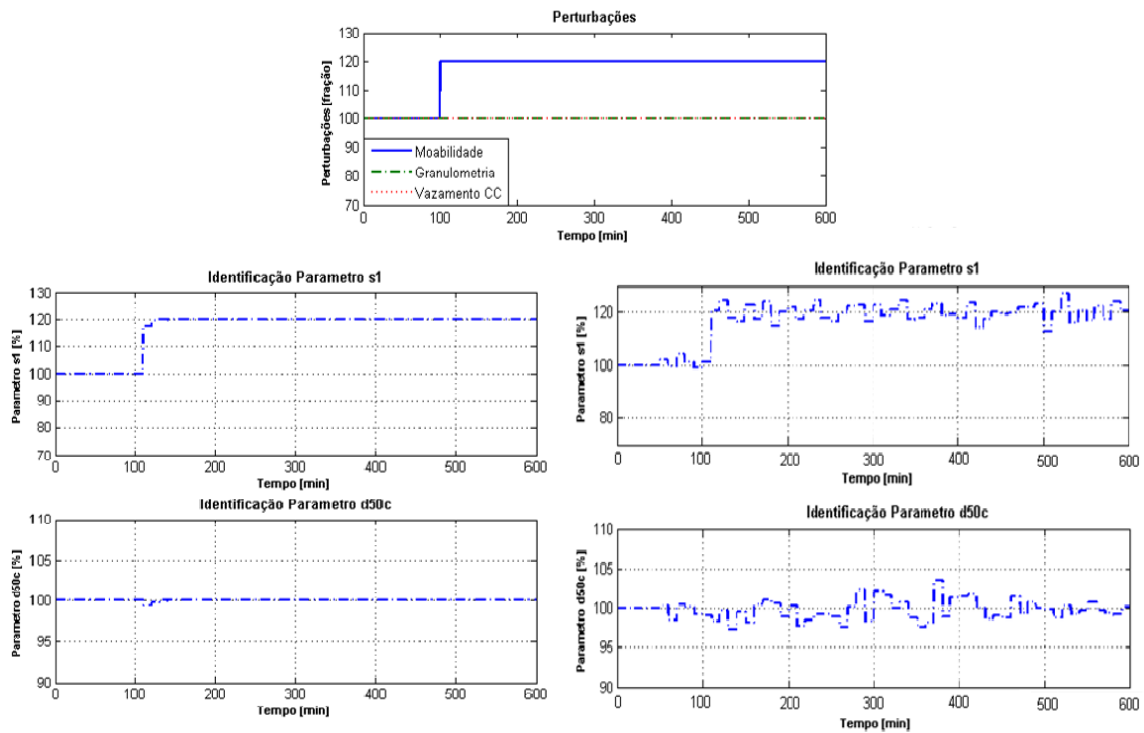


Figura 5-30 - Superior: degrau na moabilidade da alimentação. Inferiores: Identificação dos parâmetros  $S_1$  e  $d_{50c}$  da usina.

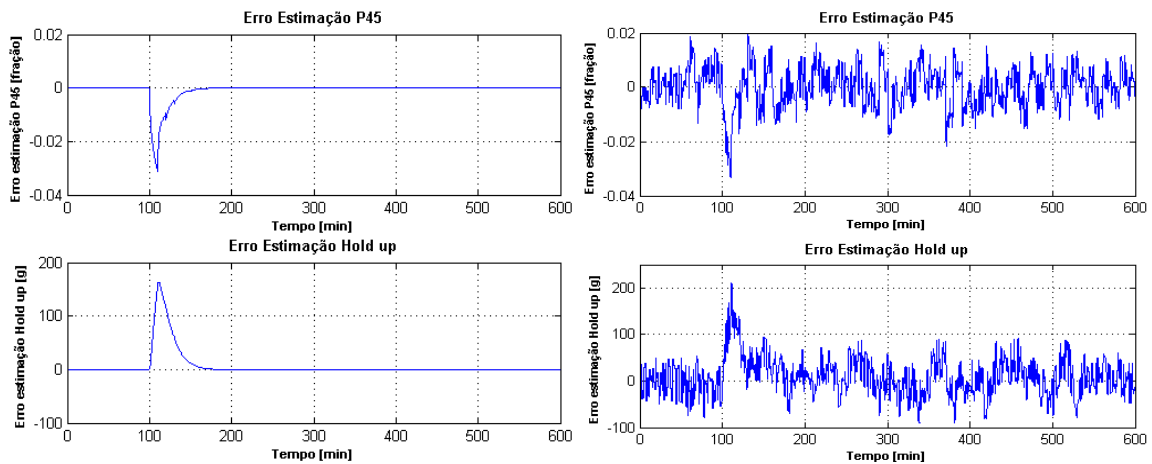
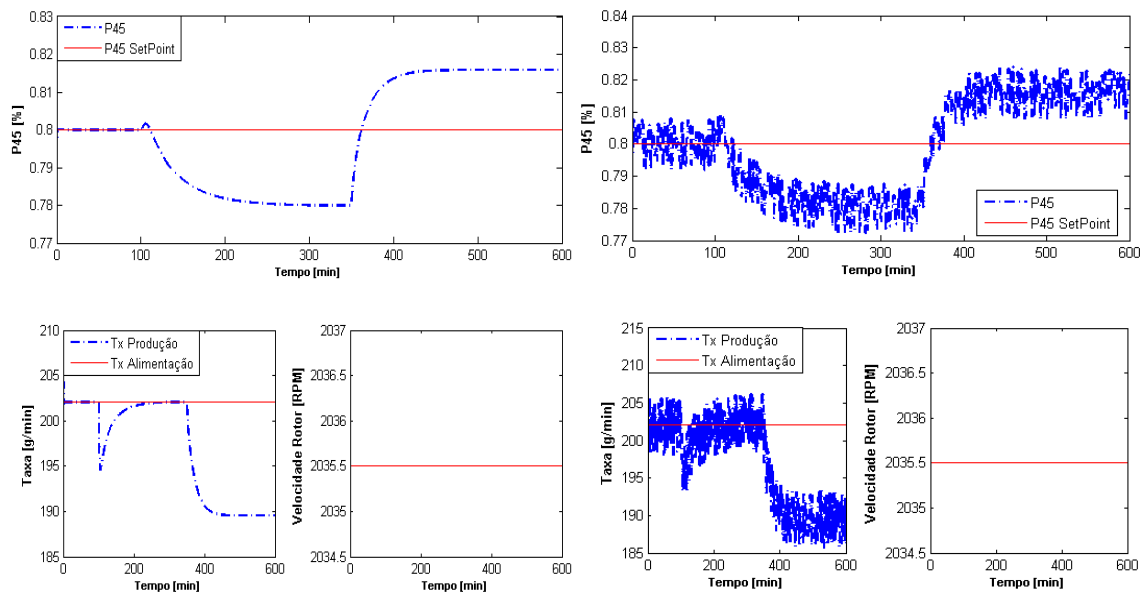


Figura 5-31 - Erro de estimação de P45 e do hold up nos casos com e sem ruídos

As simulações mostram que o MHE adaptou seu modelo interno rapidamente após a alteração da moabilidade, tendo sido pouco afetado pela variação da taxa de alimentação e da velocidade do rotor. Percebe-se que o estimador identificou corretamente a variação de 20% apenas no parâmetro  $S_1$ , o qual determina as taxas de quebra das partículas no

moinho. O estimador se mostrou robusto também no caso no qual o ruído de medição se encontrava presente.

A Figura 5-32, Figura 5-33 e a Figura 5-34 apresentam a resposta do estimador a um cenário de perturbação de 10% de engrossamento na granulometria do material novo e vazamento de 5% no fluxo de retorno de material.



**Figura 5-32 - Influência das perturbações em P45 e na taxa de produção. Esquerda: caso sem ruídos.**

**Direita: caso com ruídos.**

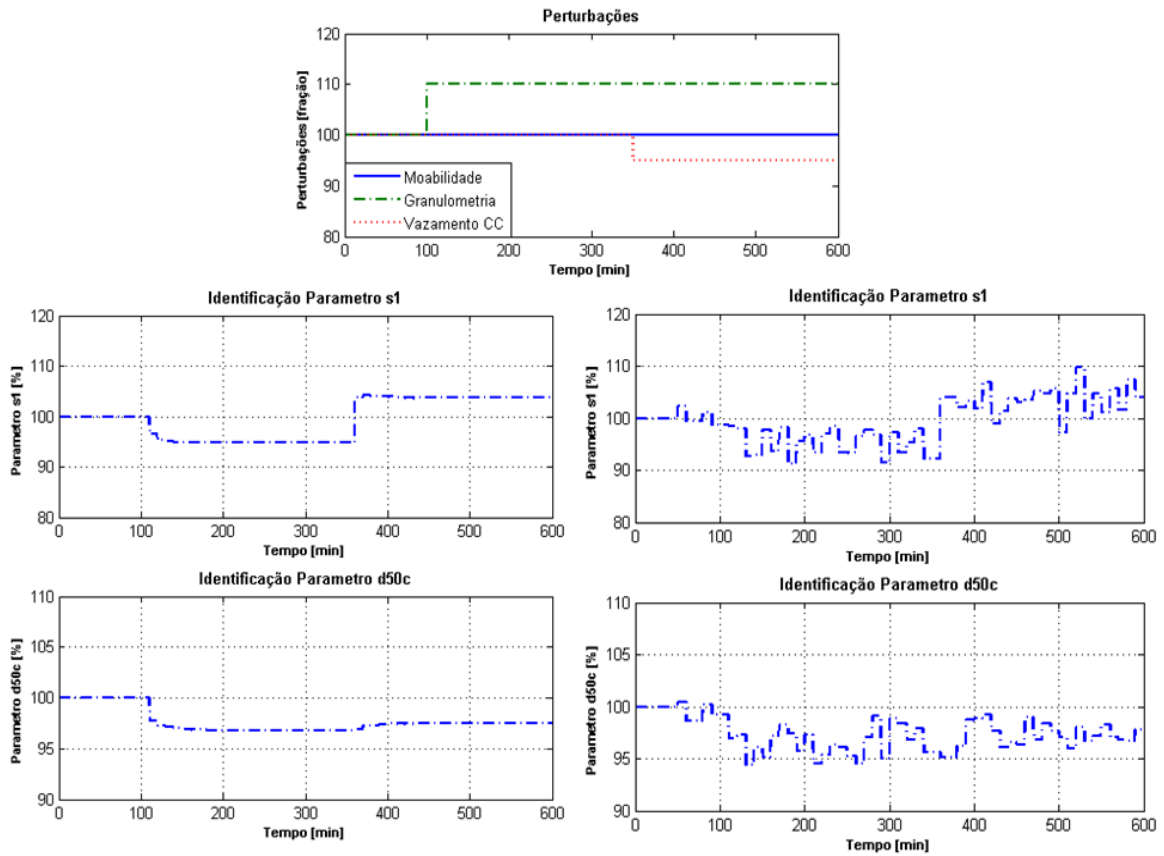


Figura 5-33 - Superior: degrau na moabilidade da alimentação. Inferiores: Identificação dos parâmetros  $S_1$  e  $d_{50c}$  da usina.

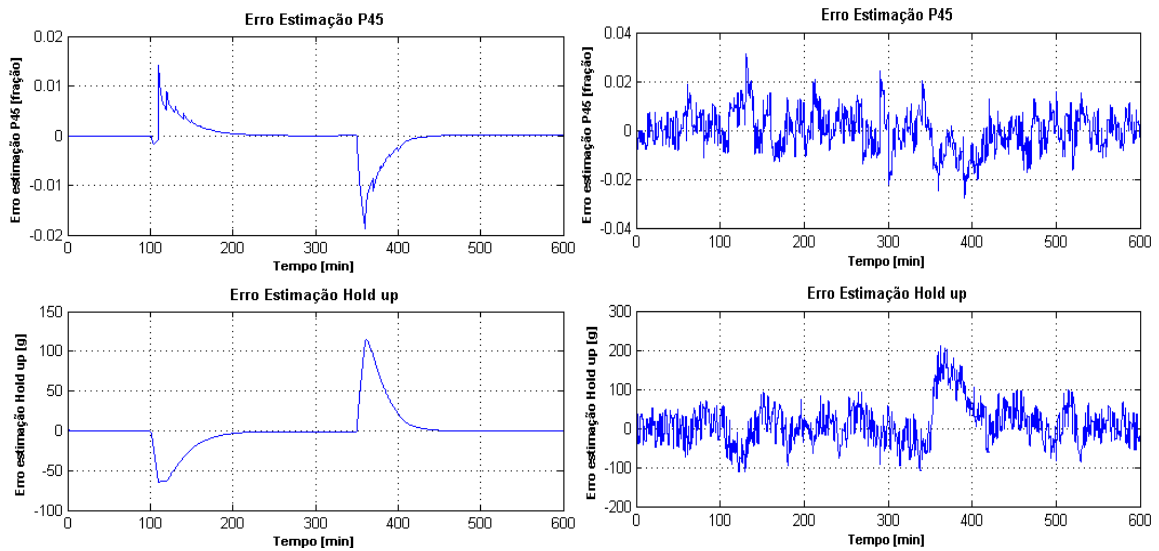


Figura 5-34 - Erro de estimação de P45 e do *hold up* nos casos com e sem ruídos (direita e esquerda, respectivamente)

Neste caso as perturbações foram compensadas pelo estimador por meio da composição dos efeitos de  $S_1$  e  $d_{50c}$ .

O estimador ajustou seu modelo interno adequadamente em ambos os cenários de perturbações e também nos casos com ruídos de medição. É importante ressaltar que não foi realizada filtragem do sinal de entrada do MHE, tendo o estimador trabalhado com o sinal “cru”, o qual possui ruído de magnitude maior que o nível de informação do sinal. Com a utilização de filtros passa-baixas é esperada uma melhora na qualidade da estimação de estados.

Nestes testes, o tempo médio de convergência do estimador em cada tempo de amostragem para a condição sem ruídos foi igual a 1,1 min e, para o caso com ruídos, foi igual a 1,7 min. Como o tempo de amostragem utilizado foi de 10 min, pode-se dizer que este MHE tem a capacidade de operar em tempo real, característica que o estimador de Rao et al. (2003) não possuía.

## 5.6.2 Resultados de Controle NMPC

### 5.6.2.1 Otimizador em Tempo Real (RTO)

Seguindo a metodologia de 3.2.2, o controle RTO acoplado ao MHE tem o objetivo de definir as condições ótimas de operação da usina em estado estacionário, não considerando o regime transiente do sistema. Nesta seção, o controle RTO é avaliado quanto à sua convergência durante a simulação e a rejeição das perturbações em P45. A Figura 5-35, a Figura 5-36 e a Figura 5-37 avaliam a utilização de três tempos de amostragem: 5, 10 e 20 min.

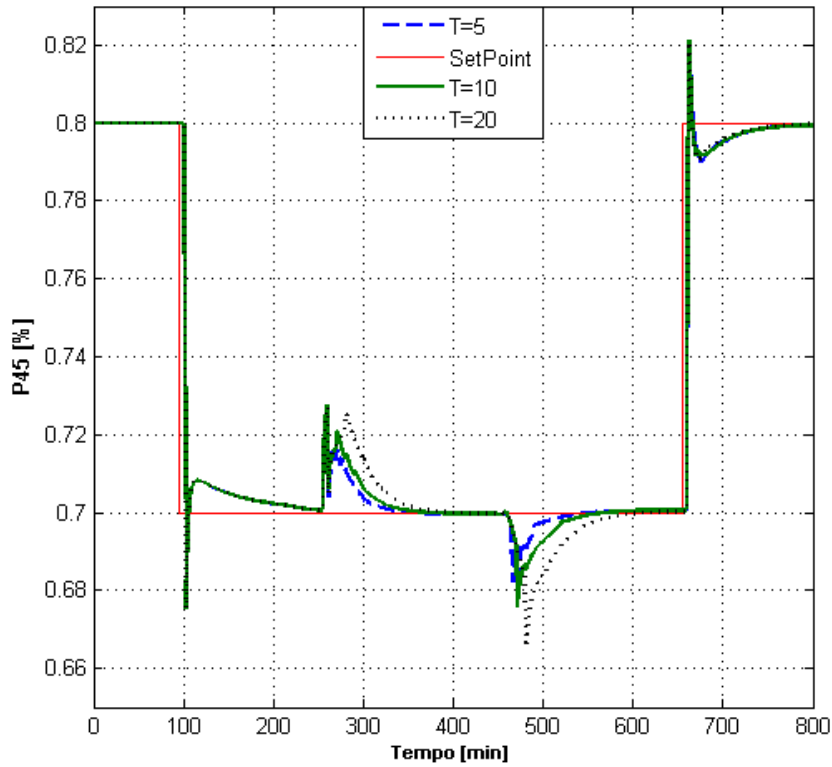


Figura 5-35 - Resposta em P45 do controlador RTO

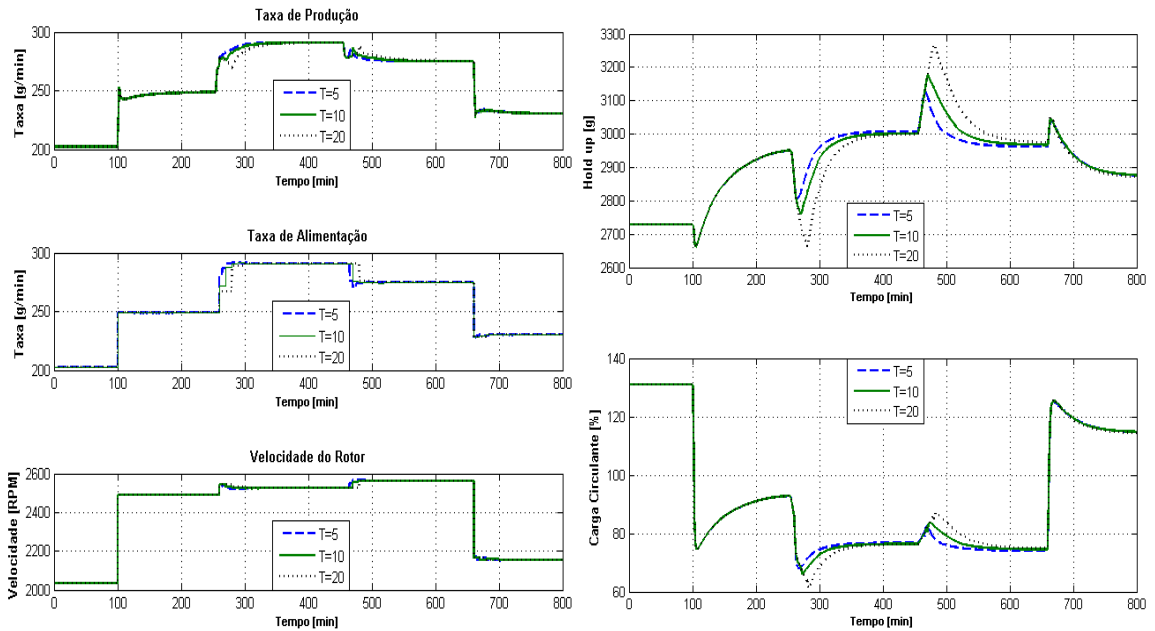


Figura 5-36 - Variáveis manipuladas e controladas para o controle RTO

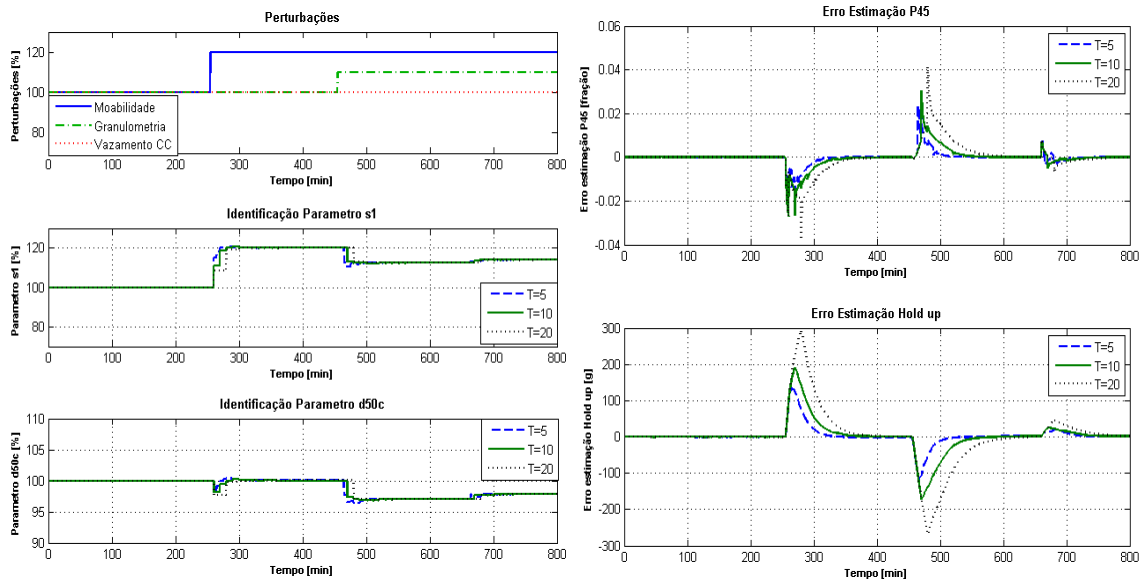


Figura 5-37: Erro de estimação

Percebe-se que o controlador leva o sistema diretamente para o ponto ótimo de operação, não considerando as dinâmicas transientes. Os testes mostram também que as restrições do *hold up* foram satisfeitas. Com o aumento do tempo de amostragem o conjunto estimador-controlador se mostrou mais lento na rejeição de perturbações, porém não teve influência significativa na resposta ao degrau.

Nestes testes o otimizador RTO avaliou a função objetivo cerca de 150 vezes antes da convergência, aproximadamente 45 segundos. O estimador MHE utilizou em média 220 avaliações da função objetivo para convergência, equivalente a cerca de 1,1 min. Não houve caso de falha de convergência da otimização.

### 5.6.2.2 Controle Preditivo do Transiente

O controle preditivo do transiente visa realizar da melhor forma possível a transição entre estados estacionários do sistema, assim como reduzir o tempo de rejeição de perturbações. Seus parâmetros de configuração são o *settling time* desejado e os pesos para as penalidades de *overshoot* e variação das entradas. Além disso, o controlador deve obedecer às restrições de *hold up* e aos limites de variação das entradas. O tempo de amostragem utilizado foi de 10 min.

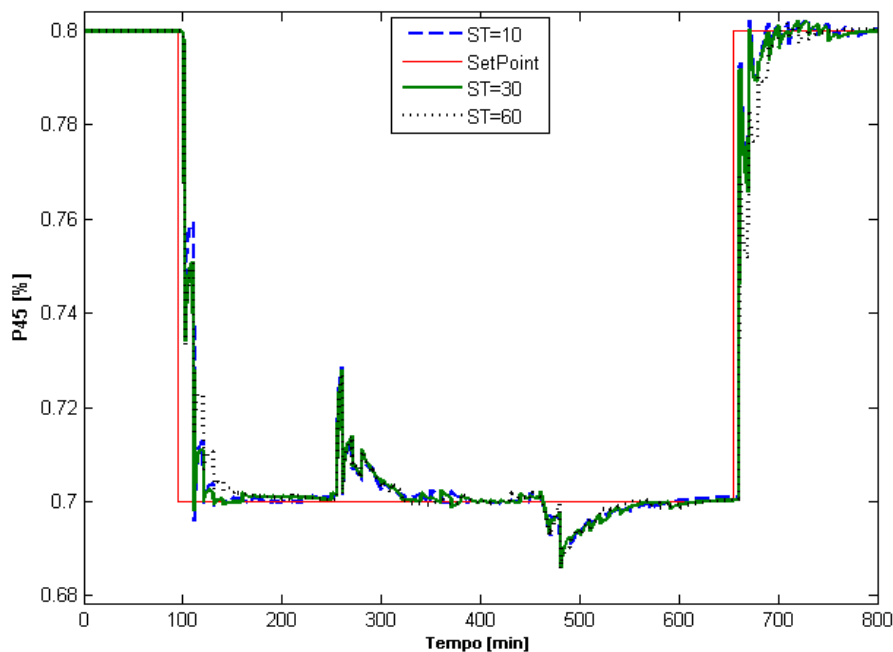


Nesta seção, o controlador é avaliado utilizando o mesmo caso do controle RTO. Os valores escolhidos para o comprimento do horizonte de controle e de predição são 3 e 7, respectivamente. A Tabela 5-11 mostra os parâmetros de configuração do controlador utilizados neste teste.

**Tabela 5-11: Parâmetros de configuração do controle CPT**

Penalidades	Pesos	Restrições	$W_f$ (g/min)	$V_r$ (RPM)	Overshoot (%)
$\lambda_1$ ( $\Delta u$ )	2	$\Delta$ máximo	25	250	
$\lambda_2$ (Overshoot P45)	0,5	Valor Máximo	1000	4500	1%
$\lambda_3$ (Erros Trajetória P45)	5	Valor Mínimo	50	500	-
$\lambda_4$ (Hold up)	0,25				
$\lambda_5$ (Produção)	1,5				

A Figura 5-38 e a Figura 5-39 comparam a resposta do controlador para diferentes valores do parâmetro de *settling time*.



**Figura 5-38 - Influência da variação do parâmetro *settling time***

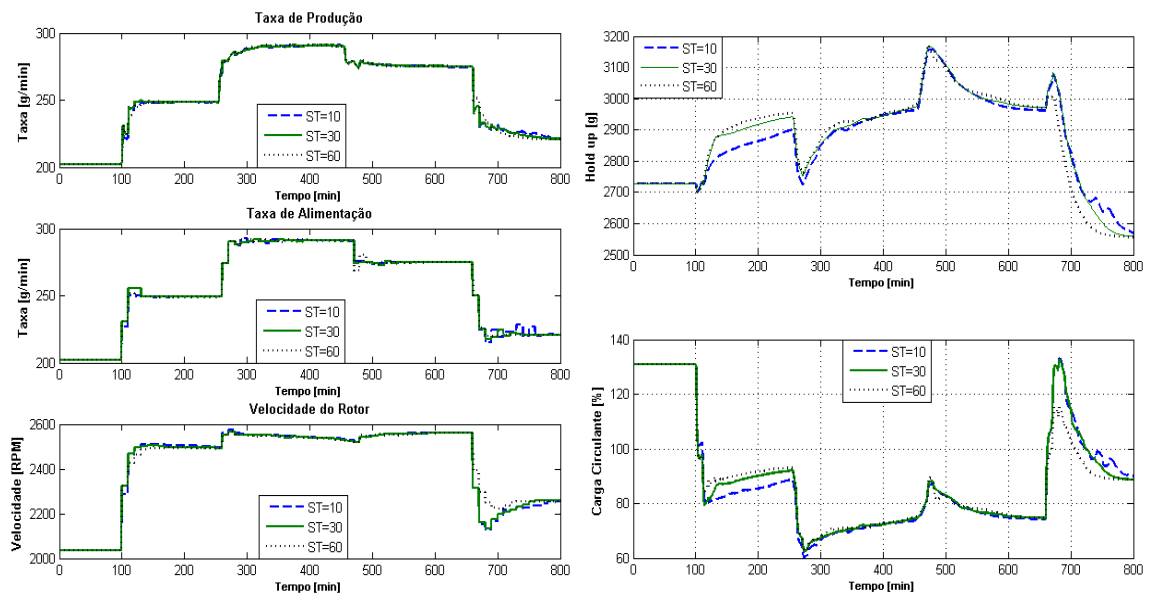


Figura 5-39 - Variáveis manipuladas e controladas

As figuras mostram que, à medida que se diminui o valor do *settling time*, o controlador exerce ações mais bruscas no sistema. Porém, como era esperado, o valor de 10 min de *settling time* não produziu resposta significativamente mais rápida que o de 30 min, mostrando que não é possível atingir o estado desejado em apenas um T. O valor de 60 min mostrou bom compromisso entre rapidez de resposta e custo das ações de controle, sendo adotado para o restante do trabalho.

## 5.7 Comparação dos Controladores

Nesta seção são comparados o controle P-PI clássico, o PI com redução de graus de liberdade, o controle preditivo linear LMPC e o preditivo não linear NMPC. São utilizados como critérios de desempenho os índices ITAE (*integral time absolute error*), IAE (*integral absolute error*), e ISE (*integral squared error*), assim como a integral da taxa de produção passante na peneira 45 $\mu$ m, Prod45 e a taxa máxima de produção contínua, ProdMax.

São avaliados três cenários: o primeiro visa refletir a resposta dos controladores para o controle da qualidade do produto em face de perturbações leves e comuns no processo de

moagem (Tabela 5-12). O segundo simula a ocorrência do evento acidental de quebra de parte das palhetas do classificador pneumático (Tabela 5-14). O terceiro (Tabela 5-16) apresenta casos de variações significativas de *set-point* de P45, levando o sistema a operar distante do ponto de linearização.

Tabela 5-12 - Primeiro cenário de testes

Instante (min)	Set-point P45 (%)	Set-point Hold up (g)	Perturbação
0	80,00	2729 ± 20%	
100	80,00	2729 ± 20%	-20% moabilidade
350	80,00	2729 ± 20%	10% granulometria
600	80,00	2729 ± 20%	5% vazamento na carga circulante
850	80,00	2729 ± 20%	20 g/min vazamento na alimentação

A Figura 5-40 e a Figura 5-41 mostram a resposta dos controladores para o primeiro cenário de teste.

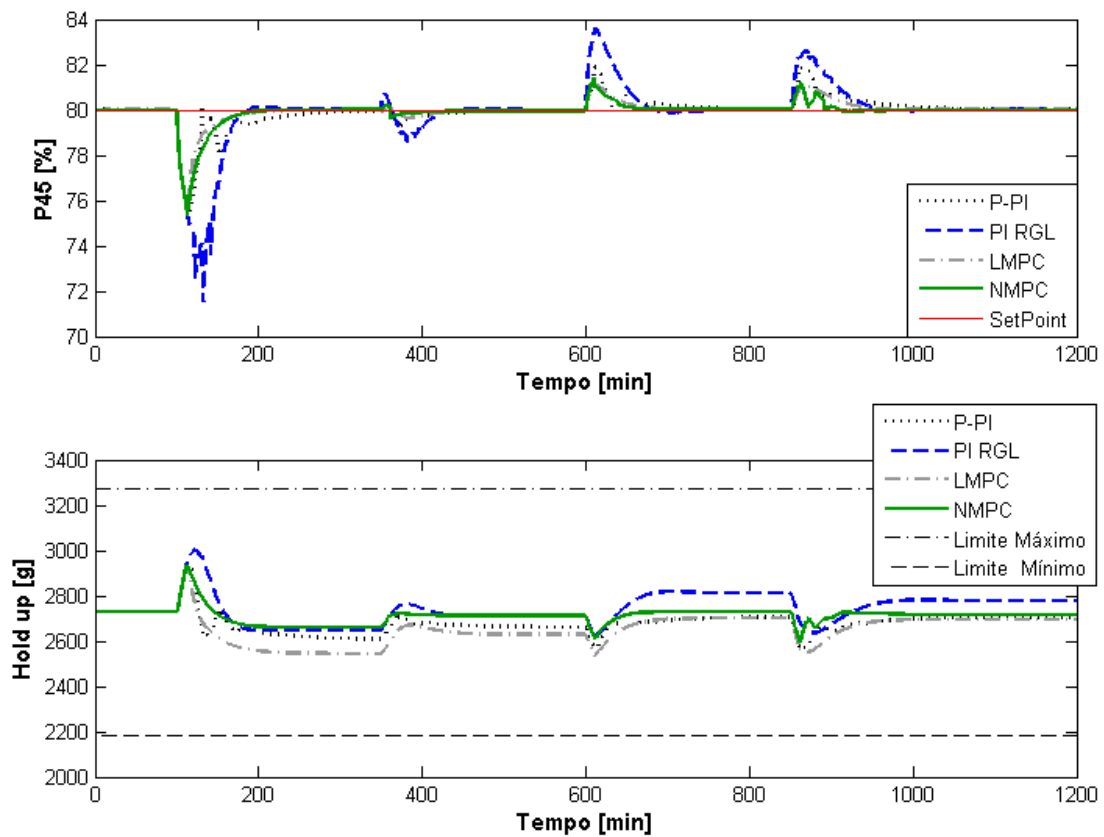


Figura 5-40: Variáveis controladas para o cenário 1. Superior: P45. Inferior: Hold up.

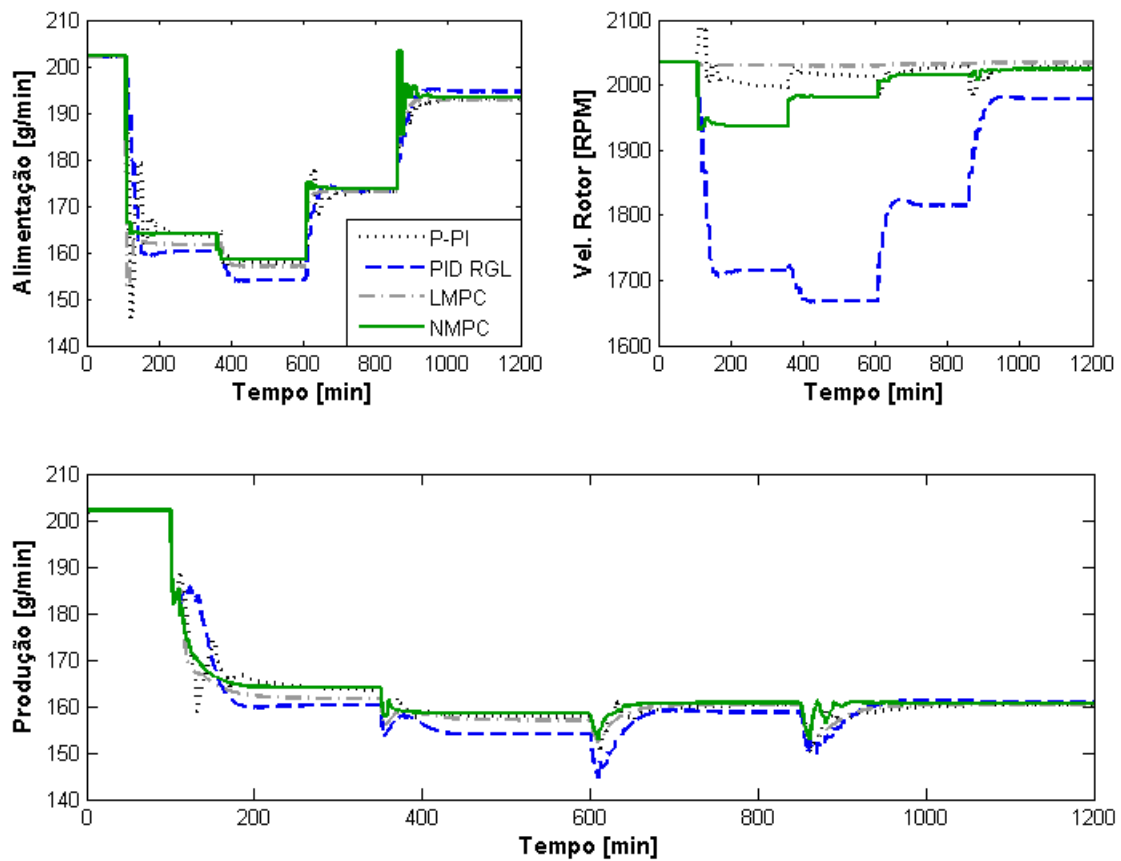


Figura 5-41: Superior esquerda: Taxa de alimentação  $W_f$ . Superior direita: Velocidade do Rotor  $V_r$ . Inferior: Taxa de produção. Caso 1.

Percebe-se que o controlador NMPC apresentou as respostas mais rápidas em P45 e manteve o nível mais alto de produção, 1,47% em relação ao LMPC, 1,89% ao PI RGL e 1,81% ao P-PI considerando o índice ProdMax. O controlador clássico também apresentou bom desempenho, mostrando a habilidade do controle PI na rejeição desse tipo de perturbações. O controlador PI RGL teve dinâmica mais lenta e houve perda de produção, indicando que seu desempenho cai quando há variações paramétricas na planta em relação ao modelo utilizado inicialmente. O controlador LMPC também obteve bons resultados, mostrando que esse controlador pode lidar com certo grau de não linearidades da planta. Os índices de desempenho da Tabela 5-13 demonstram que o controlador NMPC foi o mais efetivo.

Tabela 5-13 - Índices de desempenho dos controladores para o cenário 1

Índice	NMPC	LMPC	PI RGL	P-PI
ITAE	695	935	2.522	1.698

IAE	2,072	2,202	6,024	3,701
ISE	0,037	0,032	0,205	0,049
Prod45	157,88	156,51	155,98	157,49
ProdMax	164,06	161,68	161,01	161,14

O segundo caso difere do primeiro no tempo igual a 100 min, quando é simulada a quebra de 2 das 30 palhetas do classificador. A Figura 5-42 e a Figura 5-43 mostram as respostas dos controladores para o segundo cenário de teste.

Tabela 5-14: Segundo cenário de teste

Instante (min)	Set-point P45 (%)	Set-point Hold up (g)	Perturbação
0	80,00	2729 ± 20%	
100	80,00	2729 ± 20%	-20% moabilidade e Quebra 2 palhetas
350	80,00	2729 ± 20%	10% granulometria
600	80,00	2729 ± 20%	5% vazamento na carga circulante
850	80,00	2729 ± 20%	20 g/min vazamento na alimentação

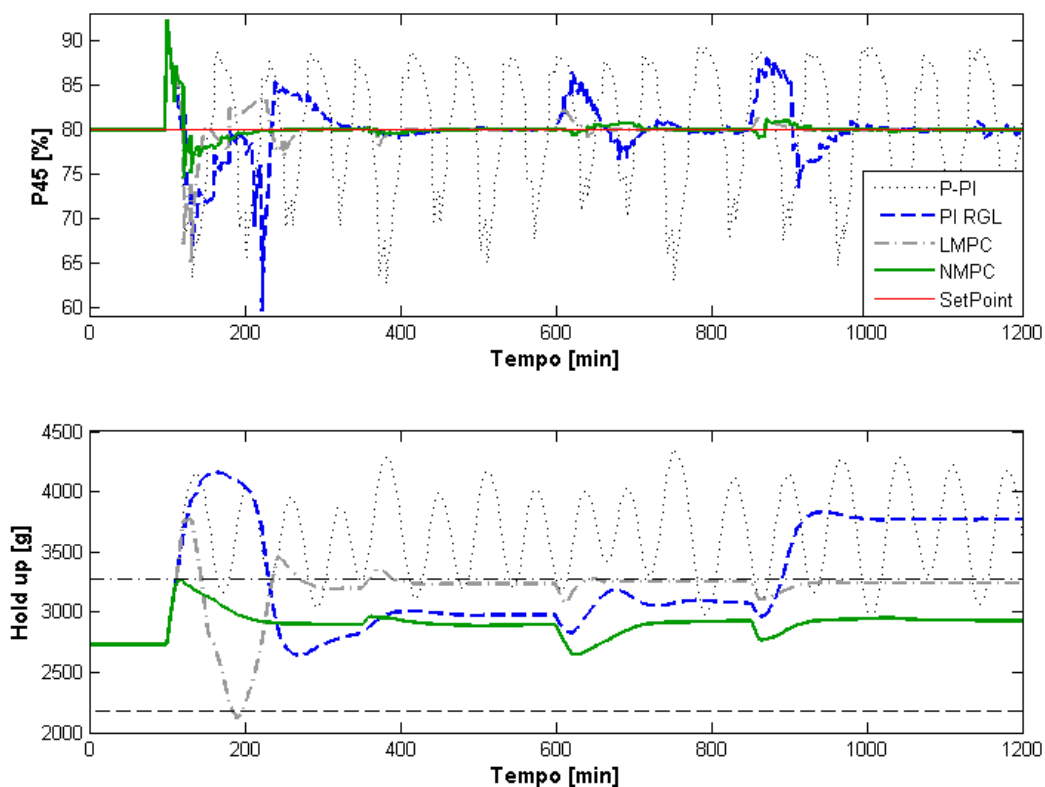


Figura 5-42: Variáveis controladas para o cenário 2. Superior: P45. Inferior: Hold up.

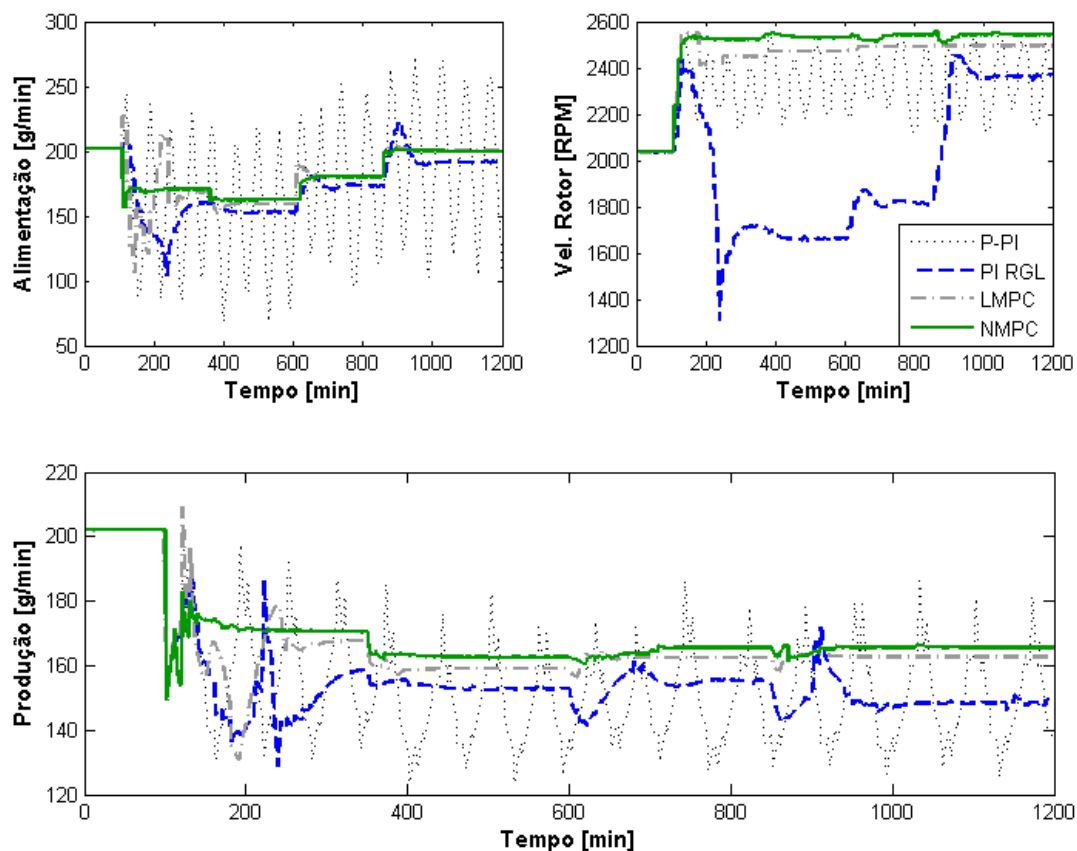


Figura 5-43: Superior esquerda: Taxa de alimentação  $W_f$ . Superior direita: Velocidade do Rotor  $V_r$ . Inferior: Taxa de produção. Caso 2.

A Figura 5-43 mostra que a perturbação de quebra das palhetas é completamente anulada pelo controlador NMPC, enquanto que o PI entrou em oscilação não amortecida. Isso comprova que, mesmo para o problema regulador, o controle PI pode não ser capaz de lidar com os distúrbios inerentes ao processo mineral. O controlador LMPC e o PI RGL conseguiram rejeitar a perturbação, porém obtiveram níveis menores de produção. No índice ITAE o controlador NMPC obteve níveis menores de erros, ou seja, menores níveis de desperdício do material produzido. A Tabela 5-15 apresenta os índices de desempenho para os quatro controladores. O controlador NMPC foi o único que manteve o nível de *hold up* dentro dos limites, contribuindo assim para menores níveis de desgaste de revestimentos.

**Tabela 5-15: Índices de desempenho dos controladores para o cenário 2**

<b>Índice</b>	<b>NMPC</b>	<b>LMPC</b>	<b>PI RGL</b>	<b>P-PI</b>
ITAE	1.152	1.615	8.863	47.902
IAE	3,511	6,475	18,58	73,17
ISE	0,125	0,324	1,019	6,196
Prod45	162,07	158,72	149,95	-
ProdMax	170,62	167,72	155,68	-

O terceiro estudo de caso visa levar o sistema a condições bastante diferentes das inicialmente planejadas e assim avaliar a resposta dos controladores. A Tabela 5-16 mostra o conjunto de *set-points* e perturbações para o esse cenário de testes.

**Tabela 5-16 - Terceiro cenário de testes**

<b>Instante (min)</b>	<b>Set-point P45 (%)</b>	<b>Set-point Hold up (g)</b>	<b>Perturbação</b>
0	80,0	2729 ± 20%	
100	70,0	2729 ± 20%	
400	60,0	2729 ± 20%	
700	50,0	2729 ± 20%	
1000	50,0	2729 ± 20%	20% moabilidade
1300	50,0	2729 ± 20%	-10% granulometria
1600	60,0	2729 ± 20%	
1900	70,0	2729 ± 20%	
2200	80,0	2729 ± 20%	

A Figura 5-44 e a Figura 5-45 apresentam a resposta dos controladores para o terceiro cenário de teste.

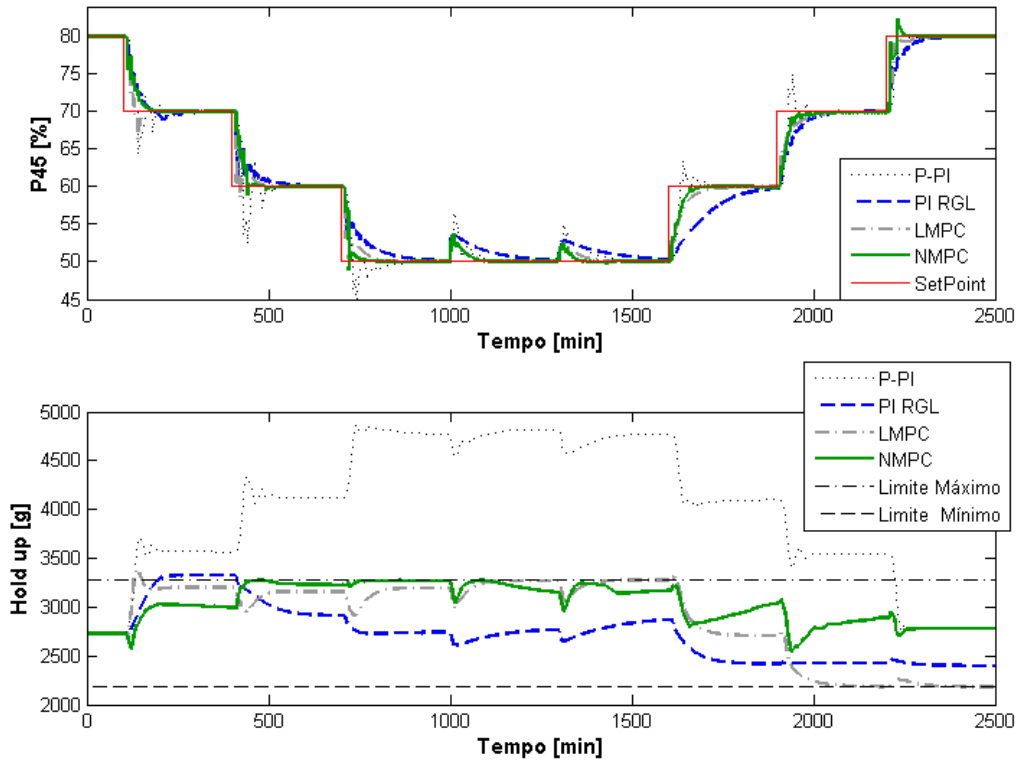


Figura 5-44: Variáveis controladas para o cenário 3. Superior: P45. Inferior: *Hold up*.

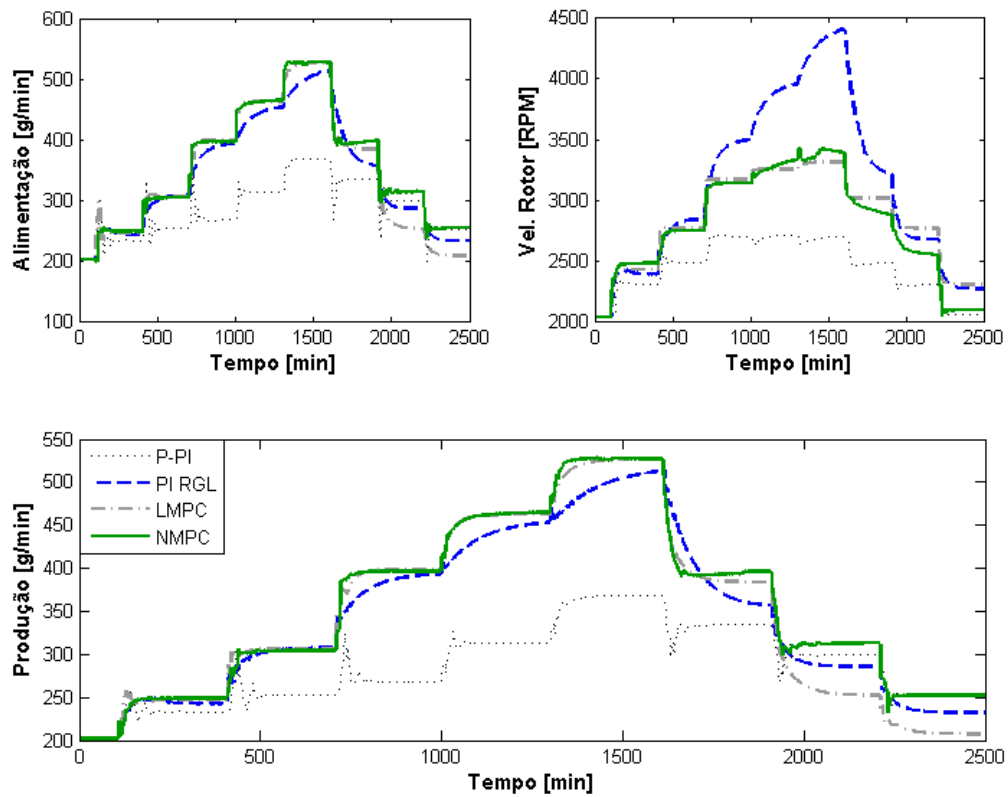


Figura 5-45: Superior esquerda: Taxa de alimentação  $W_f$ . Superior direita: Velocidade do Rotor  $V_r$ . Inferior: Taxa de produção. Caso 3.



As figuras mostram que o controlador NMPC manteve o comportamento de *settling time* desejado durante todo o teste, resultado não alcançado pelos controladores PID e LMPC, os quais tiveram comportamentos distintos em cada ponto de operação. O controlador NMPC também foi o mais rápido na rejeição de perturbações e proporcionou os níveis mais altos de produção, 4,18% em relação ao LMPC, 3,96% ao PI RGL e 96,68% ao P-PI no índice Prod45. Os controladores preditivos, LMPC e NMPC foram os únicos que mantiveram o nível de *hold up* dentro dos limites, contribuindo assim para menores níveis de desgaste de revestimentos. Os índices de desempenho da Tabela 5-17 mostram que o controle NMPC foi o de melhor desempenho, com a taxa de produção mais alta e os menores níveis de erros.

**Tabela 5-17: Índices de desempenho dos controladores para o cenário 3**

<b>Índice</b>	<b>NMPC</b>	<b>LMPC</b>	<b>PI RGL</b>	<b>P-PI</b>
ITAE	20.232	23.421	47.008	113.990
IAE	17,53	18,61	36,980	74,410
ISE	1,055	1,143	1,743	11,750
Prod45	527,63	506,48	507,54	268,27
ProdMax	531,54	526,01	519,02	368,35

## Capítulo 6: Conclusões

Este trabalho buscou desenvolver uma metodologia para aplicação do controle NMPC em processos industriais. Primeiramente, foi desenvolvida uma abordagem na forma de espaço de estados para o modelo fenomenológico da moagem de Austin, a qual se mostrou computacionalmente eficiente. O modelo matemático foi, então, calibrado utilizando dados experimentais do processo de moagem e classificação, resultando um modelo com alta fidelidade.

A partir do modelo ajustado, procedeu-se com a otimização das condições operacionais do processo, visando à maximização de aspectos econômicos. O ponto ótimo de operação para a condição de 80% passante em 45  $\mu\text{m}$  foi a condição escolhida para a linearização do sistema e implementação de estratégias de controle lineares.

Em seguida, comparou-se o desempenho de um controlador PID clássico, de um PID modificado, do preditivo linear LMPC e do algoritmo NMPC proposto. O controle preditivo não linear utilizou a técnica de estimação de estados por horizonte móvel, a qual se apresentou robusta a ruídos e a dinâmicas não modeladas. O controle NMPC se mostrou o melhor em todos os cenários testados e se apresenta como uma boa opção para processos industriais, principalmente as cimenteiras. É importante notar que o controlador NMPC desenvolvido atingiu satisfatoriamente todos os objetivos a que essa dissertação se propôs. Esse controlador se mostrou capaz de aumentar a produção de um circuito de moagem, podendo ser utilizado em tempo real. Seu custo computacional é razoavelmente baixo, tendo em vista que o mesmo, implementado em um computador de baixo custo, permitiu atingir tempos de processamento comparativamente curtos.

## 6.1 Trabalhos futuros

- Propõe-se uma investigação mais detalhada dos parâmetros de classificação interna do moinho de bolas, a fim de encontrar um modelo preditivo da sua descarga.
- Propõe-se incluir um modelo de desgaste de bolas/revestimentos e de cálculo da energia consumida pelos equipamentos na otimização da moagem.
- Desenvolver o controlador NMPC para circuitos de moagem a úmido.
- Programação de mudanças de *set-point* e perturbações esperadas no futuro, utilizando dados das áreas de Planejamento, Programação e Controle (PPC) e de planejamento de lavra.
- Controle por estruturas variáveis, tornando o controlador robusto a mudanças de status dos equipamentos (quebra, restrições na operação, etc.).

## Capítulo 7: Referências Bibliográficas

Alamir, M., 1999. "Optimization based observers revisited". *International Journal of Control*, v. 72, pp. 1204–1217.

Allgower, F.T.A., Badgwell, A., Qin, J.S., Rawlings, J.B., Wright, S.J., 1999. "Nonlinear predictive control and moving horizon estimation – An introductory overview". In: *Advances in Control: Highlights of ECC'99*, Ed. Springer-Verlag, 449p.

Anderson, L., Perry, R., Neale, A.J., 1996. "Application of deadtime and gain compensation to SAG feeder control at P.T.F report Indonesia". In: *Proceedings of the 28th Annual Meeting of the Canadian Mineral Processors*. no. 24, Ottawa, Canada.

Austin, L.G., Concha, F.A., 1993, *Diseño y simulacion de circuitos de molienda y classificacion*. Ed. CYTED, 392p.

Austin, L.G., Klimpel, R.R., Luckie, P.T., 1984. *Process Engineering of Size Reduction: Ball Milling*, Ed. AIME/SME, 561p.

Bazin, C., St-Pierre, M., Hodouin, D., 2005. "Calibration of the perfect mixing model to a dry grinding mill". *Powder Technology*, v.149, pp. 93-105.

Benzer, H., Ergun, L., Lynch, A.J., Oner, M., Gunlu, A., Celik, I.B., Aydogan, N., 2001. "Modeling Cement Grinding Circuits". *Minerals Engineering*, v. 14, pp. 1469-1482.

Bequette, B.W., 2007. "Non-Linear Model Predictive Control: A Personal Retrospective". *Canadian Journal of Chemical Engineering*, v. 85, pp. 408-415.

Beraldo, J.L., 1987. *Moagem de minérios em moinhos tubulares*. Ed. Edgard Blucher LTDA. 144p.

Boulvin, M., Renotte, M., Wouwer, V., Remy, A., Tarasiewicz, M., Cesar, S.P., 1999. "Modeling, Simulation and Evaluation of Control Loops For A Cement Grinding Process". *European Journal of Control*, v. 5, pp. 10–18.

Boulvin, M., Wouwer, A.V., Lepore, R., Renotte, C., Remy, M., 2003. "Modeling and control of cement grinding processes". *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, v. 11, pp. 715–725.

Boulvin, M., Wouwer, V., Renotte, M., Remy, A., Lepore, R., 1998. "Some Observations on Modeling and Control of Cement Grinding Circuits". *Proceedings of the American Control Conference*, v. 5, pp. 3018 – 3022.

Camacho, E.F., Bordons, C., 1999. *Model predictive control in the process industry*, Ed. Springer-Verlag. 239p.

Carvalho, R.M., *Modelagem, Simulação e Controle da Moagem a Seco em Moinho de Bolas*, Projeto de Final de Curso, Escola de Química - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil. 2007.

Chen, X., Li, Q., Fei, S., 2008. "Constrained model predictive control in ball mill grinding process". *Powder Technology*, v. 186, pp. 31–39.

Chen, X., Li, S., Zhai, J., Li, Q., 2009. "Expert system based adaptive dynamic matrix control for ball mill grinding circuit". *Expert Systems with Applications*, v. 36, pp. 716–723.

Chen, X., Zhai, J., Li, S., Li, Q., 2007. "Application of model predictive control in ball mill grinding circuit". *Minerals Engineering*, v. 20, pp. 1099–1108.

Coetzee L.C. 2009. "RNMPC applied to non linear model of a ROM ore milling circuit". *IFAC M.M.M. - Workshop on Automation in Mining, Mineral and Metal Industry*, Vina del Mar, Chile.

Coetzee, L.C., Craig, I.K., Kerrigan, E.C., 2010. "Robust model predictive control of a run-of-mine ore milling circuit". *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, v. 18, pp. 222-229.

Craig, I.K., Hulbert, D.G., Metzner, G., Moulton, S.P., 1992. "Optimized multivariable control of an industrial run of-mine milling circuit". *Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy*, v. 2, pp. 169–176.

Craig, I.K., MacLeod, I.M., 1995. "Specification framework for robust control of a run-of-mine ore milling circuit". *Control Engineering and Practice*, v. 3, pp. 621–630.

Craig, I.K., MacLeod, I.M., 1996. "Robust controller design and implementation for a run-of-mine ore milling circuit". *Control Engineering and Practice*, v. 4, pp. 1–12.

Cutler, C.R., Ramaker, B.L., 1980. "Dynamic matrix control – A computer control algorithm". In: *Proceedings of the Joint Automatic Control Conference*. San Francisco, USA, v. 1.

Dagci, O.H., Efe, M.O., Kaynak, O., 2001. "A Nonlinear Learning Control Approach For a Cement Milling Process". *Proceedings of the 2001 IEEE International Conference on Control Applications*, Cidade do Mexico, pp 498-503.

De Nicolao, G., Magni, L., Scattolini, R., 1996. "On the robustness of receding horizon control with terminal constraints". *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 41, pp. 451–453.

De Nicolao, G., Magni, L., Scattolini, R., 1998. "Stabilizing receding-horizon control of non linear time-varying systems". *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 43, pp. 1030-1034.

De Souza, G., Odloak, D., Zanin, A.C., 2010. "Real Time Optimization (RTO) with Model Predictive Control (MPC)". *Computers & Chemical Engineering*, v. 34, pp. 1937-1944.

Desbiens, A., Najim, K., Pomerleau, A., Hodouin, D., 1997. "Adaptive control – practical aspects and application to a grinding circuit". *Optimal Control Applications and Methods*, v. 18, pp. 29–47.

Desbiens, A., Pomerleau, A., Hodouin, D., 1996. "Frequency based tuning of SISO controllers for two-by-two processes". *IEEE Control Theory and Application*, v. 143, pp. 49–56.

- Diehl, M., Findeisen, R. Bock, H.G. Schloder J.P., Allgower F., 2005. "Nominal stability of the real-time iteration scheme for nonlinear model predictive control". *IEEE Control Theory and Application*, v. 152, pp. 296–308.
- Dong, H., Moys, M.H., 2003. "Load Behavior and mill power". *International Journal of Mineral Processing*, v. 69, pp. 11-28.
- Duarte, M., Castillo, A., Sepúlveda, F., Contreras, A., Giménez, P., Castelli, L., 2002. "Multivariable Control of Grinding Plants: A Comparative Simulation Study". *ISA Transactions*, v. 41, pp. 57-79.
- Duarte, M.A., Sepúlveda, F., 1998. "Grinding Operation Optimization of the CODELCO-ANDINA Concentrator Plant". *Minerals Engineering*, v.11, pp. 1119–1142.
- Duarte, M.A., Sepúlveda, F., 1999. "A Comparative Experimental Study of Five Multivariable Control Strategies Applied To A Grinding Plant". *Powder Technology*, v. 104, pp. 1-28.
- Durman, R.W., 1988. "Process in abrasion-resistant materials for use in comminution processes". *International Journal of Mineral Processing*, v. 22, pp.381-399.
- Efe, M.O., 2003. "Multivariable Nonlinear Model Reference Control of Cement Mills". *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, v. 25, pp. 373-385.
- Grognard, F., Jadot, F., Magni, L., Sepulchre R., Wertz, V., 2001. "Robust Stabilization of a Nonlinear Cement Mill Model". *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 46, pp. 618–623.
- Grosdidier, P., Morari, M., 1987. A computer aided methodology for the design of decentralized controllers. *Computer Chemical Engineering*, v. 11, pp. 423-433.
- Guilhermino, R.L., *Estudo de laboratório de um resíduo catalisador de equilíbrio para utilização em alvenaria na construção civil*. Dissertação de mestrado. COPPE/UFRJ, 2008.

Herbst, J.A., Alba, J.F., Pate, W.T., Oblad, A.E., 1988. "Optimal Control of Comminution Operations". *International Journal of Mineral Processing*, v. 22, pp. 275–296.

Herbst, J.A., Pate, W.T., Oblad, A.E., 1992. "Model-based control of mineral processing operations". *Powder Technology*, v. 69, pp. 21–32.

Hovd, M, Skogestad, S., 1992. "Simple frequency dependent tools for control system analysis, structure selection and design". *Automatica*, v. 28, pp. 989-996.

Hulbert, D.G., 1989. "The state of the art in the control of milling circuits". In: *6° IFAC Symposium on Automation in Mining, Mineral and Metal Processing*, Buenos Aires, Argentina.

Hulbert, D.G., Craig, I.K., Coetzee M.L., Tudor, D., 1990. "Multivariable Control of A Run-of-Mine Milling Circuit". *Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy*, v. 90, pp. 173-181.

Jang, S.S, Joseph, B., Mukai, H., 1986. "Comparison of two approaches to on-line parameter and state estimation of nonlinear systems". *Industrial & Engineering Chemistry Process Design and Development*, v. 25, pp. 809–814.

Kallembach, G.M., *Montagem e Instrumentação de circuito de moagem a seco em escala de laboratório*. Projeto Final de graduação. Escola Politécnica - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil. 2009.

Kalman, R.E., 1960. "Contributions to the theory of optimal control". *Boletim Sociedad Matematica Mexicana*, v. 5, pp. 102-119.

Keerthi, S.S., Gilbert, E.G., 1998. "Optimal infinite-horizon feedback laws for a general class of constrained discrete-time systems: Stability and moving-horizon approximations". *Journal of Optimization Theory and Application*, v. 57, pp. 265–293.

King, R.P., 2001. *Modeling and Simulation of Mineral Processing Systems*, Ed. Butterworth-Heinemann.



- Klumpar, I.V., 1992. "Measuring and optimizing air classifier performance". *Separation Technology*, v. 2, pp. 124–135.
- Kolacz, J., 1997. "Measurement System of the Mill Charge in Grinding Ball Mill Circuits". *Minerals Engineering*, v. 10, pp. 1329-1338.
- Lee, J.H., Yu, Z., 1997. "Worst-case formulations of model predictive control for systems with bounded parameters". *Automatica*, v. 33, pp. 763-781.
- Lepore, R., Wouwer, A.V., Remy, M., 2003. "Nonlinear Model Predictive Control of Cement Grinding Circuits". *Proceedings of the IFAC 7th International Symposium on Advanced Control of Chemical Processes*.
- Lewis, F.M., Coburn, J.L., Bhappu, R.B., 1976. "Comminution: A guide to size reduction system design". *Minerals Engineering*, v. 28, pp. 29-34.
- Luyben, W.L., 1986. "A simple method for tuning SISO controllers in a multivariable system". *Industrial & Engineering Chemistry Product Research and Development*, v. 25, pp. 654-660.
- Lynch, A.J., Oner, M., Benzer, A.H., 2000. "Simulation of a closed cement grinding circuit". *ZKG*, no. 10, pp. 560–568.
- Magni, L., Bastin, G., Wertz, V., 1999. "Multivariable Nonlinear Predictive Control of Cement Mills". *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 7, pp. 502–508.
- Mayne, D.Q., Michalska, H., 1990. "Receding horizon control of nonlinear systems". *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 35, pp. 814-824.
- Mayne, D.Q., Rawlings, J.B., Rao, C.V., Scokaert, P.O.M., 2000. "Constrained model predictive control: Stability and optimality". *Automatica*, v. 36, pp. 789-814.
- Meadows, E.S., Rawlings, J.B., 1993. "Receding horizon control with an infinite cost". In: *Proceedings of the American Control Conference – ACC*, San Francisco, California, USA, pp. 2926– 2930.

- Michalska, H., Mayne, D.Q., 1995. "Moving horizon observers and observer-based control". *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 40, pp. 995-1006.
- Morari, M., Bemporad, A., Mignone, D., 1999. "A Framework for Control, State Estimation, Fault Detection, and Verification of Hybrid Systems", In: *Scientific Computing in Chemical Engineering*, v. 2, pp. 46-61, Ed. Springer, 412p.
- Morari, M., Zafiriou, E., 1989. *Robust Process Control*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
- Nageswararao, K., 2000. "A critical analysis of the fishhook effect in hydrocyclone classifiers". *Chemical Engineering Journal*, v. 80, pp. 251-256.
- Napier-Munn, T.J., Morrell, S., Morrison, R.D., Kojovic, T., 1996. *Mineral Processing Circuits: Their Operation and Optimization*. JKMRRC Monograph Series, JKMRRC, 413p.
- Odloak, D., 2009. "Robust Integration of RTO and MPC". *Computer Aided Chemical Engineering*, v. 27, pp 119–126.
- Oliveira, A.L.R., *Modelagem e simulação de moinho de bolas operado em escala piloto a seco*. Escola Politécnica - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil. 2009.
- Pomerleau, A., Hodouin, D., Desbiens, A., Gagnon, E., 2000. "A survey of grinding circuit control methods: From decentralized PID controllers to multivariable predictive controllers". *Powder Technology*, v. 108, pp. 103–115.
- Qin, S.J., Badgwell, T.A., 2000. "An overview of nonlinear model predictive control applications". In: *Nonlinear Predictive Control*, Ed. Birkhäuser.
- Qin, S.J., Badgwell, T.A., 1996. "An overview of industrial model predictive control technology". In: *Chemical Process Control-AIChE Symposium Series, American Institute of Chemical Engineers*, pp. 232-256, New York.
- Radhakrishnan, V.R., 1999. "Model based supervisory control of a ball mill grinding circuit". *Journal of Process Control*, v. 9, pp. 195-211.

- Rajamani, R.K., 1992. "Mathematical Modeling of Extractive Metallurgical Processes". Notas de Aula, University of Utah.
- Rajamani, R.K., Herbst, J.A., 1991a. "Optimal Control of a Ball Mill Grinding Circuit: Part I. Grinding Circuit Modeling and Dynamic Simulation". *Chemical Engineering Science*, v. 46, pp. 417- 442.
- Rajamani, R.K., Herbst, J.A., 1991b. "Optimal Control of a Ball Mill Grinding Circuit: Part II. Feedback and Optimal Control". *Chemical Engineering Science*, v. 46, pp. 871–879.
- Ramasamy, M., Narayanan S.S., Rao C.D.P., 2005. "Control of ball mill grinding circuit using model predictive control scheme". *Journal of Process Control*, v. 15, pp. 273–283.
- Ramkrishna, D., Borwanker, J.D., 1973. "A Puristic Analysis of Population Balance". *Chemical Engineering Science*, v. 28, pp. 1423-1435.
- Rao, C.V., Rawlings, J.B., Mayne, D.Q., 2003. "Constrained state estimation for nonlinear discrete-time systems: Stability and moving horizon approximations". *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 48, pp. 246–258.
- Richalet, J.A., Rault, A. Testud, J.D., Papon, J., 1978. "Model Predictive Heuristic Control: Application to Industrial Processes". *Automatica*, v. 13, pp. 413-421.
- Robertson, D.G., Lee, J. H., Rawlings, J.B., 1996. "A moving horizon based approach for least-squares state estimation". *AIChE Journal*, v. 42, pp. 2209-2224.
- Rugh, W.J., 1995. *Linear System Theory*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J., 2<sup>a</sup> Ed.
- Sailors, R.H., 1989. "Cast High chromium media in wet grinding". *Minerals and Metallurgical Processing*, v. 6, pp. 172-178.
- Seborg, D.E., Edgar, T.F., Mellichamp D.A., 2004. *Process Dynamics and Control*. 2<sup>o</sup> Ed. New York: John Wiley & Sons.

Seki, H., Ogawa, M., Ooyama, S., Akamatsu, K., Ohshima, M., Yang, W., 2001. "Industrial application of a nonlinear model predictive control to polymerization reactors". *Control Engineering and Practice*, v. 9, pp. 819–828.

Shen, S.H., Yu, C.C., 1994. "Use of relay-feedback test for automatic tuning of multivariable systems". *AIChE Journal*, v. 40, pp. 627-646.

Silva, A.T., *Otimização da moagem de escória granulada de alto-forno por meio da simulação computacional usando o modelo do balanço populacional*. Dissertação de mestrado. COPPE/UFRJ, 2007.

Skogestad, S., Morari, M., 1989. "Robust performance of decentralized control systems by independent designs". *Automatica*, v. 25, pp. 119–125.

Stange, W., McInnes, C., 1995. "The intelligent control of an ROM milling circuit". In: *Proceedings of the IFAC Symposium on Automation in Mining, Mineral and Metal Processing*. Sun City, South Africa, pp. 359–364.

Tavares, L.M.M., Cunha, E.R., Almeida, S.L., 2007. "Influência de variáveis operacionais no desempenho de classificador aerodinâmico". *Revista da Escola de Minas*, v. 60, pp. 497-503.

Tavares, L.M.M., Silva, A.T., Carvalho, R.M., 2012. "Modeling and simulation of closed circuit grinding of granulated blast furnace slag in air-swept ball mills". In preparation.

Topalov, A.V., Kaynak, O., 2004, "Neural network modeling and control of cement mills using a variable structure systems theory based on-line learning mechanism". *Journal of Process Control*, v. 14, pp. 581–589.

Valenzuela, J., Bourassa, M., Najim, K., Del Villar, R., 1994. "Dynamic matrix control of an autogenous grinding circuit". *Minerals Engineering*, v. 7, pp. 105–114.

Van Breusegem, V., Chen, L., Bastin, G., Wertz, V., Werbrouck, V., Pierpont, C., 1996. "An Industrial Application of Multivariable Linear Quadratic Control to a Cement Mill Circuit". *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 32, pp. 670–77.

Van Breusegem, V., Chen, L., Werbrouck, V., Bastin, G., Wertz V., 1994. "Multivariable Linear Quadratic Control of a Cement Mill: An Industrial Application". *Control Engineering and Practice*, v. 2, pp. 605–11.

Van Dyk, W., Stange, W., Derbyshire, J., Williams, H., 2000. "Optimum control of the Leeudoom semi-autogenous milling circuit". *CIM Bulletin*, v. 93, pp. 106–110.

Wei, D., Craig, I. K., 2009. "Grinding mill circuits - A survey of control and economic concerns". *International Journal of Mineral Processing*, v. 90, pp. 55-66.

Whiten, W.J., 1966. Notas de aula da Winter School on Mineral Processing. Dept. Min & Met Eng, University of Queensland

Wills, B.A., Napier-Munn, T., 2006. *Mineral Processing Technology: an Introduction to the Practical Aspects of Ore Treatment and Mineral Recovery*. 6° Ed. Butterworth-Heinemann, Oxford.

Yang, J., Li, S., Chen, X., Li, Q., 2010. "Disturbance rejection of ball mill grinding circuits using DOB and MPC". *Powder Technology*, v.198, pp. 219–228.

Zavala, V.M., Biegler L.T., 2007. "A Fast Moving Horizon Estimation Algorithm Based on Nonlinear Programming Sensitivity. Submetido ao *Journal of Process Control*.

Zeng, Y., Forssberg, E., 1994. "Application of vibration signal measurement for monitoring grinding parameters". *Minerals Engineering*, v. 7, pp. 495-501.

Zimmer, G., 1994. "State observation by on-line minimization". *International Journal of Control*, v. 60, pp. 595–606.

# Anexo 1

---

## *Métodos de medição do hold up do moinho*

A medida do *hold up* do moinho de bolas é fundamental para o controle de sistemas a seco. Porém, seus métodos de medição são bastante variados, cada um tendo aplicação em casos específicos. A Tabela 7-1 descreve os métodos de medição do *hold up* descritos na literatura, bem como os prós e contras de sua utilização.

**Tabela 7-1: Métodos de medição do *Hold up* do moinho**

<b>Método/Sensor/Referência</b>	<b>Prós</b>	<b>Contras</b>
<b>Pesagem direta do moinho</b> → Células de carga nos mancais (Songfack, 1999; Kallemback, 2009)	- Facilmente calibrado - Precisão em diversos regimes de operação	- Altos custos de instalação em usinas antigas - Alto nível de ruído - Perturbações podem ser frequentes
<b>Medição da intensidade sonora produzida pela moagem</b> → Microfones (Watson, 1985; Si, 2009; Kallemback, 2009)	- Baixo custo - Processamento do sinal simples	- Calibração difícil - Baixa sensibilidade em alguns regimes de operação - Perturbações podem ser frequentes
<b>Deformação da carcaça devido ao peso da carga</b> → Strain-gauges na carcaça (Kolacz, 1997)	- Facilidade de instalação - Facilidade de calibração - Baixo custo	- Ainda não se tem notícia de uso industrial - Complexidade do sensor - Necessidade de medidas em uma larga faixa de deformação
<b>Vibração da carcaça do moinho</b> → Acelerômetros na carcaça (Gugel, 2003)	- Baixo custo - Pode medir outros parâmetros do moinho, como o comportamento da carga	- Deve ser wireless - Alto ruído

<b>Vibração dos mancais de apoio do moinho</b> → Acelerômetros nos mancais (Zeng, 1994; Behera,2007; Gugel, 2007)	- Facilidade de instalação - Baixo custo	- Processamento de sinais difícil
<b>Variação da potência consumida pelo moinho</b> → Wattímetro (Nierop e Moys, 2001; Zhang, 2001 e Haas, 2009)	- Facilidade de instalação -Baixo custo	- Baixa sensibilidade - Dificuldade de calibração - Não linearidade da medição
<b>Volume e comportamento da polpa</b> → Sensor de condutividade (Nierop e Moys,2001; Magotteax)	- Precisão	- Sensor se desgasta no interior do moinho - Deve ser wireless - Aplicáveis apenas para sistemas a úmido
<b>Diferença de pressão de ar no moinho</b> → Manômetro (Kolacz,1995)	- Facilidade de instalação	- Baixa precisão - Aplicáveis apenas para sistemas a seco
<b>Análise da posição angular de maior vibração</b> → Acelerômetro na carcaça (Huang, 2009)	-Baixo custo - Pode medir outros parâmetros do moinho, como o comportamento da carga	- Deve ser wireless - Alto nível de ruído na medição

### *Métodos de medição da carga circulante*

Como a carga circulante do circuito também pode ser utilizada como variável controlada, sua medição precisa tem grande importância no processo. A literatura cita alguns instrumentos capazes de realizar essa tarefa, como descrito pela Tabela 7-2:

**Tabela 7-2: Métodos de medição da carga circulante**

<b>Método/Sensor/Referência</b>	<b>Prós</b>	<b>Contras</b>
<b>Pesagem do corpo do transportador</b> → Células de carga (Kallembach, 2009)	- Grande sensibilidade	-Difícil calibração - Perturbações podem ser frequentes - Aplicáveis apenas para sistemas a seco - Custo da instalação em antigas
<b>Fluxo de polpa</b> → Medidor de fluxo eletromagnético (senso comum)	- Facilidade de instalação	- Aplicáveis apenas para sistemas a úmido
<b>Variação da potência do elevador</b> → Wattímetro (Gugel, 2007)	- Facilidade de instalação - Baixo custo	- Baixa sensibilidade

### *Métodos de medição de granulometria*

A granulometria do produto final do processo de moagem é a variável controlada mais importante do circuito. Porém, sua medição em tempo real é muito difícil e tem elevados custos. A Tabela 7-3 mostra a comparação entre os diferentes métodos de medição do tamanho de partícula do produto e seus tempos de amostragem.

**Tabela 7-3: Método de medição da distribuição granulométrica. (Adaptado de Wills e Napier-Munn, 2006)**

<b>Método</b>	<b>Seco/Úmido</b>	<b>Faixa de tamanho (<math>\mu\text{m}</math>)</b>	<b>Tempo médio de medição (s)</b>
<b>Peneiramento</b>	Ambos	37-100.000	> 300
<b>Difração de raios laser</b>	Ambos	0,001-3.000	> 300
<b>Análise de imagem</b>	Seco	30 - $\infty$	> 120